

УДК 514.18

**ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ
РОЗПОДІЛЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ЛОКАЛЬНИХ
ЗАБРУДНЕНЬ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ДИСКРЕТНО-
ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ ТА РІВНЯННЯ КУНСА**

Холковський Ю.Р., к.т.н.

Національний авіаційний університет (м. Київ, Україна)

У роботі розглядаються питання побудови геометричних моделей розподілення певних компонентів різного роду локальних забруднень при використанні дискретно-інтерполяційного методу та з використанням методу Кунса, що дає можливість моделювання складних багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ.

Ключові слова: інтерполяція, однопараметрична множина, дискретно-інтерполяційний метод, вузол інтерполяції, рівняння Кунса.

Постановка проблеми. Моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ, таких, як екологічні, гідрологічні, енергетичні, геологічні, геоморфологічні тощо, з прогнозування їх стану, визначення локальних забруднень цих середовищ – це досить складна й водночас важлива інженерно-практична, суспільно-соціальна задача, яка постає в процесі обробки результатів моніторингу таких систем та середовищ та випрацювані певних рекомендацій та методів щодо довгострокового прогнозування їх стану, визначення антропогенного впливу.

У практиці моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ неможливо отримати їх аналітичні математичні моделі. Наприклад, такі системи та середовища, як екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні, енергетичні тощо, характеризуються великою кількістю параметрів, а ці параметри, мають, ще й різноманітну структуру й різноякісні властивості, а останні досить часто мають ще й певну анізотропію у часі й просторі. Тому вищезгадані системи та середовища відносяться до такого класу об'єктів, які практично неможливо описати аналітично у вигляді континуальної моделі.

Стає зрозумілим, що задача розробки математичних моделей таких систем та середовищ, визначення їх параметрів та властивостей, прогнозування у часі й просторі їх стану, є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У літературних

джерелах, зокрема, спеціалізованих, в основному, розглядаються питання моніторингу систем та середовищ, статистичної обробки їх результатів. Меншою мірою розглядаються питання побудови їх моделей і вони, як правило, хімічні чи фізико-хімічні. Питання ж побудови геометричних моделей таких систем та середовищ практично не зустрічаються. У попередніх роботах автора [1-4] розглядалися питання моделювання складних технічних об'єктів, процесів та середовищ із використанням дискретно-інтерполяційного методу. Підкреслимо, що алгоритми та методи геометричного моделювання складних багатопараметричних систем та середовищ із побудовою їх дискретних математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Наведені міркування дозволяють сформулювати наступні цілі даної роботи.

Формулювання цілей статті. Наразі, метою дослідження й є побудова дискретних геометричних моделей складних багатопараметричних систем та середовищ на основі дискретно-інтерполяційного методу, а також із використанням методу Кунса.

Основна частина. Складні багатопараметричні системи та середовища, такі, як екологічні, енергетичні, гідрологічні, метеорологічні, геоморфологічні, енергетичні тощо за усіма ознаками можна віднести до категорії стохастичних систем. Це впливає з того, що такі системи та середовища часто взаємопов'язані й неможливо ізольовано розглядати окрему конкретну систему. Відповідно, моделювання, прогнозування й контроль стану таких середовищ є багатопараметричним і стохастичним процесом. Для подібних систем та середовищ неможливо створити їх континуальну модель, що приводить до використання дискретних математичних моделей, а саме геометричних, у вигляді дискретних чисельних масивів, елементами яких є певні компоненти систем та середовищ.

Дискретно-інтерполяційний метод (надалі ДІМ) моделювання багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ, розроблений автором, базується на використанні певних дискретно-інтерполяційних схем із застосуванням інтерполяційного апарату Лагранжа.

Використаний ДІМ є оригінальним, і одною з його складових є трактування вузла інтерполяції не як точки, а як більш складного об'єкту, наприклад, лінії, поверхні, процесу чи середовища, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей і параметрів за певною інтерполяційною схемою. Такий підхід щодо моделювання багатопараметричних систем та середовищ дозволяє включити в однопараметричну множину функціонали, параметри яких мають різну структуру і властивості, що саме притаманно вищезгаданим системам та середовищам. Моделі у вигляді матричної сукупності певних параметрів можуть бути

використані для подальшого моделювання складних багатопараметричних об'єктів та середовищ. Для побудови цих моделей на основі ДІМ використовуються різні інтерполяційні схеми, за допомогою яких можливо отримати певні однопараметричні множини, які і будуть саме такими моделями.

У ДІМ поліноми Лагранжа, що використовуються, мають такий вигляд:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (1)$$

де u – параметр інтерполяції, $F_i(p_1, p_2, \dots, p_k)$ – вузлова функція, p_1, p_2, \dots, p_k – параметри вузлової функції (показники забруднення, рівень концентрації певних речовин, врахування природних особливостей середовищ тощо), n – кількість вузлів інтерполяції.

У вузлах інтерполяції розташовуються певні дискретні функції, і під схемою інтерполяції надалі розуміємо схему розташування саме таких її вузлів.

Якщо $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$ – багатопараметрична неявно задана функція, то формування її у вигляді деякого функціонала $\Phi(p_{i,j})$, що заданий матрицею $M[i, j]$ приводить до такого виразу:

$$\Phi(p_{i,j}) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (2)$$

де n – кількість вузлів інтерполяції, u – параметр $M_i[i, j]$, відповідний проміжному положенню або ж стану, $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j]$, а

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \dots & \dots & p_{1,n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & \dots & p_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m,1} & p_{m,2} & \dots & \dots & p_{m,n} \end{pmatrix}.$$

Тобто $M[i, j]$ є вузловою дискретно-інтерполяційною, наприклад, екоматрицею.

Вираз (2), що являє собою узагальнену дискретно-інтерполяційну матрицю, є дискретною геометричною моделлю певної системи чи середовища (екологічного, енергетичного, гідрологічного, геологічного, метеорологічного тощо).

Отже, маючи результати моніторингу щодо вимірювання, наприклад, рівня концентрації певного компонента середовища, можна отримати геометричну модель його розподілення або ж

розсіювання. Такі моделі можуть бути побудовані для певної кількості компонентів, що дасть змогу отримати відносно повну інтегровану картину щодо ситуації або стану деякого середовища.

Але треба зазначити, що результати моніторингу (вимірювань) далеко не завжди вкладаються в певну схему. Їх позиційно-просторові параметри можуть бути довільними, наприклад, контурними, тобто, вимірювання проводилися з певних причин на межах деякої території, й не було можливості здійснити внутрішні вимірювання. У такому випадку нами пропонується використати ДІМ із використанням методу Кунса. Відомо, що побудова поверхні Кунса базується на дискретному контурному базисі у вигляді 4-ох граничних кривих, коефіцієнти при яких є лінійними функціями, а запис рівняння має такий вигляд:

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^1 a_i(u) \cdot r(i, v) + \sum_{j=0}^1 a_j(v) \cdot r(u, j) + \prod_{i=0}^1 a_i(u) \cdot a_j(v) \cdot r(i, j),$$

де $a_0(u) = 1 - u$, $a_1(u) = u$,

$a_0(v) = 1 - v$, $a_1(v) = v$, $0 < u < 1$, $0 < v < 1$.

Таким чином можна отримати не тільки певні відсутні значення параметрів $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m$, але й застосувавши дискретно-інтерполяційний метод, отримати рівняння Кунса для різних проміжних положень, підставляючи ці рівняння в (2) у якості вузлів інтерполяції. Це дасть змогу отримати більш повну дискретну геометричну модель розподілення певних компонентів на деякій локальній території.

Висновки. Побудовані на основі ДІМ дискретні геометричні моделі багатопараметричних систем та середовищ дозволяють провести більш ефективний моніторинг, здійснити моделювання їх прогнозованого стану. Метод відрізняється великою варіативністю і дозволяє включити в однопараметричну множину об'єкти, що мають навіть різну структуру і властивості, які практично неможливо поєднати у континуальній моделі. Саме це й дозволяє моделювати такі складні багатопараметричні системи та середовища, як екологічні, гідрологічні, енергетичні, геологічні, геоморфологічні.

Література

1. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційний підхід щодо моделювання об'єктів та процесів / Ю.Р. Холковський // Проблеми сучасного містобудування: матеріали міжнародної конференції. – К.: НАУ, 2010. – С. 67–69.
2. Холковський Ю.Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та

- процесів / Ю.Р. Холковський // Прикладна геометрія та інженерна графіка: праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, ТДАТА, 2011. – Вип. 4. – Т. 51. – С. 156–160.
3. Холковський Ю.Р. Моделювання багатопараметричних процесів та систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу в екології / Ю.Р. Холковський // Праці VIII Всеукраїнських наукових Таліївських читань. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2012. – С.204–208.
4. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційна екоматриця як геометрична модель багатопараметричних процесів та систем в екології / Ю.Р. Холковський // Збірник наукових праць «Прикладная геометрия и инженерная графика». – Вип.5 – Мелітополь: ТГАТУ, 2013. – С. 183–188.

**ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ ЛОКАЛЬНЫХ
ЗАГРЯЗНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНО-
ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МЕТОДА И УРАВНЕНИЯ КУНСА**

Холковский Ю.Р.

В работе рассматриваются вопросы построения геометрических моделей распределения определенных компонентов разного рода локальных загрязнений при использовании дискретно-интерполяционного метода и с использованием метода Кунса, что дает возможность моделирования сложных многопараметрических объектов, систем и сред.

Ключевые слова: интерполяция, однопараметрическое множество, дискретно-интерполяционный метод, узел интерполяции, уравнение Кунса.

**CONSTRUCTION OF GEOMETRICAL MODELS
DISTRIBUTION OF LOCAL CONTAMINATION COMPONENTS
USING THE DISCRETE INTERPOLATION METHOD
AND THE KOONS EQUATION**

Kholkovsky Yu.

The paper deals with the construction of geometric models for the distribution of certain components of various kinds of local contamination using the discrete interpolation method and using the Koons method, which makes it possible to model complex multiparameter systems, and environment.

Keywords: interpolation, one-parameter set, discrete interpolation method, interpolation node, Koons equation.