

УДК 514.18

## **РІВНОВАГА ВУЗЛА ДИСКРЕТНОЇ ДВОВИМІРНОЇ ТА ОДНОВИМІРНОЇ СТРУКТУРИ НА ПЛОЩИНІ**

Романова Ю.В., аспірант\*

*Київський національний університет будівництва та архітектури  
(Україна)*

*Визначено залежність між параметрами зовнішнього навантаження та коефіцієнтами пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин у врівноваженому вузлі при заданих координатах вузлів дискретної двовимірної та одновимірної структури на площині.*

*Ключові слова: дискретна структура на площині, рівновага вузла, управляючі параметри, коефіцієнти напруження у в'язях.*

**Постановка проблеми.** Статико-геометричний метод формування дискретних структур дозволяє як визначити дискретний точковий каркас неперервної структури (лінії, поверхні та інш.) з довільно заданим чи невідомим кроком дискретизації, так і керувати формою структури [1]. При цьому управляючими параметрами можуть бути опорний контур, координати окремих внутрішніх вузлів, параметри зовнішнього формоутворюючого навантаження (напрямок та величини зусиль), коефіцієнти пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин. Вплив останніх з приведених параметрів на форму структури вивчено недостатньо.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомі окремі роботи [2,3], де різні коефіцієнти натягнення в'язей дискретної двовимірної сітки використовувались лише для управління формою контуру [3] або враховували різне натягнення ниток основи та утка при формуванні поверхні тентових покриттів [2]. До того ж коефіцієнти натягнення в'язей контуру призначались однаковими для усього контуру [3] або були однаковими вздовж усіх ниток основи або утка тканини, тобто коефіцієнти натягнення вздовж одного напрямку сітки мали однакові значення.

**Формулювання цілей статті.** Ціллю статті є визначення залежності між параметрами зовнішнього навантаження та коефіцієнтами пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин у врівноваженому вузлі при заданих координатах вузлів дискретної двовимірної та одновимірної структури на площині.

---

\* Науковий керівник – д.т.н., проф. Ковальов С.М.

**Основна частина.** Можлива безкінечна множина варіантів розподілу зовнішніх зусиль на вузли каркаса поверхні. Рівновага вузла забезпечується за рахунок різних коефіцієнтів напруження у в'язях. Є можливою безкінечна множина варіантів значень цих коефіцієнтів.

У статико-геометричному методі прийнято зусилля у в'язях вважати пропорційними до довжин цих в'язей, що забезпечує лінійність системи рівнянь рівноваги та, як наслідок, - можливість вибору з множини єдиного рішення.

При заданих вузлах контуру невідомими можуть бути, як координати внутрішніх вузлів, так і коефіцієнти напруження. Рівновагу сітки, координати вузлів якої задані (рис. 1,а), можна забезпечити, у відповідності зі статико-геометричним методом, за рахунок різних коефіцієнтів напруження у в'язях, причому їх число має дорівнювати числу рівнянь рівноваги. При вирішенні рівнянь рівноваги відносно цих коефіцієнтів, можна визначити при яких коефіцієнтах вузли сітки будуть займати задане положення.

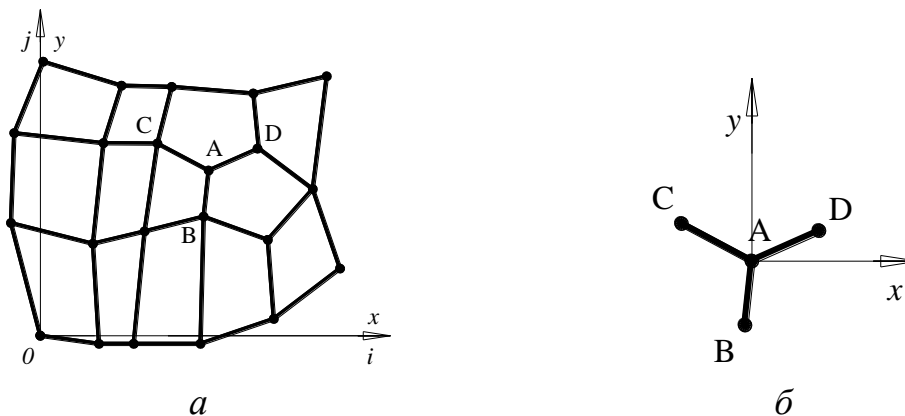


Рис. 1.

Елементом такої сітки є зірка, яка складається із центрального вузла; в'язей, які сходяться у цьому вузлі та навколишніх вузлів, що належать цим в'язям (рис. 1,б).

У загальному випадку у вузлі А може сходитись  $n$  в'язей. Для вибору єдиного рішення необхідно провести параметричний аналіз рівноваги одного вузла.

При заданих координатах вузлів дискретної двовимірної структури в околі вузла М на площині є можливою  $\infty^n$  варіантів рівноваги вузла при довільноспрямованому навантаженні  $kP$  (рис. 2) (де  $n$  - число в'язей у вузлі), оскільки у кожній в'язі можна задати однопараметричну множину зусиль  $kP$ . Тоді рівняння рівноваги вузла М має вигляд:

$$\begin{aligned} (x_A - x_M)k_{AM} + (x_B - x_M)k_{BM} + \dots + (x_N - x_M)k_{NM} + kP_x &= 0, \\ (y_A - y_M)k_{AM} + (y_B - y_M)k_{BM} + \dots + (y_N - y_M)k_{NM} + kP_y &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

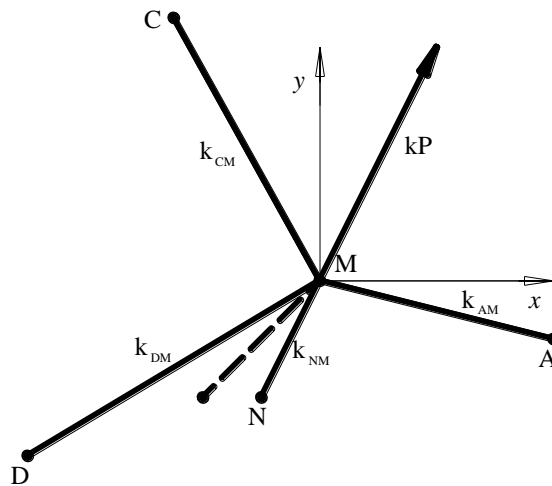


Рис. 2

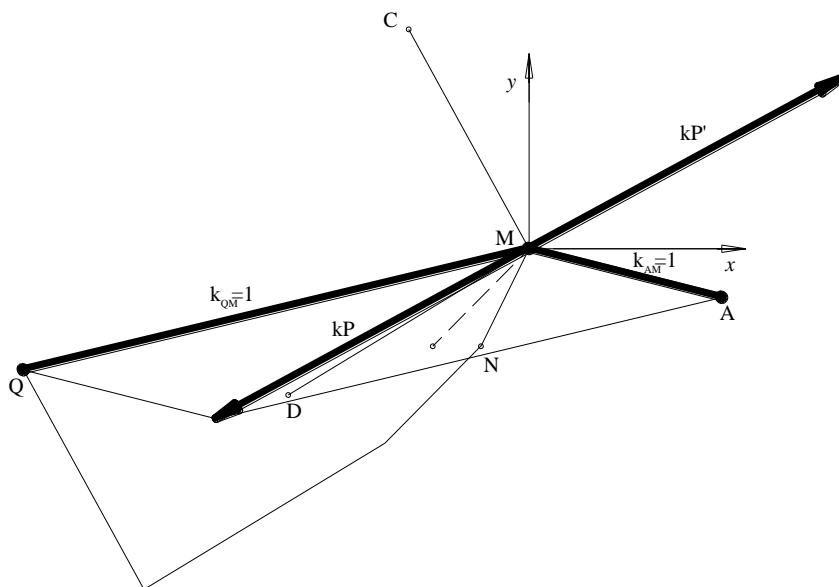


Рис. 3

Якщо навантаження  $kP$  невідоме, двовимірну дискретну структуру можна перетворити на одновимірну (рис. 3), оскільки задані  $n-1$  зусилля зводяться до однієї рівнодіючої  $\overline{MQ}$  ( $k_{MQ}=1$ ). Та заданим вважається зусилля у в'язі  $AM$  ( $k_{AM}=1$ ).

Рівновага вузла одновимірної дискретної структури на площині

*Окремий випадок 1.* При заданих вузлах  $A_{i-1}$  та  $B_{i+1}$ , можлива  $\infty^2$  варіантів рівноваги середнього вузла  $M_i$  одновимірної дискретної структури на площині при довільно спрямованому зовнішньому навантаженні  $kP$  та двох змінних параметрах  $k_1$  та  $k_2$  (рис. 4). Рівняння рівноваги вузла  $M_i$  має вигляд:

$$\begin{aligned} k_1(x_{i-1} - x_i) + k_2(x_{i+1} - x_i) + kP_x &= 0, \\ k_1(y_{i-1} - y_i) + k_2(y_{i+1} - y_i) + kP_y &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

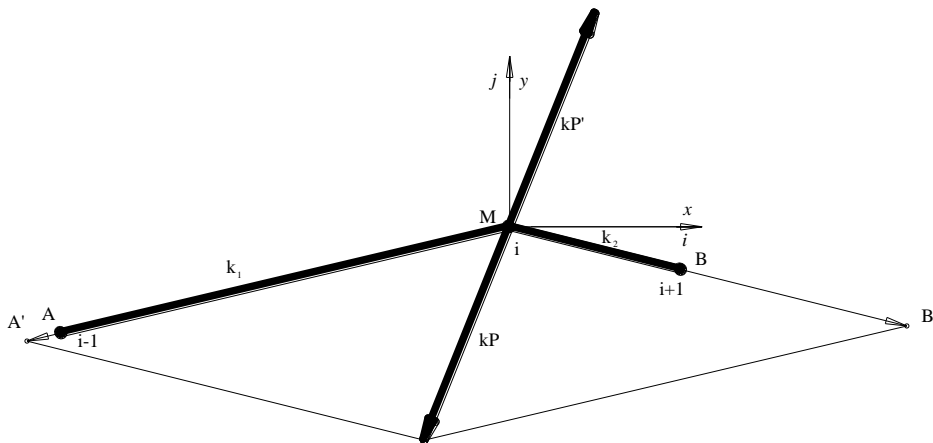


Рис. 4

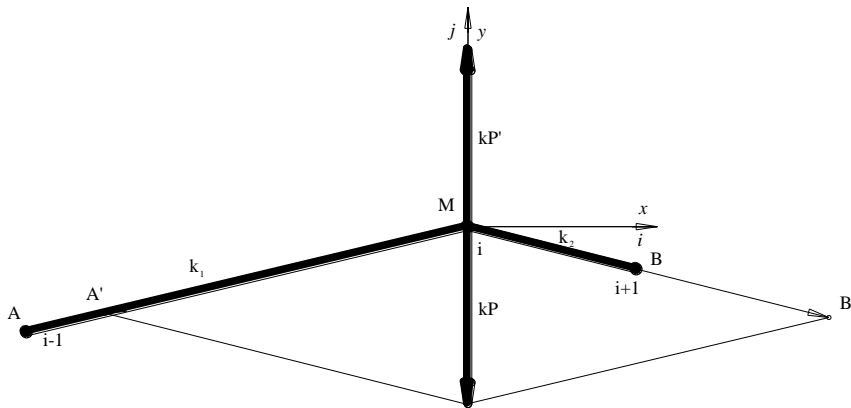


Рис. 5

Параметри зовнішнього навантаження  $P$  та коефіцієнтів напруження у в'язях  $k_1$  та  $k_2$  зв'язані функціональною залежністю:

$$k_2 = \frac{k[P_x(y_{i-1} - y_i) - P_y(x_{i-1} - x_i)]}{x_{i-1}(y_{i+1} - y_i) + x_i(y_{i-1} - y_{i+1}) + x_{i+1}(y_i - y_{i-1})}, \quad (3)$$

звідки можна визначити залежність кожного з параметрів  $P_x, P_y, k$  та  $k_1$  від решти. Наприклад:

$$P_x = \frac{kP_y(x_{i-1} - x_i) + k_2[x_{i-1}(y_{i+1} - y_i) + x_i(y_{i-1} - y_{i+1}) + x_{i+1}(y_i - y_{i-1})]}{k(y_{i-1} - y_i)}, \quad (4)$$

$$k_1 = \frac{k[P_x(y_{i+1} - y_i) - P_y(x_{i+1} - x_i)]}{x_{i-1}(y_i - y_{i+1}) + x_i(y_{i+1} - y_{i-1}) + x_{i+1}(y_{i-1} - y_i)}. \quad (5)$$

Рівняння (3)-(5) описують лінійну залежність між параметрами  $k_1, k_2, P_x$  та  $P_y$ .

*Окремий випадок 2.* Якщо зовнішнє навантаження  $kP$  вертикальне – можлива  $\infty^1$  варіантів рівноваги вузла (рис. 5), оскільки кожному значенню  $kP$  відповідає тільки одна пара параметрів  $k_1$  і  $k_2$ .

Рівняння рівноваги вузла  $M_i$  має вигляд:

$$\begin{aligned} k_1(x_{i-1} - x_i) + k_2(x_{i+1} - x_i) &= 0, \\ k_1(y_{i-1} - y_i) + k_2(y_{i+1} - y_i) + kP_y &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Параметри  $kP$  та  $k_1, k_2$  зв'язані функціональною залежністю:

$$k_2 = \frac{-kP_y(x_{i-1} - x_i)}{x_{i-1}(y_{i+1} - y_i) + x_i(y_{i-1} - y_{i+1}) + x_{i+1}(y_i - y_{i-1})}, \quad (7)$$

звідки можна визначити залежність кожного з параметрів  $P_y, k_1$  від решти:

$$kP_y = \frac{-k_2[x_{i-1}(y_{i+1} - y_i) + x_i(y_{i-1} - y_{i+1}) + x_{i+1}(y_i - y_{i-1})]}{x_{i-1} - x_i}, \quad (8)$$

$$k_1 = \frac{-kP_y(x_{i+1} - x_i)}{x_{i-1}(y_i - y_{i+1}) + x_i(y_{i+1} - y_{i-1}) + x_{i+1}(y_{i-1} - y_i)}. \quad (9)$$

Рівняння (7) – (9) описують лінійну залежність між параметрами  $P_y, k_1$  та  $k_2$ .

Якщо в загальному випадку, який показано на рис. 2, силу  $kP$  задано, то задача зводиться до встановлення рівноваги як у тризв'язному вузлі (рис. 6). Для цього необхідно задати коефіцієнти напруження у  $n-2$  в'язях. Усі задані  $n-2$  зусилля зводяться до однієї рівнодіючої  $MQ$  ( $k_{MQ}=1$ ).

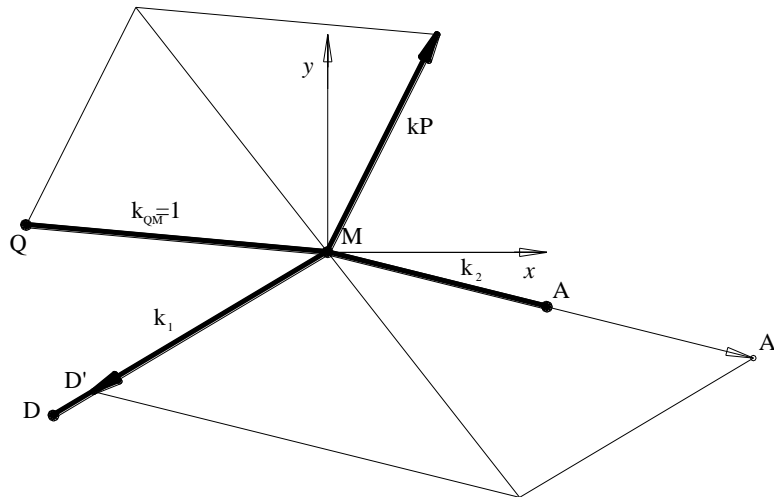


Рис. 6

Параметри зовнішнього навантаження  $kP$  та коефіцієнтів  $k_1$  і  $k_2$  напруження у в'язях зв'язані функціональними залежностями (10), (11):

$$k_1 = \frac{x_A(y_Q + kP_y) - y_A(x_Q + kP_x)}{x_D y_A - x_A y_D}, \quad (10)$$

$$k_2 = \frac{y_D(x_Q + kP_x) - x_D(y_Q + kP_y)}{x_D y_A - x_A y_D}. \quad (11)$$

**Висновки.** Визначено залежності між параметрами зовнішнього навантаження та коефіцієнтами пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин у врівноваженому вузлі при заданих координатах вузлів дискретної двовимірної та одновимірної структури на площині.

### **Література**

1. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01/ С.Н. Ковалев. – М.:МАИ, 1986. – 320 с.
2. Королюк С. В. Формообразование тентовых поверхностей с учетом деформации материала покрытий: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / С.В. Королюк. – К.:КИСИ, 1986. – 164 с.
3. Чан Хонг Хай . Управление формой растянутых систем на основе функционального сложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Чан Хонг Хай; КНУСА. – К., 1994. – 124 с.

## **РАВНОВЕСИЕ УЗЛА ДИСКРЕТНОЙ ОДНОМЕРНОЙ И ДВУМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ НА ПЛОСКОСТИ**

Романова Ю.В.

*Определена зависимость между параметрами внешней нагрузки и коэффициентами пропорциональности усилий натяжения или сжатия связей к их длинам в уравновешенном узле при заданных координатах узлов дискретной одномерной и двумерной структуры на плоскости.*

*Ключевые слова: дискретная структура на плоскости, равновесие узла, управляющие параметры, коэффициенты напряжения в связях.*

## **BALANCE OF NODE DISCRETE ONE-DIMENSIONAL AND TWO-DIMENSIONAL STRUCTURE ON A PLANE**

J. Romanova

*Definition of dependencies between parameters of the external load and coefficient of proportionality efforts tension or compression in links to their lengths in a balanced node with the given coordinates nodes of discrete two-dimensional and one-dimensional structure of the plane.*

*Key words: discrete structure on a plane, equilibrium of node, the control parameters, coefficient of efforts tension or compression in rods.*