

УДК 514.182.7

## **ФОРМУВАННЯ РЕБРИСТИХ БЕЗМОМЕНТНИХ ПОКРИТТІВ З ЗАДАНИМ МАЛЮНКОМ РЕБЕР**

Романова Ю.В., аспірант\*

*Київський національний університет будівництва та архітектури*

Тел. (044) 241-55-19

**Анотація** – в статті запропоновано спосіб формування безмоментних покриттів на основі використання рівноважних неупорядкованих сіток, що дає можливість моделювати покриття із заданою геометрією малюнку ребер. Рівновага вузлів на поверхні покриття забезпечується за рахунок використання різних коефіцієнтів натягнення у в'язях.

**Ключові слова** - статико-геометричний метод, рівноважні неупорядковані сітки, ребристі оболонки, безмоментні покриття, дискретні каркаси поверхонь, коефіцієнти натягнення у в'язях.

*Постановка проблеми.* Існують ребристі оболонки з найрізноманітнішими малюнками ребер. Безмоментна оболонка, яка утворюється під дією власної ваги, представляє собою найкращу форму[1].

Такі поверхні описуються диференціальними рівняннями з заданими крайовими умовами. В загальному випадку такий опис поверхонь не дозволяє перейти до аналітичного. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь дозволяють визначити дискретні каркаси таких поверхонь з певним кроком. Зокрема статико-геометричний метод дозволяє будувати такий каркас у вигляді сітки [2].

*Аналіз останніх досліджень.* Статико-геометричний метод формування дискретних точкових каркасів поверхонь дає змогу будувати рівноважні сітки на будь-якому опорному контурі і включити у сітку окремі довільно задані вузли [3]. При цьому така сітка є дискретною моделлю поверхні безмоментного покриття. Відомо багато робіт, в яких цей метод застосовувався для формування каркасів поверхонь топологічно правильних сіток. В роботі [4] запропоновано спосіб формування дискретних каркасів безмоментних оболонок з неупорядкованою сіткою.

*Формування цілей статті.* На основі статико-геометричного

---

\* Науковий керівник: д.т.н., професор Ковальов С.М.

методу розробити спосіб формування ребристих безмоментних покриттів з довільним рисунком ребер покриття на будь-якому заданому опорному контурі.

*Основна частина.* Довільний рисунок ребер покриття у загальному випадку не відповідає топологічно правильній сітці і тому виникає необхідність у розробці системи нумерації вузлів неупорядкованої сітки. Розв'язання цієї задачі пропонується виконати на основі топологічної деформації топологічно неупорядкованої сітки на сітку упорядковану, де система нумерації вузлів відома.

При цьому результат топологічного перетворення неупорядкованої сітки має бути такий, щоб її вузли накладались на вузли правильної сітки, і таке перетворення не є однозначним. Різні варіанти дозволяють пронумерувати вузли, що віднесені до правильної сітки.

Незмінність заданого рисунку ребер можна забезпечити за рахунок різного натяжіння в'язей, використовуючи відповідні коефіцієнти натяжіння.

При заданих координатах вузлів у плані, рівновага вузлів сітки забезпечується за рахунок невідомих коефіцієнтів натяжіння (рис 1).

$$\begin{aligned}(x_1 - x_M)K_1 + (x_2 - x_M)K_2 + \dots + (x_n - x_M)K_n &= 0, \\ (y_1 - y_M)K_1 + (y_2 - y_M)K_2 + \dots + (y_n - y_M)K_n &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

де  $M$  – центральний вузол зірки сітки;

1,2,...- нумерація навколишніх вузлів зірки сітки;

$n$  – кількість в'язей сітки, які виходять з центрального вузла;

$K_i$ - коефіцієнт натяжіння у відповідних в'язях.

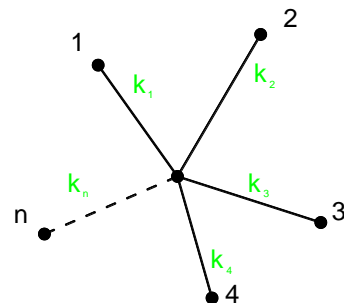


Рис. 1.

У статико-геометричному методі можуть використовуватись різні коефіцієнти натяжіння у в'язях, які є пропорційні довжинам в'язей.

Число коефіцієнтів натяжіння має дорівнювати числу рівнянь рівноваги. Однак в'язей у сітці більше, ніж число рівнянь, тому необхідно назначити в'язі, в яких коефіцієнти будуть невідомими, а в інших в'язях їх задати ( $K=1$ ).

Виникає питання вибору в'язей, у яких коефіцієнти необхідно задати, а в яких вважати їх невідомими.

В'язі, в яких коефіцієнти натяжіння невідомі, визначаються з наступних умов:

1 - Якщо при умові заданих координат вузла та прикладених до нього зусиль немає в'язей з невідомим коефіцієнтом натяжіння, вузол

є невірноваженим.

2 - Якщо при заданих координатах вузла призначено тільки одну в'язь з невідомим коефіцієнтом натягіння, отримаємо несумісні рівняння проєкцій зусиль на вісі ОХ та ОУ.  $K_x \neq K_y$ .

3 – Система рівнянь рівноваги не розв'язується, якщо містить лінійно-залежні рівняння. Умова залежить від координат заданих вихідних вузлів у плані.

Виконання цих умов не є достатнім для однозначного вибору сукупності в'язей з невідомими коефіцієнтами натягіння, але кожен з можливих варіантів дає однакові результати при знаходженні значень аплікату.

Коефіцієнти натягіння у в'язях, які обчислюються за допомогою розв'язання системи рівнянь рівноваги у плані, не є достатньою умовою для складання системи рівнянь рівноваги проєкцій зусиль на вісь ОZ, оскільки невідоме зовнішнє навантаження на вузли сітки має забезпечувати належність всіх вузлів до однієї поверхні. Зусилля зовнішнього навантаження визначаються за допомогою параболоїда [4]:

$$Z = \frac{X^2 + Y^2}{2p}. \quad (2)$$

Згідно з [4] можна стверджувати, що зовнішнє навантаження, яке врівноважує довільний вузол сітки, залежить тільки від кроку  $h$  сітки та параметра параболоїда  $p$ .

Складемо систему рівнянь рівноваги проєкцій зусиль на вісь ОZ з урахуванням вертикального навантаження на вузли сітки:

$$(z_1 - z_M)K_1 + (z_2 - z_M)K_2 + \dots + (z_n - z_M)K_n + k'P_M = 0. \quad (3)$$

З рівняння (2) обчислимо значення аплікату вузлів при визначених у плані коефіцієнтах:

$$Z_M = \frac{X_M^2 + Y_M^2}{2p}; \quad Z_1 = \frac{X_1^2 + Y_1^2}{2p}; \quad Z_2 = \frac{X_2^2 + Y_2^2}{2p}; \quad Z_n = \frac{X_n^2 + Y_n^2}{2p}. \quad (4)$$

При підстановці (4) до (3) визначаємо зовнішнє навантаження на довільний вузол М:

$$k'P_1 = \frac{((X_M^2 + Y_M^2) - (X_1^2 + Y_1^2))K_1 + ((X_M^2 + Y_M^2) - (X_2^2 + Y_2^2))K_2 + \dots + ((X_M^2 + Y_M^2) - (X_n^2 + Y_n^2))K_n}{2p}, \quad (5)$$

де  $X_M, Y_M$  - координати центрального вузла зірки сітки;

$X_i, Y_i$  - координати навколишніх вузлів зірки сітки.

Якщо прийняти  $-\frac{1}{2p} = k$ , остаточно маємо значення

навантаження на довільний вузол топологічно неправильної сітки:

$$k'P = k[(X_{i,j}^2 + Y_{i,j}^2) \sum_{l=1}^n K_l - \sum_{l=1}^n (X_{i,j,l}^2 + Y_{i,j,l}^2) K_l], \quad (6)$$

де  $i, j$  – нумерація центральних вузлів зірок сітки;

$l$  – нумерація в'язей кожної зірки;

$n$  – число в'язей у кожній зірці;

$k$  – коефіцієнт пропорційності.

При підстановці (6) до (3) отримаємо остаточне рівняння рівноваги проєкцій зусиль у довільному вузлі топологічно неправильної сітки на вісь OZ:

$$\sum_{l=1}^n Z_{i,j,l} K_l - Z_{i,j} \sum_{l=1}^n K_l + k[(X_{i,j}^2 + Y_{i,j}^2) \sum_{l=1}^n K_l - \sum_{l=1}^n (X_{i,j,l}^2 + Y_{i,j,l}^2) K_l] = 0. \quad (7)$$

Рівняння (7) справедливе для сітки на будь-якому опорному контурі, так як може розглядатись як скінченнорізницева апроксимація диференціального рівняння поверхні.

Приклад.

Дискретно задано чотири однакові параболічні арки на площині  $X=0$ ;  $X=6$ ;  $Y=0$ ;  $Y=6$ ; координати вузлів арок опорного контуру, значення яких виділено жирною лінією у таблиці 1. Задано топологічну схему невпорядкованої сітки (рис. 2,а) та аплікату вузла F ( $Z_{00}=2$ ).

Необхідно визначити невідомі аплікати внутрішніх вузлів та побудувати поверхню із заданою сіткою на плані.

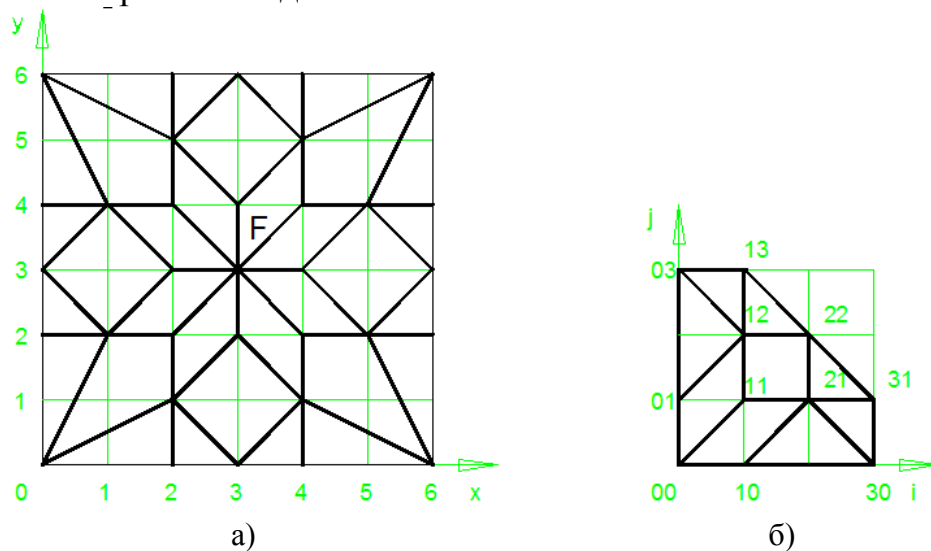


Рис. 2.

Для визначення невідомих коефіцієнтів натяжіння складаємо систему рівнянь рівноваги (1) проєкцій зусиль на вісі OX та OY, при розв'язанні якої отримаємо значення коефіцієнтів (рис. 3):

$$K_1 = -2,75, K_2 = 2,75, K_3 = 0,5, K_4 = 0,25.$$

$$\text{Попередньо задавши: } K_5 = K_6 = K_7 = 1.$$

За абцисами та ординатами у відповідності до (5) знайдено значення вертикальних навантажень на вузли сітки, які розміщені у четвертому рядку кожної клітини таблиці 1. Після чого, з урахуванням симетрії, складено систему рівнянь (7) рівноваги проєкцій зусиль на вісь OZ.

Результати розв'язання цієї системи наведено у третій рядках таблиці 1, за якими на рисунку 4 побудовано сітку ребер безмоментного покриття:

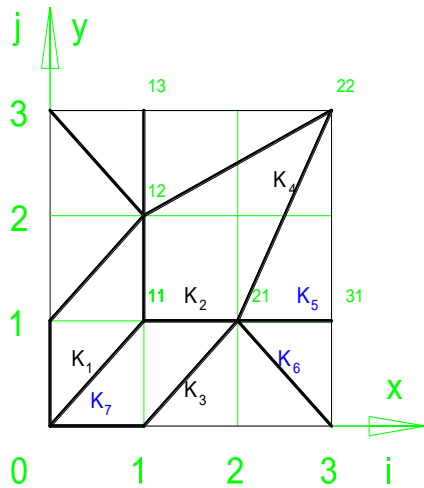


Рис. 3.

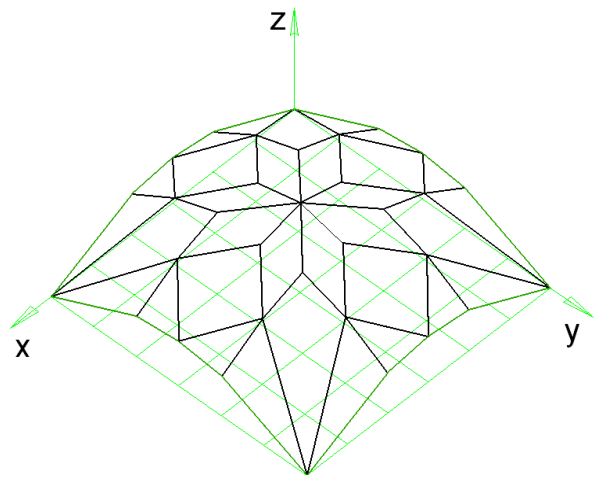


Рис. 4.

Таблиця 1.

Аплікати вузлів сітки з заданими крайовими умовами.

j=3	x	0	1	2	3
	y	3	3	3	3
	z	0.9	0.8	0.5	0
	kP	-	-	-	-
j=2	x	-	1	3	3
	y	-	2	3	2
	z	-	1.4	0	0.5
	kP	-	22.5k	-	-
j=1	x	0	1	2	3
	y	1	1	1	1
	z	1.88	1.76	1.4	0.8
	kP	3k	22k	22.5k	-
j=0	x	0	1	-	3
	y	0	0	-	0
	z	2	1.88	-	0.9
	kP	3.5k	3k	-	-
		i=0	i=1	i=2	i=3

*Висновки.* На основі статико-геометричного методу запропоновано спосіб формування ребристих безмоментних покриттів

з довільним заданим у плані рисунком ребер покриття на будь-якому заданому опорному контурі. Рівновага вузлів на поверхні покриття забезпечується за рахунок використання різних коефіцієнтів натягіння у в'язях.

#### Література

1. *Козлов Д.Ю.* Архитектура и современные информационные технологии / Д.Ю. Козлов // Международный электронный научно-образовательный журнал по научно-техническим и учебно-методическим аспектам современного архитектурного образования и проектирования с использованием видео и компьютерных технологий. – Вип. №1(2). – М: МАРХИ, 2008.
2. *Ковалев С.Н.* Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дисс....д-ра техн. наук: 05.01.01/ С.Н. Ковалев. – Киев. 1986. – 348 с.
3. *Ковальов С.М.* Двовимірна суцільна дискретна інтерполяція на правильній сітці з заданим контуром / С.М.Ковальов, В.О. Вязанкін // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип.73. – К.: КНУБА, 2003. – С. 39-44.
4. *Кащенко О.В.* Формування в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів: дисс.... д-ра техн. наук: 05.01.03/ О.В. Кащенко. – К.: КНУБА, 2013. – 250с.

### **ФОРМИРОВАНИЕ РЕБРИСТЫХ БЕЗМОМЕНТНЫХ ПОКРЫТИЙ С ЗАДАНЫМ РИСУНКОМ РЕБЕР**

Ю.В. Романова

**Аннотация** – в статье предложен способ формирования безмоментных покрытий на основе использования равновесных неупорядоченных сетей, что позволяет моделировать покрытия с заданной геометрией рисунка ребер.

### **FORMATION MOMENTLESS RIBBED COVERINGS WITH THE GIVEN GEOMETRY OF RIBS**

J. Romanova

#### **Summary**

**This article proposed method of forming momentless coverings on the basis of balanced unregular nets, which gives possible to model the covers with the given geometry of ribs.**