УДК 514.18

СПОСІБ ЗГОРТАННЯ (РОЗГОРТАННЯ) ЧАРУНОК

Верещага В.М., д.т.н.,
Адоньєв Є.О., к.т.н.,
Павленко О.М.
Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
ім. Богдана Хмельницького (Україна)

У статті роглядається можливість одночасного комбінування чарунок різної форми для реконструкції дискретно поданої поверхні.

Ключові слова: дискретно подана поверхня (ДПП), чарунка, точкове Балюби-Найдиша числення, парболічна поверхня Балюби, точки згортання (розгортання) чарунок, реконструкція ДПП.

Постановка проблеми. Досить часто виникає задача реконструкції дискретно поданої поверхні (ДПП), контур якої у плані обмежується криволінійною формою. При упорядкуванні вихідних даних ДПП застосовуванням сіток з чотирикутними чарунками на межі майже завжди виникають чарунки у вигляді трикутників. Застосування традиційних аналітичних методів, для реконструкції сегменту поверхні у межах трикутникових чарунок, потребує окремих способів, при цьому, завжди виникають додаткові труднощі, що ускладнює програмну реалізацію. Тому, у цій статті пропонується розглядати трикутну чарунку як чотирикутну, у якої дві вершини співпали, і застосувати для її реконструкції спосіб побудови параболічної поверхні Балюби [3]. На наш погляд, розв’язання цієї задачі надасть можливість застосування єдиного способу для реконструкції ДПП як у середині сегменту, де є чотирикутні чарунки, так і на його межі, а також для областей визначення сегменту, що мають форму клину.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Достатньо ґрунтовний аналіз, стосовно реконструкції ДПП, наведено у [4], у якому наголошується, що моделювання поверхонь розвивається у двох напрямках, таких як неперервне моделювання лінійних каркасів ДПП, з виходом на послідовну двовимірну інтерполяцію, та поліноміальна двовимірна інтерполяція точкового масиву узагальненими поліномами, раціональними функціями і методами ВДГМ. Іншим способом реконструкції ДПП, що використовує трикутні чарунки, є тріангуляція. Її головною перевагою є те, що вона може інтерполювати ДПП, межа якої має довільну форму, але, при цьому, процес встановлення суміжних елементів є доволі складними [2, 6, 7, 8]. Однак, використання трикутної та чотирикутної сіток, у єдиному процесі реконструкції сегментів однієї ДПП, викликає труднощі.

Формулювання цілей статті. Розробити універсальний спосіб реконструкції ДПП, що визначена чотири- та трикутниковими чарунками.

Основна частина. Розвиток нового геометро-математичного апарату БН-числення [5] дозволяє формалізувати процес реконструкції сегменту упорядкованої ДПП, на базі параболічних поверхонь Балюби (ППБ) [3], у вигляді точкового рівняння, за допомогою якого у одному сегменті ДПП стає можливим поєднати три- та чотирикутні чарунки.

Виходячи зі сказаного, використаємо ППБ, обґрунтуємо використання способу згортання (розгортання) чарунок, що був запропонований у [1], який дає можливість, у процесі реконструкції ДПП, комбінувати застосування три- та чотирикутні чарунки, не змінюючи, при цьому, методики реконструкції.

Поверхня типу лупа на базі 9-ти дійсних та трьох невласних точок створюється у результаті переміщення твірної лінії PQR, по криволінійним напрямним $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$ (рис. 1).

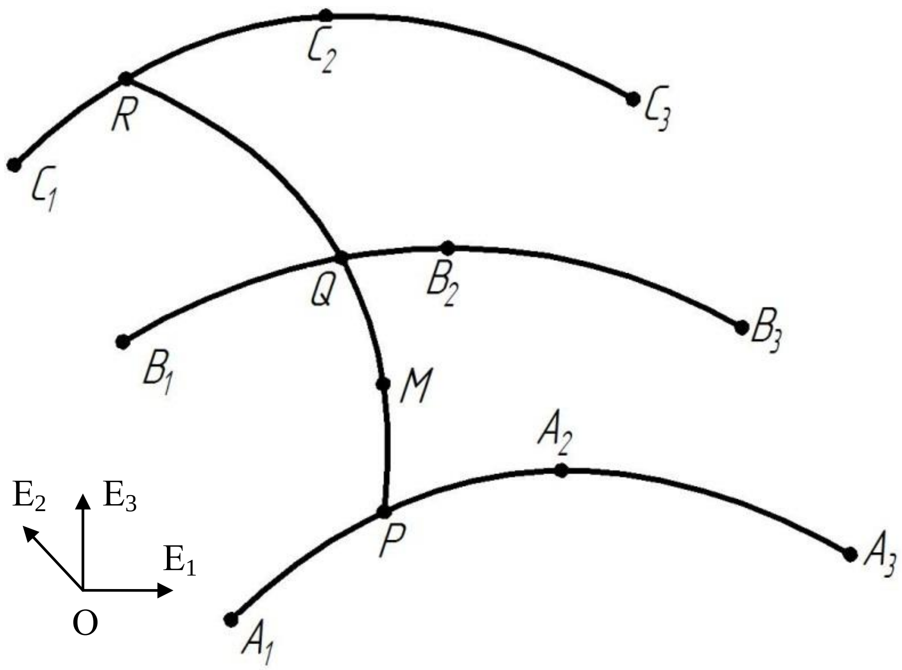


Рис. 1. Сегмент поверхні типу лупа на базі 9-ти дійсних та трьох невласних точок

Точкове рівняння, що визначає сегмент цієї поверхні у довільному одиничному симплексі $OE_1E_2E_3$ має вигляд (1):

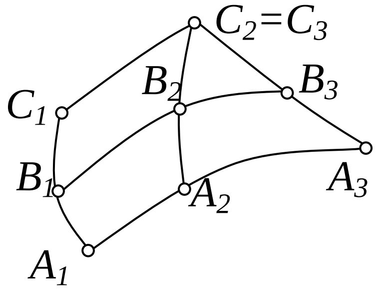
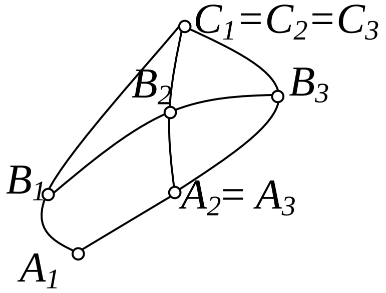
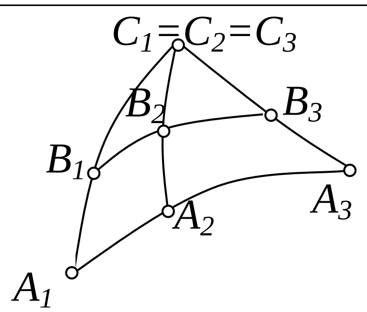
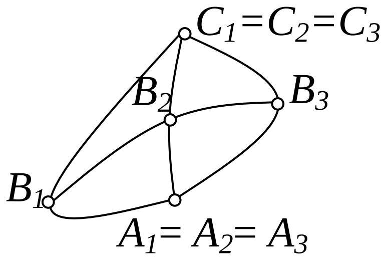
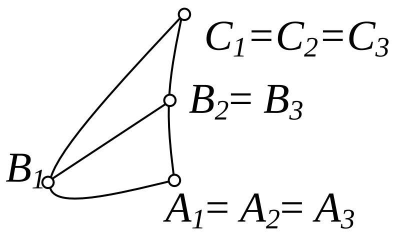
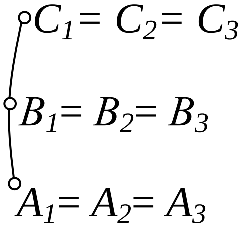
$$M = [A_1\bar{u}(1 - 2u) + 4A_2u\bar{u} + A_3u(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + 4[B_1\bar{u}(1 - 2u) + 4B_2u\bar{u} + B_3u(2u - 1)]v\bar{v} + \\ + [C_1\bar{u}(1 - 2u) + 4C_2u\bar{u} + C_3u(2u - 1)]v(2v - 1)\ . \qquad (1)$$

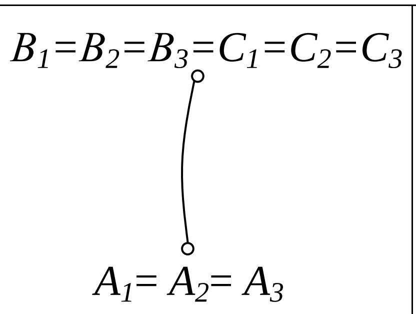
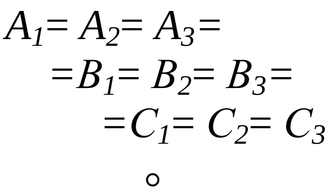
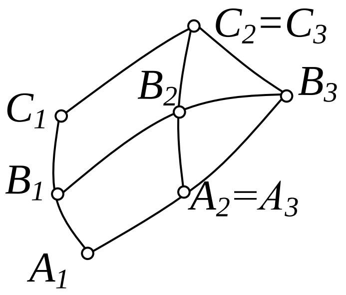
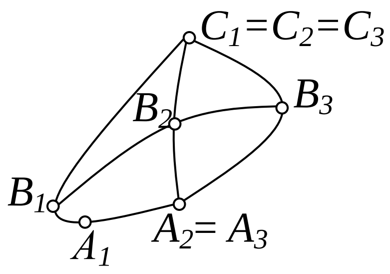
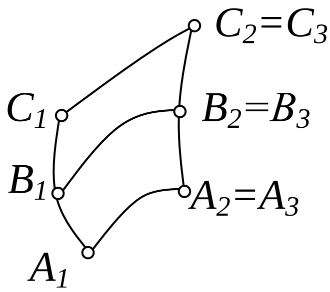
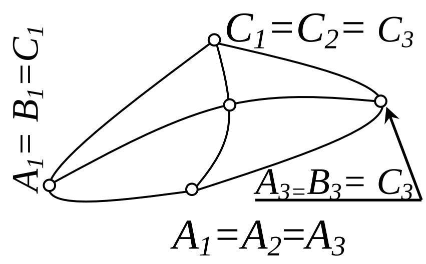
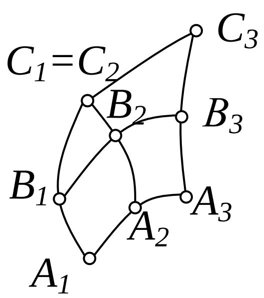
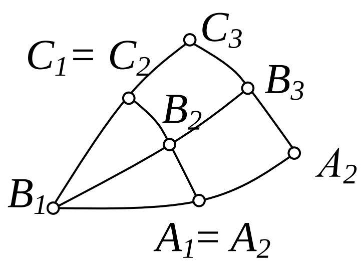
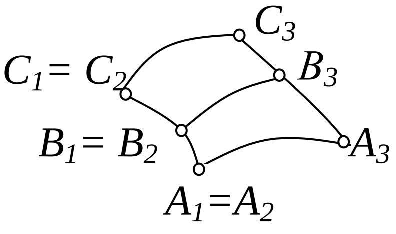
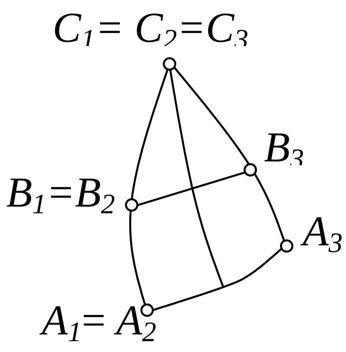
Необхідно визначити можливості варіантів моделей сегментів поверхонь типу лупа при різних конфігураціях чотирьох чарунок, що визначають цей сегмент поверхні і мають три- або чотирикутну форму.

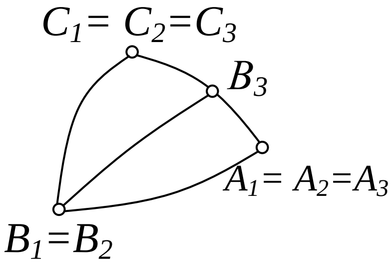
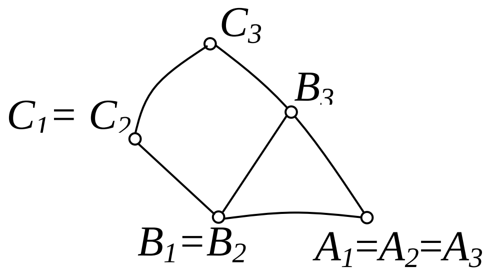
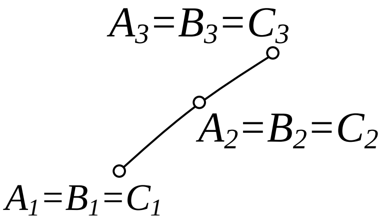
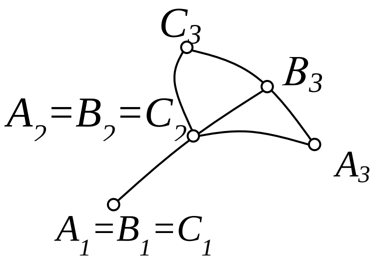
Неповний перелік можливих варіантів конфігурацій дев'яти точок наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Варіанти розташування 9 опорних точок сегменту

№ вар-ту	Геометрична схема	№ вар-ту	Геометрична схема
1	2	3	4
1		2	
3		4	
5		6	

7		8	
9		10	
11		12	
13		14	
15		16	

<table>
<tr>
<td>17</td>
<td>
</td>
<td>18</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>19</td>
<td>
</td>
<td>20</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Пояснимо перші вісім варіантів суміщення чарунок.

Варіант 1. Чотирикутні чарунки $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$, $B_1B_2C_2C_1$. Чарунка $B_2B_3C_3C_2$ – трикутна.

Варіант 2. Чарунка $A_1A_2B_2B_1$ – чотирикутна, а чарунки $A_2A_3B_3B_2$, $B_1B_2C_2C_1$, $B_2B_3C_3C_2$ – трикутні.

Варіант 3. Чотирикутні чарунки $A_1A_2B_2B_1$ та $A_2A_3B_3B_2$. Трикутні чарунки $B_1B_2C_2C_1$ та $B_2B_3C_3C_2$.

Варіант 4. Всі чотири чарунки $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$, $B_1B_2C_2C_1$ та $B_2B_3C_3C_2$ – трикутні.

Варіант 5. Утримуємо дві трикутні чарунки $A_1A_2B_2B_1$ та $B_1B_2C_2C_1$, а дві інші $A_2A_3B_3B_2$ та $B_2B_3C_3C_2$ виродилися у лінію, до речі, вона може бути і прямою.

Варіант 6. Всі чотири чарунки $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$, $B_1B_2C_2C_1$ та $B_2B_3C_3C_2$ виродилися у лінію.

Варіант 7. Чарунки $B_1B_2C_2C_1$ та $B_2B_3C_3C_2$ виродилися у точку, а чарунки $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$ виродилися у лінію.

Варіант 8. Всі чотири чарунки виродилися у точку.

Зауважимо, що у таблиці 1 надана не повна класифікація усіх можливих варіантів геометричних схем, способу згортання (розгортання) чарунок, що упорядковують ДПП. При цьому, звертаємо увагу, що навіть чотири чарунки, що виродилися у точку, позначені дев’ятьма буквами, які входять до точкового рівняння (1) мають сенс у способі згортання (розгортання) чарунок для позначення вершин.

Наведемо точкові рівняння для декількох варіантів з таблиці 1, що, у відповідності до геометричної схеми, випливають із рівняння (1).

Варіант 6:

$$M = A_1\bar{v}(1 - 2u) + 4B_1v\bar{v} + C_1v(2v - 1). \tag{2}$$

Варіант 7:

$$M = [A_1\bar{u}(1 - 2u) + 4A_2u\bar{u} + A_3u(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + B_1(4v\bar{v} + v(2v - 1)). \tag{3}$$

Варіант 8

$$M = A_1. \tag{4}$$

Ці варіанти були обрані для демонстрації через відносну складність та через те, що працездатність способу при обробці таких вихідних даних забезпечує роботу схеми у будь-яких інших варіантах сегменту.

Висновки. У результаті проведеного аналізу було встановлено, що отриманий спосіб згортання (розгортання) чарунок, на базі поверхні типу лупа, має широкі можливості для реконструкції ДПП і є нечутливим до зміни геометричних характеристик вихідної ДПП. Такі результати дозволяють говорити про загальність способу та простоту його програмної реалізації. Таким чином, можливість одночасного комбінування чарунок різної форми для реконструкції ДПП, робить запропонований спосіб універсальним. Подальші дослідження цього питання дозволять відкрити нові перспективні напрямки застосування наведеного способу у області моделювання дискретно поданих поверхонь.

Література

1. Верещага В.М. Спосіб розростання чарунок / В.М. Верещага, В.В. Кучеренко, О.М. Павленко // Матеріали ІІ-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об’єкти інтелектуальної власності». – К.: Дія, 2013. – Випуск 2. – С. 13-17.
2. Ильман В.М. Экстремальные свойства триангуляции Делоне / В.М. Ильман // Алгоритмы и программы.– М.: 1988. – Вып.10 (88). – С. 57-66.
3. Кучеренко В.В. Реконструкція способом «Лупа», дискретно представленої поверхні земельної ділянки на основі рівномірної сітки у плані / В.В. Кучеренко, В.М. Верещага, І.Г. Балюба, Є.В. Конопацький // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4, т. 55. – С.3-8.
4. Найдиш В.М. Дискретна інтерполяція / В.М. Найдиш. – Мелітополь: Люкс, 2007. – 250с.

5. Найдыш В.М. Алгебра БН-исчисления / В.М. Найдыш, И.Г. Балюба, В.М. Верещага // Міжвідомчий науково-технічний збірник. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ, 2012. – Вип. 90. – С.210-215.
6. Скворцов А.В. Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне / А.В. Скворцов // Вычислительные методы и программирование. – 2002. – Т.3. – С. 14-39.
7. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и её применение/ А.В.Скворцов. – Томск: Изд-во Томского университета, 2002. – 128с.
8. Watson D.F. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes/ D.F. Watson // The Computer Journal. – 1981. – 24, N 2. – С. 167-172.

СПОСОБ СВЁРТЫВАНИЯ (РАЗВЁРТЫВАНИЯ) ЯЧЕЕК

Верещага В.М., Адоньев Е.А., Павленко А.М.

В данной статье рассматривается возможность одновременного комбинирования ячеек различной формы для реконструкции дискретно представленной поверхности.

Ключевые слова: дискретно представленная поверхность (ДПП), ячейка, точечное Балюбы–Найдыша исчисление, параболическая поверхность Балюбы, точки свертывания (развертывания) ячеек, реконструкция ДПП.

METHOD OF COAGULATION (DEPLOYMENT) CELLS

Vereschaga V., Adoniev E., Pavlenko A.

This article discusses the possibility of simultaneous combination of cells of different shapes to reconstruct the discrete representation of the surface.

Keywords: discrete representation of the surface, the cell, Balyuby Naydysha point-calculus, surface type magnifier, parabolic surface of Balyuba, the reconstruction of the discrete representation of the surface.