

УДК 515.2

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІВОГО ШЛУНОЧКА СЕРЦЯ НА БАЗІ R-ФУНКЦІЙ

Балтаєва Г.Ю.

*Національний інститут серцево-судинної хірургії  
ім. М.М. Амосова НАМН України (Київ)*

Славути Г.Б.

*Національний медичний університет ім. О.О. Богомольця (Київ)*

Тел. 093-203-98-79

**Анотація** – розроблено на базі R-функцій метод моделювання спрощеної геометричної форми лівого шлуночка серця, у тому числі з проявами постінфарктних дифузних, мішкоподібних або грибоподібних аневризмів.

**Ключові слова** – геометричні параметри серця, комп'ютерні моделі серця, метод R-функцій, постінфарктна аневризма, реконструкція форми шлуночків серця.

*Постановка проблеми.* Візуальне спостереження структури серця має велике значення у практиці медичних досліджень і діагностиці серцево-судинних захворювань. Від цього залежить правильність постановки діагнозу й вибір стратегії лікування. В провідних медичних клініках світу з'явилося правило - демонструвати принцип проведення операцій за допомогою комп'ютерних технологій 3D графіки й анімації. Подібні відеоролики створюють для того, щоб з'ясувати етапи операції, адже сучасні можливості 3D графіки й анімації здатні наочно й умовно показати лікарям і (що головне) пацієнтові процес лікування [1,2]. На рис. 1 (взятого із Інтернету) наведено приклад комп'ютерної моделі серця.

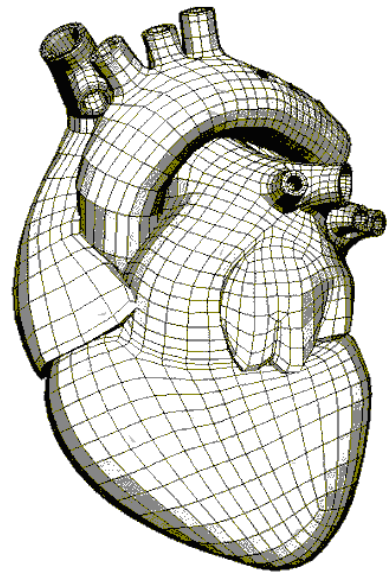


Рис. 1. Комп'ютерна модель серця.

Поряд з математичними моделями, спрямованими на точний (тобто близький до реальності) опис форми шлуночків серця, часто виникає потреба і у *спрощених моделях*, де враховуються лише особливості анатомічної будови цих шлуночків. У спрощених моделях відображаються суттєві геометричні характеристики, і їх доцільно

використовувати переважно для визначення і унаочнення параметрів фізичних полів і процесів, що супроводжують роботу серця.

*Аналіз останніх досліджень.* Для моделювання тривимірної форми об'єктів використовуються різні підходи. Можна виділити методи, що здійснюють моделювання на основі комбінації найпростіших геометричних об'єктів, зв'язок яких задано аналітично або графічно, а також методи, засновані на перетворенні й комбінації аналітично заданих поверхонь [1,2]. До названих методів слід віднести і математичний апарат R-функцій [5].

У роботі [3] представлено типовий метод побудови тривимірних моделей шлуночків серця. Засобами програмного пакету SolidWorks 2008 була створена базова модель лівого шлуночка (рис. 2).

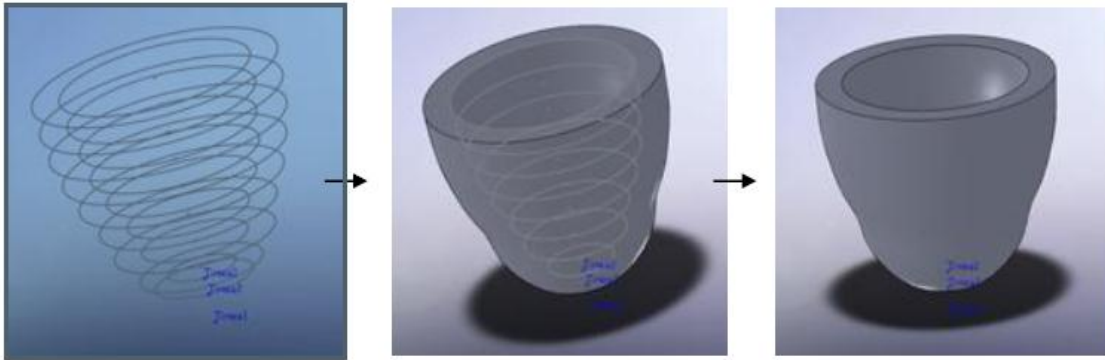


Рис. 2. Побудова 3D моделі лівого шлуночка.

Побудова моделей лівого шлуночка з постінфарктною аневризмою проводилась в програмному комплексі Ansys. Відповідно до класифікації [4] (рис. 3) в роботі [3] були побудовані моделі лівого шлуночка з постінфарктними аневризмами передньобокової стінки, міжшлуночкової перегородки й верхівки шлуночка (рис. 4).

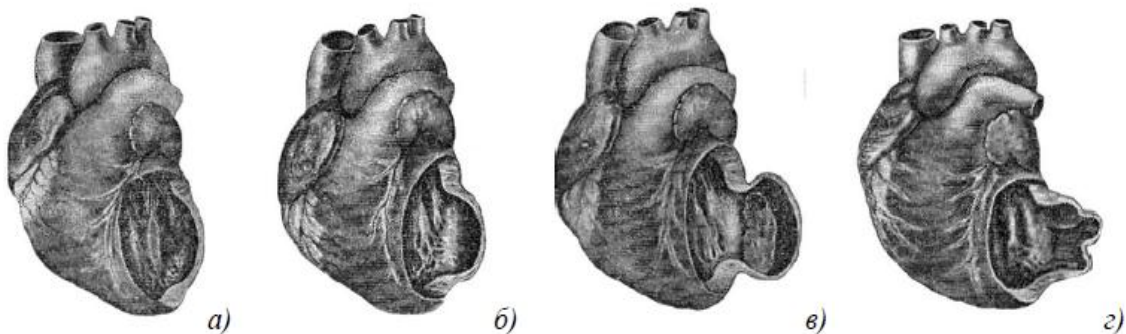


Рис. 3. Класифікація постінфарктних аневризм лівого шлуночка:  
а) дифузна, б) мішкоподібна, в) грибоподібна,  
г) «аневризма в аневризмі».

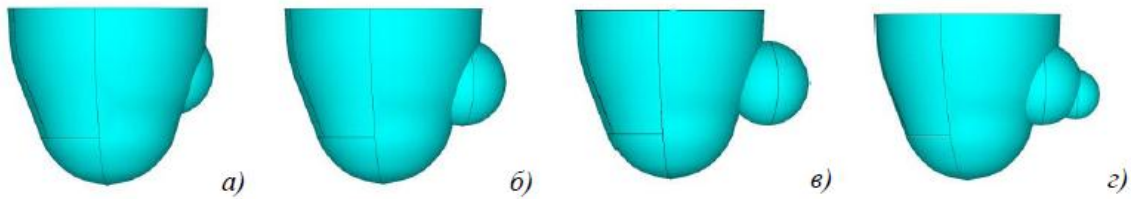


Рис. 4. Моделі лівого шлуночка з постінфарктними аневрозмами:  
 а) дифузна, б) мішкоподібна, в) грибоподібна,  
 г) «аневризма в аневрозмі».

На рис. 5 наведено 3D модель стінки лівого шлуночка для розрахунку систолічної фази серцевого циклу. На рис. 6 зображено 3D модель рідини для розрахунку систолічної фази серцевого циклу.



Рис. 5. Модель стінки лівого шлуночка для розрахунку систолічної фази циклу.

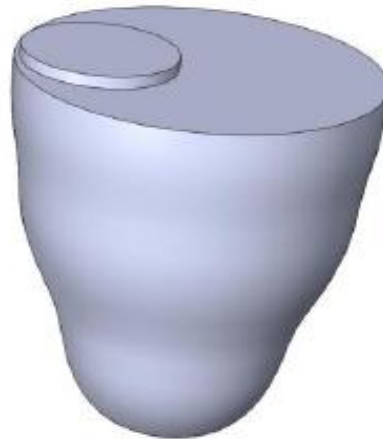


Рис. 6. Модель поверхні рідини для розрахунку систолічної фази серцевого циклу.

*Формулювання цілей статті.* Розробити за допомогою R-функцій [5] метод моделювання спрощеної геометричної форми лівого шлуночка серця, у тому числі з проявами постінфарктних дифузних, мішкоподібних або грибоподібних аневрозмів.

*Основна частина.* Для алгоритмів на базі R-функцій необхідно R-диз'юнкцію і R-кон'юнкцію задати у вигляді процедури-функції:

$$o := (a, b) \rightarrow (a+b+abs(a-b))/2;$$

$$p := (a, b) \rightarrow (a+b-abs(a-b))/2.$$

Опорні області пропонується описати за допомогою функцій:

$$f1 := z - w^2/2 - \sin(w)^{10}/2;$$

$$f2 := 0.7^2 - (x+A)^2 - y^2 - (z-1.5)^2;$$

де  $w = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $A$  – зміщення «центру» аневризми.

Опис спрощеної поверхні (аналогічної рис. 4) лівого шлуночка серця при  $A=2$  було здійснено за допомогою формули

$$F := p(o(f1, f2), 4-z),$$

або, у розгорнутому вигляді (тут збережено синтаксис мови maple):

$$F := -\frac{z}{4} - \frac{w^2}{8} - \frac{1}{8} \sin(w)^{10} + \frac{849}{400} - \frac{(x+2.)^2}{4} - \frac{y^2}{4} - \frac{\left(z - \frac{3}{2}\right)^2}{4} \\ + \frac{1}{4} \left| z - \frac{w^2}{2} - \frac{1}{2} \sin(w)^{10} - \frac{49}{100} + (x+2.)^2 + y^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 \right| - \frac{1}{2} \left| -\frac{3z}{2} + \frac{w^2}{4} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \sin(w)^{10} + \frac{751}{200} + \frac{(x+2.)^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{\left(z - \frac{3}{2}\right)^2}{2} \right| \\ - \frac{1}{2} \left| z - \frac{w^2}{2} - \frac{1}{2} \sin(w)^{10} - \frac{49}{100} + (x+2.)^2 + y^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 \right|$$

На рис. 7 – 9 наведено зображення моделі лівого шлуночка (для наочності з розрізом), одержані за допомогою maple-оператора:

```
implicitplot3d( F, x=-3..3, y=-3..3, z=0..4,
view=0..4, style= patchcontour, color=yellow,
axes=NONE, grid=[70,70,70], lightmodel='light2');
```

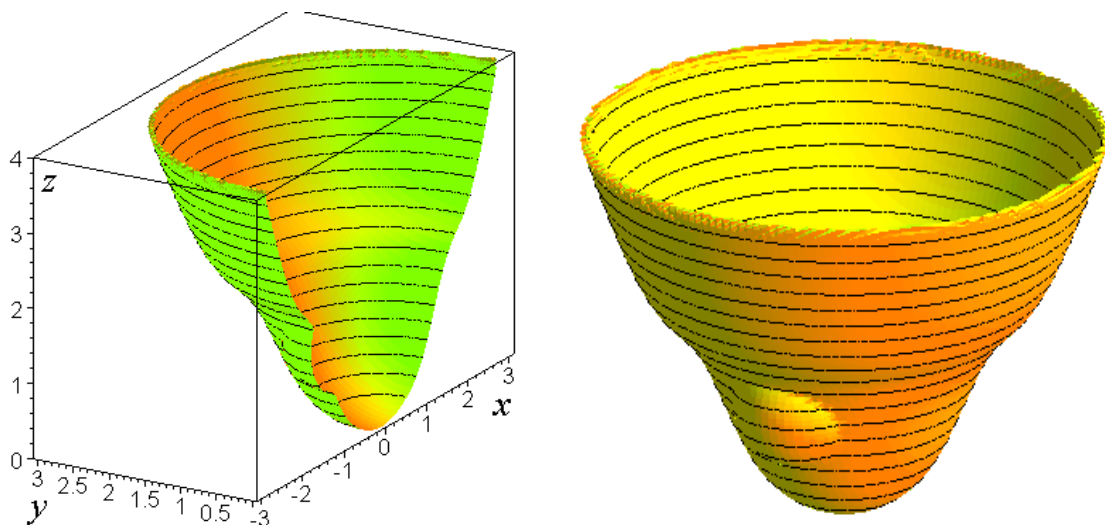


Рис. 7. Одержана 3D модель лівого шлуночка з дифузною постінфарктною аневризмою.

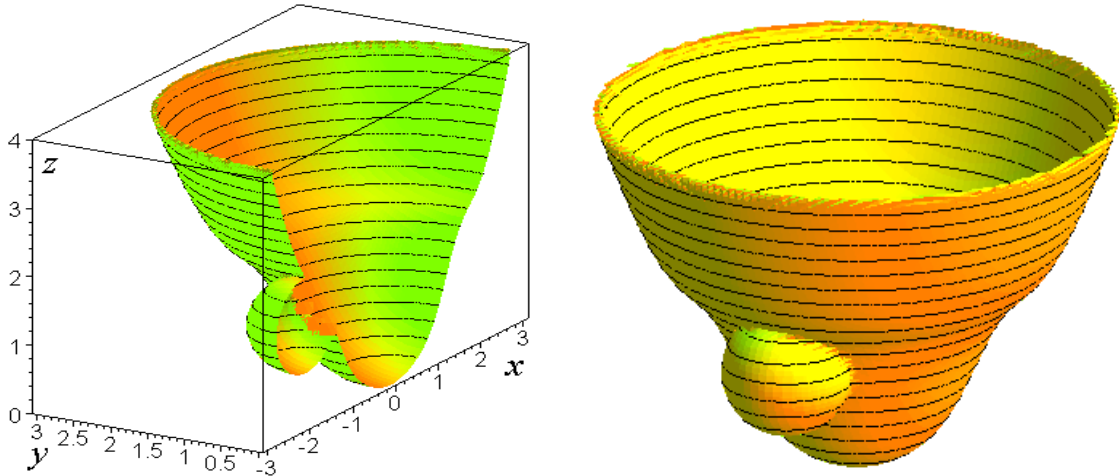


Рис. 8. Одержана 3D модель лівого шлуночка з мішкоподібною постінфарктною аневризмою.

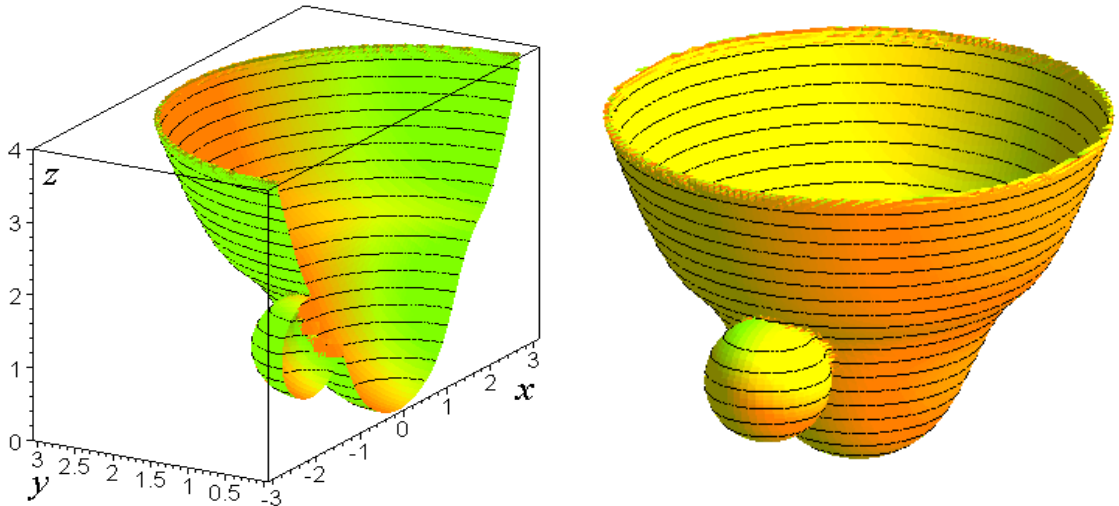


Рис. 9. Одержана 3D модель лівого шлуночка з грибоподібною постінфарктною аневризмою.

Аналогічно можна змоделювати стінки лівого шлуночка для розрахунку систолічної фази циклу, а також змоделювати поверхню рідини для розрахунку систолічної фази серцевого циклу.

В якості прикладу розглянемо першу з названих задач, коли опорні області описані за допомогою функцій:

$$\begin{aligned} f1 &:= z - w^2/2 - \sin(w)^{10}/2; \\ f2 &:= R^2 - (x+2)^2 - y^2, \end{aligned}$$

де  $w = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $R$  – радіус отвору.

Опис спрощеної поверхні (аналогічної рис. 5) стінки лівого шлуночка серця при  $R=0,7$  було здійснено за допомогою формули

$$F := \text{о}(\text{р}(f1, 4-z), \text{р}(f2, z-3.5)),$$

або, у розгорнутому вигляді

$$F := -\frac{w^2}{8} - \frac{1}{8} \sin(w)^{10} + \frac{99}{400} - \frac{1}{4} \left| -2z + \frac{w^2}{2} + \frac{1}{2} \sin(w)^{10} + 4 \right| - \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{y^2}{4} + \frac{z}{4} - \frac{1}{4} \left| -\frac{399}{100} + (x+2)^2 + y^2 + z \right| + \frac{1}{2} \left| \frac{w^2}{4} + \frac{1}{4} \sin(w)^{10} - \frac{701}{200} \right| + \frac{1}{2} \left| -2z + \frac{w^2}{2} + \frac{1}{2} \sin(w)^{10} + 4 \right| - \frac{(x+2)^2}{2} - \frac{y^2}{2} + \frac{z}{2} - \frac{1}{2} \left| -\frac{399}{100} + (x+2)^2 + y^2 + z \right|$$

На рис. 10 зображено модель стінки лівого шлуночка, одержаного за допомогою наведеного вище maple-оператора **implicitplot3d**.

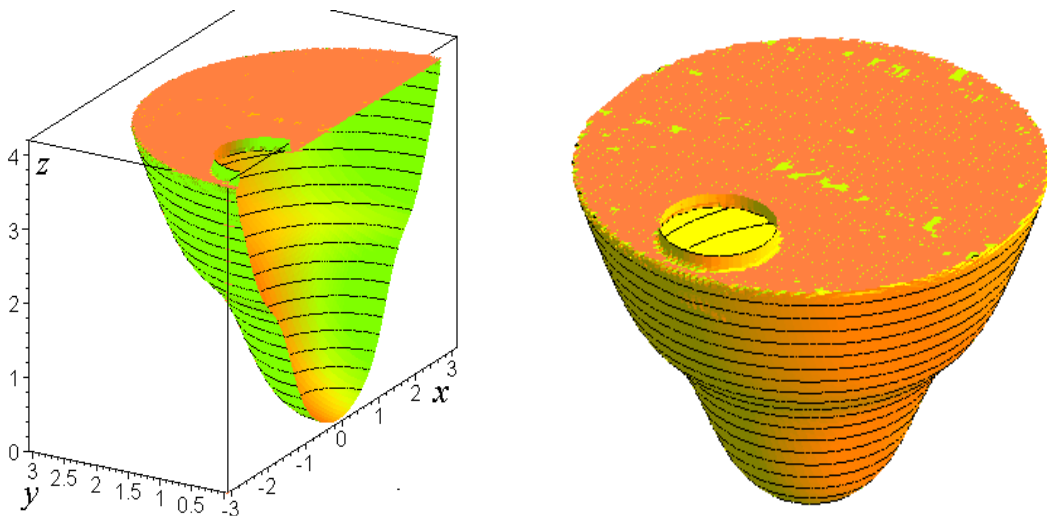


Рис. 10. Одержана модель стінки лівого шлуночка для розрахунку систолічної фази циклу.

*Висновки.* Наведений в роботі метод дозволяє моделювати спрощену форму лівого шлуночка серця як 3D об'єкт, описаний в системі декартових координат  $Oxyz$  рівнянням вигляду  $F(x,y,z)=0$ . За допомогою цього рівняння можна на формальному рівні розв'язувати більшість позиційних і метричних задач 3D моделювання. Наприклад, визначати положення пробної точки відносно об'єкта, унаочнювати фази руху хвилі збудження по поверхні серця, редагування форми 3d об'єкту шляхом перетворення виразу  $F(x,y,z)=0$ , тощо.

#### Література

1. Первый опыт применения трехмерной эхокардиографии в кардиохирургической клинике / I.A. Бокерия, Е.З. Голухова, А.И. Кулямин [и др.] // Грудная и сердечно-сосудистая хирургия. - 2000. - Вып. 1. - С. 46-50.
2. Автоматизированная компьютерная система для трехмерной визуализации ультразвуковых изображений в медицине: основные

- характеристики и перспективы клинического применения. / А.В. Гаврилов, В.А. Сандриков, Я.Л. Калайдзидис [и др.] // Ультразвуковая диагностика. - 1996. - №1. - С. 6-14.
3. *Голядкина А.А.* Биомеханика левого желудочка сердца с постинфарктными аневризмами: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.08 / А.А. Голядкина. - Саратов, СГУ. 2013. - 24с.
  4. *Петровский Б.В.* Аневризмы сердца / Б.В. Петровский, И.З. Козлов. - М.: Медицина. - 1965. - С. 277.
  5. *Рвачёв В. Л.* Теория R-функций и некоторые её приложения / В.Л.Рвачёв. - Киев: Наук. Думка. - 1982. - 552 с.
  6. *Куценко Л.М.* Застосування чотиримісних R-операцій для опису геометричних об'єктів / Л.М. Куценко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип. 69. - К: КНУБА, 2001. - С. 17-20.
  7. *Куценко Л.М.* Наближений опис квазіеліпсоїда з фокусом у вигляді еліпсоїдної поверхні / Л.М. Куценко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 12. - Харків: ХДУХТ, 2005. – С. 13-22.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЕВОГО ЖЕЛУДОЧКА СЕРДЦА НА БАЗЕ R-ФУНКЦИЙ

Г.Ю. Балтаева, Г.Б. Славута

***Аннотация*** – Разработан на базе R-Функций метод моделирования упрощенной геометрической формы левого желудочка сердца, в том числе с проявлениями постинфарктных диффузных, мешковидных либо грибовидных аневризм, а также моделирования стенки левого желудочка для расчета систолической фазы цикла.

## GEOMETRICAL MODELLING OF THE LEFT HEART VENTRICLE ON THE BASIS OF R-FUNKTIONS

G. Baltayeva, G. Slavuta

### *Summary*

**The method of modeling of the simplified geometrical form of the left ventricle of heart, including manifestations of the post-infarction aneurysms, such as diffusion, sacculate, fungoid, is developed on the base of R-functions.**