

УДК 514.18

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТОЧЕЧНЫХ АЛГОРИТМОВ РАСКРОЯ ЛИСТОВОГО МЕТАЛЛА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ТРУБЧАТЫХ УЗЛОВ РЕШЕТЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Малютина Т.П., к.т.н.,

Чернышева О.А.,

Краснокутский Г.Ю.

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры  
(Макеевка)*

Тел. (0623) 22-24-67

**Аннотация** – в статье предлагается вычислительный алгоритм построения разверток цилиндров с пересекающимися осями для формирования элементов решеток ферм или иных плоских и пространственных решетчатых конструкций из круглых труб.

**Ключевые слова** – БН-исчисление, симплекс плоскости, точечное уравнение, развертка, линии пересечения круговых цилиндров.

*Постановка проблемы.* В строительном производстве широко используются, так называемые, решетчатые конструкции, особенностью которых является то, что они состоят из стержней, соединенных в узлах и работающих только на растяжение-сжатие. Существуют плоские и пространственные решетчатые конструкции. Преимуществом пространственных конструкций является относительно низкий вес при больших пролетах. Наиболее широко из пространственных конструкций распространены фермы. Использование труб в легких фермах имеет ряд преимуществ: меньшая металлоемкость, меньшее количество элементов и, как следствие, меньшая трудоемкость работ и более высокая скорость возведения. Вместе с тем возникает проблема, связанная с организацией узлов таких конструкций в случае использования круглых труб. Это обусловлено геометрической сложностью пересечения труб и, связанной с этим, сложностью обработки концов элементов.

Для создания узлов металлических решетчатых конструкций, изготавливаемых из круглых труб, возникает необходимость решения ряда конструктивных и технологических задач [1]. Задачи

конструирования узлов трубчатых конструкций, состоящих из стоек, раскосов, и поясов, напрямую связаны с раскроем листового металла. Для решения этих задач необходимо создание вычислительного алгоритма построения линии раскроя составных элементов узла трубчатой конструкции.

*Анализ последних исследований.* Исследованиями графических способов построения разверток и их аналитическим описанием занимались многие учёные не только в области прикладной геометрии, но и в областях, смежных с прикладной геометрией. Например, с аналитическим описанием линий на поверхности цилиндра и их разверток связана работа [2].

Опираясь на возможность формирования геометрических образов непосредственно в пространстве, определяемом симплексом, в работе [3] был предложен способ применения вычислительных алгоритмов, полученных в БН-исчислении [4-6], при изготовлении чертежей развёрток плоских элементов тонколистовых конструкций, состоящих из кусков цилиндрических и конических поверхностей («колена», конических переходов), а также приближённых развёрток сферических элементов.

*Формулирование целей статьи.* Разработать вычислительный алгоритм для автоматизации процесса обработки концов трубчатых элементов, выполняемых как на стадии раскроя листа, с последующим изготовлением трубы (для сварных труб), так и на стадии обрезки готовой трубы (для бесшовных труб).

*Основная часть.* В прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$  зададим два прямых круговых цилиндра:

1. Цилиндр с осью  $OK$  и радиусом основания  $\rho$ , расположенным во фронтальной плоскости  $Oxz$  (рис.1).

2. Цилиндр с осью  $Ox$  и радиусом основания  $r$  (рис.1).

Угол между осями  $Ox$  и  $OK$  равен  $\pi - \delta$ .

Через точку  $O$  проведем плоскость  $OAB$  перпендикулярную оси  $OK$ , в которой зададим окружность с центром  $O$  и радиусом  $\rho$ :

$$|OA| = |OB| = \rho, \quad B(\rho \sin \delta, 0, \rho \cos \delta), \quad A(0, \rho, 0),$$

$$M = A \cos \varphi + B \sin \varphi \rightarrow \begin{cases} x = \rho \sin \delta \sin \varphi, \\ y = \rho \cos \varphi, \\ z = \rho \cos \delta \sin \varphi, \end{cases}$$

где  $M$  – текущая точка окружности,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  – текущий параметр окружности основания цилиндра с наклонной осью.

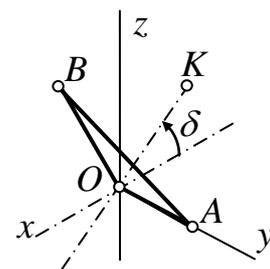


Рис. 1. Взаимное положение осей цилиндров.

Если  $|OK|=1$ , то точка  $K$  имеет координаты:  
 $x_K = -\cos \delta$ ,  $y_K = 0$ ,  $z_K = \sin \delta$ .

Из параллелограмма  $KOMM_1$  определим вершину  $M_1$ , а с ней и текущую образующую  $MM_1$  наклонного цилиндра:

$$M_1 = M + K \rightarrow \begin{cases} x_{M_1} = \rho \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta, \\ y_{M_1} = \rho \cos \varphi, \\ z_{M_1} = \rho \cos \delta \sin \varphi + \sin \delta. \end{cases}$$

Рассмотрим другой круговой цилиндр радиусом  $r$  и осью  $OE_1$ . Нормальное сечение кругового цилиндра с осью  $OE_1$  имеет уравнение:

$$N = r(E_2 \cos \theta + E_3 \sin \theta), \text{ где } 0 \leq \theta \leq 2\pi - \text{параметр.}$$

Аналогично две точки  $N$  и  $N_1 = N + E_1$  определяют текущую образующую этого цилиндра.

Если образующие  $MM_1$  и  $NN_1$  пересекаются, то они образуют линию пересечения двух цилиндров. Зададим эти образующие в едином симплексе  $OE_1E_2E_3$ :

$$A = E_2\rho, B = E_1\rho \sin \delta + E_3\rho \cos \delta, K = -E_1 \cos \delta + E_3 \sin \delta,$$

$$M = A \cos \varphi + B \sin \varphi = E_1\rho \sin \delta \sin \varphi + E_2\rho \cos \varphi + E_3\rho \cos \delta \sin \varphi,$$

$$M_1 = M + K = E_1(\rho \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta) + E_2\rho \cos \varphi + E_3(\rho \cos \delta \sin \varphi + \sin \delta),$$

$$N = E_2r \cos \theta + E_3r \sin \theta, N_1 = E_1 + E_2r \cos \theta + E_3r \sin \theta.$$

Для пересечения образующих цилиндров необходимо, чтобы они принадлежали одной плоскости. Определим согласование параметров  $\varphi$  и  $\theta$ , чтобы образующие первого и второго цилиндров не скрещивались, а пересекались. Для этого необходимо, чтобы объем пирамиды, образованной точками образующих равнялся нулю:

$$\begin{vmatrix} \rho \sin \delta \sin \varphi & \rho \cos \varphi & \rho \cos \delta \sin \varphi & 1 \\ \rho \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta & \rho \cos \varphi & \rho \cos \delta \sin \varphi + \sin \delta & 1 \\ 0 & r \cos \theta & r \sin \theta & 1 \\ 1 & r \cos \theta & r \sin \theta & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\rho \cos \varphi - r \cos \theta = 0.$$

Для пересекающихся образующих имеем соотношение:  
 $\cos \theta = \frac{\rho \cos \varphi}{r}$ . Тогда точки, определяющие образующую, принимают вид:

$$N = E_2 \rho \cos \varphi + E_3 \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi},$$

$$N_1 = E_1 + E_2 \rho \cos \varphi + E_3 \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi}.$$

Отсюда имеем условие существования образующих линий цилиндров:

$$r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi \geq 0 \rightarrow r \geq \rho \cos \varphi.$$

Учитывая, что параметр  $\varphi$  является текущим и меняется в пределах от 0 до  $2\pi$ , получим  $r \geq \rho$ .

Далее обозначаем:  $MM_1 \times NN_1 = T$ . Зададим уравнение образующей  $MM_1$ :  $T = (M_1 - M)u + M = Ku + M$ , где  $u = \frac{MT}{MM_1}$ , но

поскольку  $MM_1 = 1$ ,  $u = MT$ . Выражая значение  $u$ , как функцию от параметров  $\rho, r, \varphi, \delta$ , получим возможность построить развертку цилиндрической поверхности с осью  $OK$  с нанесением на ней линии пересечения с цилиндром с осью  $OE_2 \equiv Ox$ .

Учитывая выражения:

$$A = E_2 \rho, B = E_1 \rho \sin \delta + E_3 \rho \cos \delta, K = -E_1 \cos \delta + E_3 \sin \delta,$$

$$M = A \cos \varphi + B \sin \varphi = E_1 \rho \sin \delta \sin \varphi + E_2 \rho \cos \varphi + E_3 \rho \cos \delta \sin \varphi,$$

$$M_1 = M + K = E_1 (\rho \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta) + E_2 \rho \cos \varphi + E_3 (\rho \cos \delta \sin \varphi + \sin \delta),$$

составляем соотношение для определения  $u = MT$ :

$$\begin{vmatrix} \rho \sin \delta \sin \varphi - u \cos \delta & 1 & \rho \cos \delta \sin \varphi + u \sin \delta \\ 0 & 1 & \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi} - \rho \cos \delta \sin \varphi + u \sin \delta = 0.$$

Тогда искомое соотношение имеет вид:

$$u = MT = \frac{\rho \cos \delta \sin \varphi - \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi}}{\sin \delta}.$$

Аналогично ведем рассуждения и определяем соотношение для определения развертки линии пересечения цилиндра с осью  $OE_2$ :

$$v = -\frac{r \sin \varphi \cos 2\delta + \cos \delta \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi}}{\sin \delta}.$$

Далее приступаем к построению развертки линии пересечения круговых цилиндров радиусами нормальных сечений  $\rho$  и  $r$  с углом между осями  $\delta$  на цилиндре с осью  $OK$ .

Для первого цилиндра (рис. 2), имеем:

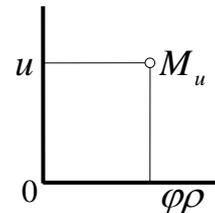


Рис. 2. Построение линии раскроя первого цилиндра.

$$M_u = \varphi\rho + u = \frac{\varphi\rho \sin \delta + \rho \cos \delta \sin \varphi - \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi}}{\sin \delta}.$$

Для второго цилиндра (рис. 3), находим:

$$M_v = \varphi r + v = \frac{\varphi r \sin \delta - r \sin \varphi \cos 2\delta - \cos \delta \sqrt{r^2 - \rho^2 \cos^2 \varphi}}{\sin \delta}.$$

Воспользуемся программным пакетом *Maple* для визуализации результатов полученного вычислительного алгоритма (рис. 4).

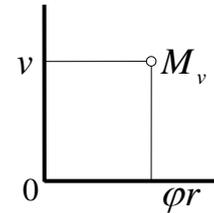


Рис. 3. Построение линии раскроя второго цилиндра.

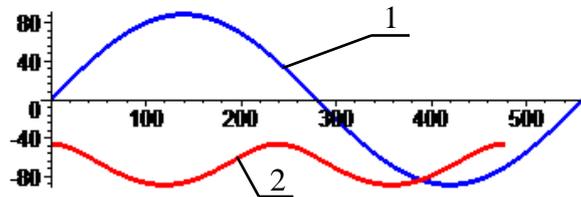


Рис. 4. Построение линий раскроя с помощью программного пакета *Maple*.

В данном случае имеет место два возможных варианта в зависимости от того какой из цилиндров считать основным, к которому тогда будет примыкать второстепенный цилиндр. Так, если считать основным первый цилиндр, то получим для второго цилиндра линию раскроя – 1 (рис. 4). Если наоборот, принять за основной второй цилиндр, то получим для первого цилиндра линию раскроя – 2 (рис. 4).

*Выводы.* Таким образом, получен вычислительный алгоритм формирования разверток пересекающихся цилиндров. Полученные численные выражения уравнений этих разверток можно использовать при изготовлении лекал для обработки элементов решетки ферм или иных плоских и пространственных решетчатых конструкций из круглых труб.

#### Литература

1. *Беленя Е.И.* Металлические конструкции. Общий курс. / Е.И.Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Веденик и др. – М.:Стройиздат, 1986. – 560 с.
2. *Лихачова В.В.* Застосування триортогональних систем для побудови геодезичної між двома точками на поверхні циліндра / В.В.Лихачова // Праці Харківського державного університету харчування та торгівлі. Випуск 24 «Геометричне та комп'ютерне моделювання». – Харків: ХДУХТ, 2009. – С. 192-196.

3. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении. Дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. / Т.П. Малютіна. – Макіївка, 1998. – 227 с.
4. *Балюба И.Г.* Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / И.Г. Балюба – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.
5. Точечное исчисление геометрических форм и его место в ряду других существующих исчислений / [Балюба И.Г., Малютіна Т.П., Конопацкий Е.В. и другие] // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. Науковий журнал №6. – Луцьк: ЛНТУ, 2011. – С. 24-29.
6. *Найдыш В.М.* Алгебра БН-исчисления / В.М. Найдыш, И.Г. Балюба И.Г., В.М. Верещага // Міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 90 «Прикладна геометрія та інженерна графіка».– Київ: КНУБА, 2012. – С. 210-215.

**ВИЗНАЧЕННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ТОЧКОВИХ  
АЛГОРИТМІВ РОЗКРОЮ ЛИСТОВОГО МЕТАЛУ ДЛЯ  
ФОРМУВАННЯ ТРУБЧАСТИХ ВУЗЛІВ ГРАТЧАСТИХ  
КОНСТРУКЦІЙ**

Т.П. Малютіна, О.О. Чернишова, Г.Ю. Краснокутський

*Анотація* - в статті пропонується обчислювальний алгоритм побудови розгорток циліндрів з осями, що перетинаються, для формування елементів грат ферм або інших плоских і просторових гратчастих конструкцій, які складаються із круглих труб.

**DETERMINATION OF COMPUTATIONAL POINT  
ALGORITHMS OF SHEET METAL CUTTING OUT TO FORM  
PIPELINE JOINTS OF LATICCED STRUCTURES**

T. Malyutina, O. Chernyshova, G. Krasnokutsky

*Summary*

The paper offers a computational algorithm of cylinders reamers formation with intersecting axes for elements of trusses lattice or other plane and space latticed structures from round pipes.