

УДК 515.2

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА ЗА АНАЛІЗОМ ЗОБРАЖЕННЯ ФАЗОВОЇ ТРАЄКТОРІЇ

Сухарькова О.І.

Український державний університет залізничного транспорту
(м. Харків)

Розглянуто спосіб обчислення інваріантних моментів зображень на площині, призначений для розпізнавання форми фазової траєкторії коливань пружинного маятника під рухомим візком, яка відповідає нехаотичним рухам вантажу маятника.

Ключові слова: пружинний маятник, фазова траєкторія, центральні моменти, інваріантні моменти, розпізнавання кривих.

Постановка проблеми. У роботі [1] наведено спосіб розрахунку параметрів пружинного маятника під рухомим візком. Запропоноване проєкційне фокусування дозволяє визначити набір параметрів, який би забезпечив нехаотичні коливання вантажу маятника. Для формалізації вибору параметрів необхідно використовувати різні підходи, які базуються у тому числі, і на ідентифікації фазових траєкторій коливань засобами розпізнавання образів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомий спосіб [1,2] вибору параметрів, що забезпечують нехаотичні коливання різновидів пружинних маятників, одержав назву проєкційного фокусування. Суть його полягає у наближеній побудові у фазовому просторі інтегральної кривої розв'язку системи рівнянь Лагранжа другого роду, та у побудові її проєкції на координатну фазову площину, яка утворить фазову траєкторію. В загальному випадку геометричні образи цих кривих матимуть «заплутаний» вигляд. Але можна підібрати комбінацію параметрів, коли геометричні образи цих кривих приймуть «регулярний» вигляд. Зазначене здійснюється саме проєкційним фокусуванням за умови зміни одного з параметрів. Для формалізації процесу визначення критичного значення цього параметра пропонується застосувати ідеї розпізнавання образів.

Для характеристик об'єктів на площині звичайно застосовують комбінації центральних моментів. Найпоширенішою є система інваріантних моментів Ming-Kuei Hu [3]. У роботі [6] надано пояснення ідеї побудови іншої групи моментів - афінних інваріантних, які базуються на геометрії трикутника, «жорстка» форма якого

забезпечує інваріантність стосовно всіх афінних перетворень. Афінні інваріантні моменти описані в роботах Флуссера Дж. і Сук Т. [4, 5].

Формулювання цілей статті. Розробити спосіб обчислення інваріантних моментів зображень на площині, призначений для розпізнавання форми фазової траєкторії коливань пружинного маятника під рухомим візком, що відповідає нехаотичним рухам вантажу маятника.

Основна частина. У роботі [6] описано приклади використання афінних інваріантних моментів $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7$ і I_8 :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= (\mu_{20}\mu_{02} - \mu_{11}^2) / \mu_{00}^4; \\
 I_2 &= (-\mu_{30}^2\mu_{03}^2 + 6\mu_{30}\mu_{21}\mu_{12}\mu_{03} - 4\mu_{30}\mu_{12}^3 - 4\mu_{21}^3\mu_{03} + 3\mu_{21}^2\mu_{12}^2) / \mu_{00}^{10}; \\
 I_3 &= (\mu_{20}\mu_{21}\mu_{03} - \mu_{20}\mu_{12}^2 - \mu_{11}\mu_{30}\mu_{03} + \mu_{11}\mu_{21}\mu_{12} + \mu_{02}\mu_{30}\mu_{12} - \mu_{02}\mu_{21}^2) / \mu_{00}^7; \\
 I_4 &= (-\mu_{20}^3\mu_{03}^2 + 6\mu_{20}^2\mu_{11}\mu_{12}\mu_{03} - 3\mu_{20}^2\mu_{02}\mu_{12}^2 - 6\mu_{20}\mu_{11}^2\mu_{21}\mu_{03} - 6\mu_{20}\mu_{11}^2\mu_{12}^2; \\
 &\quad + 12\mu_{20}\mu_{11}\mu_{02}\mu_{21}\mu_{12} - 3\mu_{20}\mu_{02}^2\mu_{21}^2 + 2\mu_{11}^3\mu_{30}\mu_{03} + 6\mu_{11}^3\mu_{21}\mu_{12} \\
 &\quad - 6\mu_{11}^2\mu_{02}\mu_{30}\mu_{12} - 6\mu_{11}^2\mu_{02}\mu_{21}^2 + 6\mu_{11}\mu_{02}^2\mu_{30}\mu_{21} - \mu_{02}^3\mu_{30}^2) / \mu_{00}^{11}; \\
 I_5 &= \sqrt{-4I_1^3I_2^2 + 12I_1^2I_2I_3^2 - 12I_1I_3^4 - I_2I_4^2 + 4I_3^3I_4}; \\
 I_6 &= (\mu_{40}\mu_{04} - 4\mu_{31}\mu_{13} + 3\mu_{22}^2) / \mu_{00}^6; \\
 I_7 &= (\mu_{40}\mu_{22}\mu_{04} - \mu_{40}\mu_{13}^2 - \mu_{31}^2\mu_{04} + 2\mu_{31}\mu_{22}\mu_{13} - \mu_{22}^3) / \mu_{00}^9; \\
 I_8 &= (\mu_{20}^2\mu_{04} - 4\mu_{20}\mu_{11}\mu_{13} + 2\mu_{20}\mu_{02}\mu_{22} + 4\mu_{11}^2\mu_{22} - 4\mu_{11}\mu_{02}\mu_{31} + \mu_{02}^2\mu_{40}) / \mu_{00}^7.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де $\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x-x_i)^p (y-y_i)^q f(x,y) dx dy$ - центральні моменти; тут $x_i = m_{10}/m_{00}$, $y_i = m_{01}/m_{00}$ - координати центру ваги фігури.

Для прикладу оберемо фігури кривих, які збігаються з обчисленими в роботі [1] фазовими кривими, що відповідають нехаотичним коливанням пружинного маятника під рухомим візком (рис. 1, а). На рис. 1, б-г зображено фазові портрети відповідно таких узагальнених координат: $u(t)$ - горизонтального зміщення візка; $v(t)$ - кута відхилення пружини від вертикалі; $w(t)$ - пружного подовження (скорочення) пружини. Всі вони рівноцінні, адже одержані з тим самим набором параметрів коливання. Тому для аналізу обираємо простіший за формою, наприклад, зображений на рис. 1, г.

Обчисленню афінних моментів (1) для фігури (рис. 1, г) повинно передувати її визначення множиною точок M , близьких до заданої кривої фазової траєкторії, яка для множини M має бути скелетною кривою. Множину M описано за допомогою R-кон'юнкції (тут і далі використано синтаксис мови Maple):

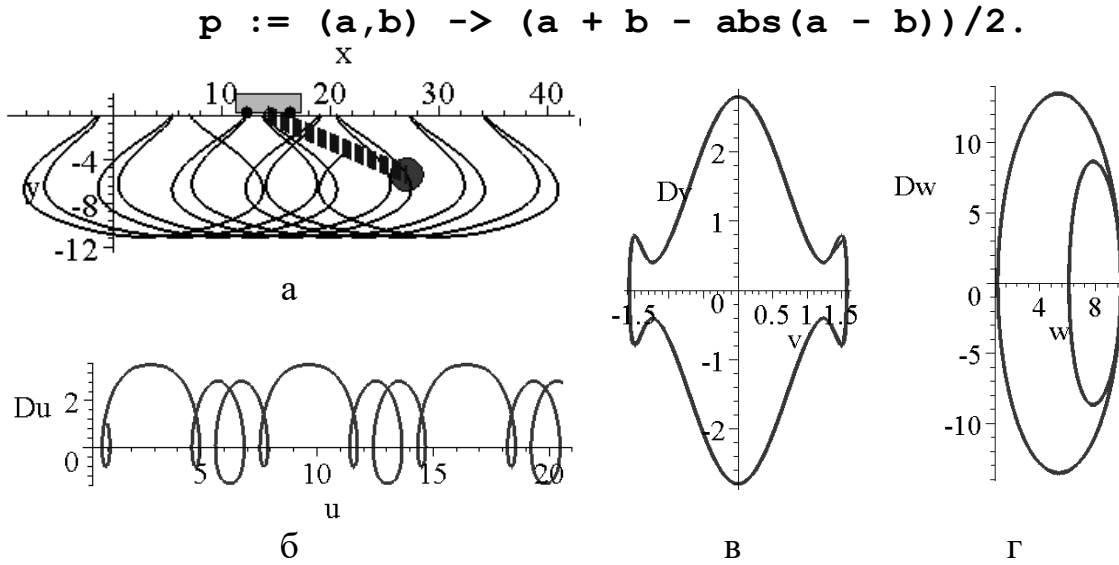


Рис. 1. Фазові траєкторії узагальнених координат пружинного маятника під рухомим візком

В результаті одержуємо опис у вигляді процедури-функції:
F1 := (x, y) → 1 - (x-5)²/5² - y²/14²:
F2 := (x, y) → (x-7.5)²/2.5² + y²/9² - 1:
F := (x, y) → E - abs(p(F1(x, y), F2(x, y))) :

Тут E – параметр, який відповідає за «товщину» скелетної множини. При цьому вважаємо, що при $F(x, y) \geq 0$ значення функції у вузлах дорівнює одиниці, а в інших точках - нулю. На рис. 2 наведено растрові зображення фазової траєкторії залежно від E . В подальших розрахунках обираємо значення $E = 0, 1$.

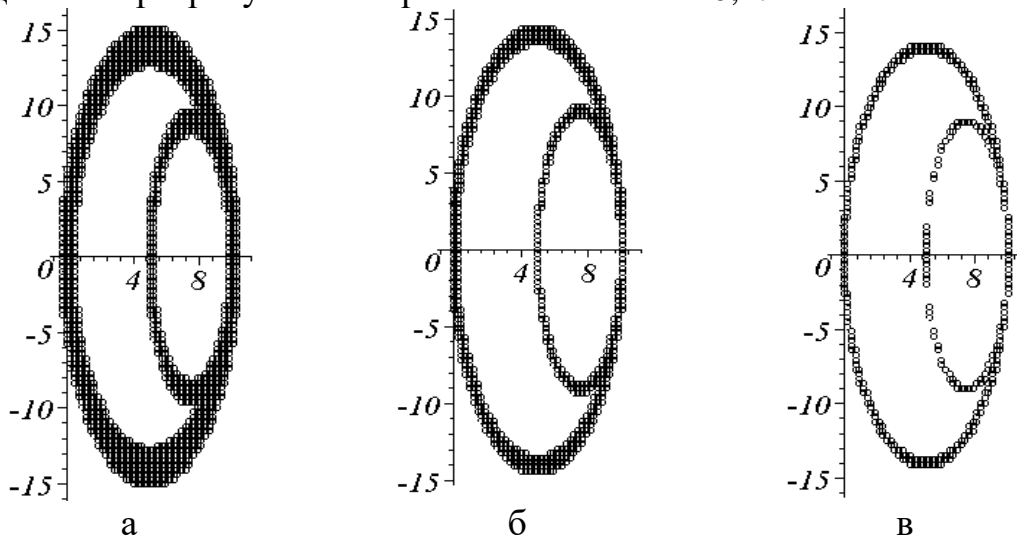


Рис. 2. Растрові зображення фазової траєкторії залежно від величини E : а) $E = 0,2$; б) $E = 0,1$; в) $E = 0,05$

Перевіримо значення обчислень афінних інваріантних моментів у випадку, коли растрові зображення повернуте відносно початку координат (рис. 3).

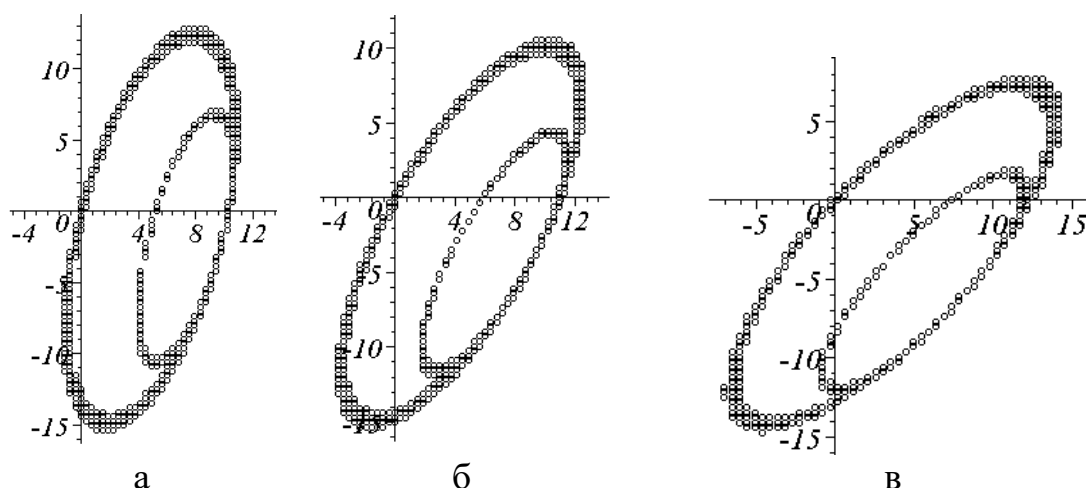


Рис. 3. Растрові зображення фазової траєкторії залежно від кута повороту (в радіанах): а) $-0,25$; б) $-0,5$; в) $-0,75$

У таблиці 1 наведено одержані значення афінних інваріантних моментів залежно від кута повороту растрового зображення.

Таблиця 1

Значення афінних інваріантних моментів

Поворот на $-0,25$ радіан	Поворот на $-0,5$ радіан	Поворот на $-0,75$ радіан
$I1 := 0.3369086751$	$I1 := 0.3347283639$	$I1 := 0.3321307677$
$I2 := -0.2477526604 \cdot 10^{-5}$	$I2 := -0.1969834753 \cdot 10^{-6}$	$I2 := -0.1205617469 \cdot 10^{-5}$
$I3 := -0.0004288648456$	$I3 := 0.0002155851546$	$I3 := -0.0002261356380$
$I4 := -0.002603916734$	$I4 := -0.001743784683$	$I4 := -0.006883437654$
$I5 := 0.3990461627 \cdot 10^{-5}$	$I5 := 0.7087230846 \cdot 10^{-6}$	$I5 := 0.7558940096 \cdot 10^{-5}$
$I6 := 0.4109719897$	$I6 := 0.4097992213$	$I6 := 0.4080777469$
$I7 := 0.05045606643$	$I7 := 0.05031200893$	$I7 := 0.05002547537$
$I8 := 0.4988623921$	$I8 := 0.4952657006$	$I8 := 0.4904453568$

Близькість наведених у таблиці значень афінних інваріантних моментів «по горизонталі» дає підстави вважати, що вони задовольняють умові обертової симетрії. Це дозволяє використовувати значення афінних інваріантних моментів як «еталонні» при аналізі множини фазових траєкторій під час пошуку критичного значення «керуючого» параметра.

Висновки. Розроблений спосіб дозволяє обчислювати інваріантні моменти зображення на площині з метою розпізнавання форми фазової траєкторії коливань пружинного маятника під рухомим візком, яка відповідає нехаотичним рухам вантажу маятника.

Література

1. Семків О.М. Дослідження ініціювання руху візка за допомогою коливання 2d-пружинного маятника / Л.М. Куценко, О.М. Семків // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького – 2016.– Вип. 6. – С. 71–76.
2. Семків О.М. Графічний комп'ютерний спосіб визначення нехаотичних траєкторій коливань маятникових систем / О.М. Семків // Вестник Харьковського нац. автомобільно-дорожного ун-та. – Харьков: ХНАДУ, 2016. – Вип. 72. – С. 94–101.
3. Hu M. Visual pattern recognition by moment invariants / M. Hu // IRE Trans. Information Theory. – 1962. – Vol. IT-8. – P. 179-187.
4. Suk T. Graph method for generating affine moment invariants,” in ICPR 2004 / T. Suk, J. Flusser // 17th International Conference on Pattern Recognition, IEEE Computer Society, 2004, pp. 192–195.
5. Flusser J. Construction of complete and independent systems of rotation moment invariants, in CAIP 2003 / J. Flusser, T. Suk // Computer Analysis of Images and Patterns, Springer, 200. – pp. 41–48.
6. Морозова Г.В. Спосіб ідентифікації цифр за допомогою низки афінних інваріантних моментів / Г.В.Морозова, О.І.Сухарькова // Праці ТДАТУ. – Мелітополь: ТДАТУ, 2013.– Вип.4, т.57. – С. 150-155.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА ПО АНАЛИЗУ ИЗОБРАЖЕНИЯ ФАЗОВОЙ ТРАЕКТОРИИ

Сухарькова О.И.

Рассмотрен способ вычисления инвариантных моментов изображений на плоскости, предназначенный для распознавания формы фазовой траектории колебаний пружинного маятника под подвижной тележкой, которая отвечает нехаотическим движениям груза маятника.

Ключевые слова: пружинный маятник, фазовая траектория, центральные и инвариантные моменты, распознавание кривых.

RESEARCH OF FLUCTUATIONS OF THE SPRING PENDULUM ACCORDING TO THE ANALYSIS OF THE IMAGE OF THE PHASE TRAJECTORY

Sukharkova O.

The way of calculation of the invariant moments of images on the plane intended for a discernment of a form of a phase trajectory of fluctuations of a spring pendulum under the relative frame cart which answers not chaotic movements of freight of a pendulum is considered.

Keywords: a spring pendulum, a phase trajectory, the central moments, the invariant moments, discernments of curves.