

УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КАРТОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ

Чернышева О.А.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Мелитопольская школа прикладной геометрии

Тел. (0623) 22-24-67

Аннотация – в статье представлен обзор существующих картографических проекций, которые являются математической основой географических карт, а также исследования геометров в области построения развёрток и их аналитического описания. Выявлено, что требуются дополнительные исследования, связанные с построением разверток эллипсоида вращения. Предложено использовать математический аппарат БН-исчисления для построения картографических проекций с любой наперед заданной точностью.

Ключевые слова – картографические проекции, геоид, референц-эллипсоид, БН-исчисление.

Постановка проблемы. Человечество изобрело карты задолго до того, как появилась письменность. Примитивные картографические рисунки наносили на стены пещер и бивни мамонтов, глиняные таблички, раковины и бересту, а позднее на пергамент, шелк, медные вазы. Прошедшие тысячелетия изменили облик карты: наскальные рисунки сменились рукописными бумажными картами, потом печатными гравюрами, многокрасочными полиграфическими оттисками, а теперь электронными видеоизображениями и их цветными копиями. Всё это обусловлено необходимостью постоянного использования карт и планов в инженерной практике. Без карт невозможно обойтись при всех видах планирования и проектирования сельскохозяйственного производства, планирования и строительства инженерных сооружений, освоения новых земель, использования природных ресурсов, навигации кораблей, самолетов и т.п.

Все существующие карты имеют определенные искажения и, соответственно, используются для решения какой-то конкретной задачи. Для решения же другой задачи требуется использование карты другого вида. Это привело к необходимости увязки одних картографических проекций с другими для перехода от карты одного вида к другому и обратно.

Анализ последних исследований. Создание картографических проекций началось в глубокой древности, этому способствовало представление о шарообразности Земли. Значительный вклад внесли древнегреческие ученые, мыслитель Фалес Милетский применил для карты звездного неба гномоническую проекцию. Эратосфен Киренский построил карту, изобразив на ней известную тогда грекам сушу в равнопромежуточной цилиндрической проекции. Математику и астроному Апполонию Пергскому была известна ортографическая проекция. Астроном Гиппарх использовал ортографическую и стереографическую проекции, ввел географические координаты и первым указал на то, что для точных координат нужны опорные пункты с измеренными широтами и долготами. Клавдий Птоломей построил псевдоконическую проекцию, применял другие проекции разработал способ построения конической проекции [1].

В XI в. Бируни создал глобулярную проекцию. В XV в. Генрих-Мореплаватель возродил квадратную цилиндрическую проекцию. Выдающийся картограф Г. Меркатор применил для карт мира равноугольную цилиндрическую проекцию, которая впоследствии была названа его именем.

Немецкий ученый И.Г. Ламберт построил общую теорию равноугольных проекций. Л. Эйлер исследовал равновеликие проекции. Математик К.Ф. Гаусс разработал общую теорию отображения одной поверхности на другую Французский ученый Н.А. Тиссо изложил в законченном виде общую теорию искажений в картографических проекциях. В 1856 г. российский математик П.Л. Чебышев высказал важную теорему о «наивыгоднейшей» проекции [2].

Значительный вклад в математическую картографию внесли известные российские ученые В.В. Витковский, Ф.Н. Красовский, В.В. Каврайский, Н.А. Урмаев, Г.А. Мещеряков, Г.А. Гинзбург, Л.М. Бугаевский, Л.А. Вахрамеева и др. [1].

Формулирование целей статьи. Проанализировать существующие исследования в области картографических проекций, которые являются геометрической основой карт, а также исследования геометров в области построения разверток и их аналитического описания. На этой основе, выделить геометрическую сущность проблемы построения и использования картографических проекций для проведения дальнейших исследований.

Основная часть. Географическая карта – это построенное в картографической проекции, уменьшенное, обобщенное изображение поверхности Земли, другого небесного тела или внеземного пространства, показывающее расположенные на ней объекты или явления в определенной системе условных знаков. В свою очередь, картографическая проекция – математически определенный способ

отображения поверхности Земли (либо другого небесного тела, или в общем смысле, любой искривлённой поверхности) на плоскость. Суть проекций связана с тем, что фигуру небесного тела (для Земли – геоид), не развертываемую в плоскость, заменяют на другую фигуру, развёртываемую на плоскость. При этом с эллипсоида на другую фигуру переносят сетку параллелей и меридианов. Вид этой сетки бывает разный в зависимости от того, какой фигурой заменяется эллипсоид.

Поскольку, точно определить форму геоида очень сложно, то вместо него используется эллипсоид вращения с малым сжатием, причем, берут его таких размеров и так ориентируют в теле Земли, чтобы он напоминал геоид – это, так называемый, референц-эллипсоид. Тогда точки земной поверхности, спроецированные на поверхность принятого референц-эллипсоида приобретают определённые географические координаты. Существует несколько референц-эллипсоидов, которые приняты на законодательном уровне в разных странах.

В любой картографической проекции, а следовательно и на географической карте, существуют искажения, они бывают четырёх видов: искажения длин, искажения углов, искажения площадей и искажения форм. На различных картах искажения могут быть различных размеров: на крупномасштабных они практически неощутимы, но на мелкомасштабных они бывают очень велики. Существует две классификации картографических проекций: по характеру искажений (равноугольные, равновеликие и произвольные); по виду параллелей и меридианов нормальной сетки (цилиндрические, конические, азимутальные, псевдоконические, псевдоцилиндрические и поликонические) [3]. Каждая из этих картографических проекций применяется для решения какой-то конкретной задачи. Для решения же другой задачи требуется соответственно другой вид картографических проекций. Таким образом, сформировалась новая наука, которая носит название картография. В математической картографии разрабатывается теория и методы создания картографических проекций, анализируются искажения и оцениваются достоинства проекции применительно к различным картам.

С геометрической точки зрения большинство картографических проекций – это приближённые развертки эллипсоида вращения. Развертками поверхностей и их аналитическим описанием занимались многие отечественные и зарубежные учёные. Так вопросами геометрического моделирования многогранных конструкций с плоской разверткой поверхности из модульных элементов занимался д.т.н. Мишанин И.Н. [4]. Способы алгоритмизации конструирования и

развертывания торсовых поверхностей были исследованы в работах Алимова Раджаба [5], научным руководителем которого был профессор Рыжов Н.Н., который, в свою очередь, исследовал вопросы аппроксимации сложных поверхностей развертывающимися поверхностями. Вопросами аппроксимации винтового коноида и катеноида однотипными отсеками развертываемых поверхностей занимался Бойко Л.С. [6], научным руководителем которого был профессор Пилипака С.Ф. Вопросы разработки способа развертывания участка сложной поверхности с помощью торсового посредника были исследованы в работах Павловой Ю.В. [7]. Способы развертки различных торсов были исследованы в работах профессора Скидана И.А. [8,9]. Развертки торсов 4-го порядка были исследованы в работах Мартиросова А.Л. [10]. Некоторые способы развертки эллипсоида общего вида были рассмотрены в работах Нарзуллаева С.А. и др.[11]. В БН-исчислении несколько работ принадлежит Малютиной Т.П., в которой исследован вопрос графоаналитической методики построения криволинейных разверток конических и цилиндрических поверхностей [12], Верещаге В.М. и его ученику Бездетному А.А. [13], в которой исследован способ построения условной развертки поверхности вращения, образующей которой является циклоида.

Для решения поставленной задачи выбран математический аппарат геометрического моделирования – БН-исчисление, одной из особенностей которого, является соответствие аналитических операций каждой графической операции построения геометрического объекта. Таким образом, имея графический алгоритм построения, его можно представить в виде нескольких аналитических операций, которые в совокупности представляют собой вычислительный алгоритм, легко реализуемый с помощью современной компьютерной техники. Такой подход даёт возможность построить развертку неразвертываемой поверхности с любой наперед заданной точностью, что позволит аналитически переносить графическую информацию из референц-эллипсоида на карту и обратно.

Выводы. В статье проанализированы существующие картографические проекции, которые являются математической основой географических карт. Выявлено, что разнообразие видов картографических проекций обусловлено тем, что каждый определенный их вид предназначен для решения конкретной задачи. С геометрической точки зрения, картографические проекции – это развертки эллипсоида вращения. В связи с этим проанализированы исследования геометров в области построения разверток и их аналитического описания. Выявлено, что требуются дополнительные исследования, связанные с построением разверток эллипсоида

вращения. Предложено использовать математический аппарат БН-исчисление для создания такой картографической проекции, которая будет универсальной для решения практических задач, связанных с географическими картами, что позволит избежать трудностей связанных с переходом от карты одного вида к карте другого вида.

Литература

1. *Серапинас Б.Б.* Математическая картография / Б.Б. Серапинас – М.: Академия, 2005. – 336 с.
2. *Сидоров Л.А.* Конспект лекций „Основные элементы карты» по курсу «Картография». Часть 1 (для студентов специальности "Землеустройство и кадастр" дневной и заочной форм обучения) / Л.А. Сидоров, М.И. Лобов, А.В. Живогляд, И.Г. Садовская // – Макеевка: ДонНАСА, 2012. – 32 с.
3. *Берлянт А.М.* Картография / А.М. Берлянт – М.: Аспект Пресс, 2002. – 336с.
4. *Мишанин И.Н.* Геометрическое моделирование многогранных конструкций с плоской разверткой поверхности из модульных элементов: дис. д-ра техн. наук / И.Н. Мишанин – Пенза, 2002г – 336 с.
5. *Алимов Р.У.* К вопросу построения разверток поверхностей технических форм/ Р.У. Алимов //Вопросы санитарной техники, организации строительства и строительных машин. – Вып. 262. – ТашПИ, 1979.
6. *Бойко Л.С.* Аппроксимация гвинтового коноїда і катеноїда однотипними відсіками розгортних поверхонь: дис. канд. техн. наук: 05.01.01 / Л.С. Бойко – К: КНУБА, 2013. – 176с.
7. *Павлова Ю.В.* Комплекс программ разверток неразвертывающихся поверхностей вращения/ Ю.В. Павлова, Р.А. Сакаев // Проблемы графической технологии: тезисы докладов научно-технической конференции (24-26 октября 1991г), часть II. – Севастополь: СВВМИУ, 1991. – 90с.
8. *Скидан И.А.* Принцип составления табличных чертежей разверток пересекающихся цилиндров / И.А. Скидан, А.М. Скирда // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Вып.20. – К.: Будівельник, 1975.
9. *Скидан И.А.* Развертка торсов с ребром возврата на круговом конусе. / И.А. Скидан // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Вып. 1. – К.: Вища школа, 1977.
10. *Мартыросов А.А.* О касании развертываемых поверхностей друг по другу./ А.А Мартыросов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Вып. 1. – К.: Вища школа, 1977.

11. *Нарзулаев С.А.* Об одном способе развертывания поверхности эллипсоида общего вида./ С.А. Нарзулаев // Прикладная геометрия и инженерная графика: республиканский межведомственный научно-технический сборник. – Вып. 18. – К.: Будівельник, 1974. – 168 с.
12. *Малютина Т.П.* Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении: дис. канд. техн. наук: 05.01.01 / Т.П. Малютіна. – Макіївка, 1998. – 227 с.
13. *Верещага В.М.* Побудова умовної розгортки поверхні обертання, твірної якої є циклоїда / В.М. Верещага, Т.О. Шпігановіч, А.О. Бездітний // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Випуск 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т.47. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – 164с.

ГЕОМЕТРИЧНІ ОСНОВИ КАРТОГРАФІЧНИХ ПРОЕКЦІЙ

О.О. Чернишова

Анотація – у статті представлено огляд існуючих картографічних проекцій, які є математичною основою географічних карт, а також дослідження геометрів в області побудови розгорток і їх аналітичного опису. Виявлено, що потрібні додаткові дослідження, пов'язані з побудовою розгорток еліпсоїда обертання. Запропоновано використовувати математичний апарат БН-числення для побудови картографічних проекцій з будь-якою наперед заданою точністю.

GEOMETRICAL BASES CARTOGRAPHIC PROJECTIONS

O. Chernyshova

Summary

In the article the review of existent cartographic projections which are mathematical basis of geographical maps, and also research of geometers, is presented in area of construction of involutes and their analytical description. It is exposed, that additional researches, related to the construction of involutes of ellipsoid of rotation, are required. It is suggested to use a mathematical vehicle BN-calculation for the construction of cartographic projections with any in advance set exactness.