УДК 514.18

АНАЛІТИЧНІ ФОРМУЛИ ОБЧИСЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ СУПЕРПОЗИЦІЇ ДИСКРЕТНО ВИЗНАЧЕНИХ КРИВИХ

Воронцов О.В., к.т.н.,
Тулупова Л.О., к.ф.-м.н.
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка (Україна),
Воронцова І.В., к.пед.н.
Полтавський коледж нафти і газу Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка (Україна)

У статті розглянуто спосіб визначення замкнених форм аналітичних залежностей обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції координат заданих точок дискретних аналогів елементарних функцій. Запропонований спосіб дозволить формувати за допомоги апарату суперпозицій дискретні одновимірні геометричні образи, вузлові точки яких будуть належати відповідним елементарним функціям.

Ключові слова: одновимірні геометричні образи, дискретно визначені криві, числові послідовності, геометричний апарат суперпозицій, коефіцієнти суперпозиції, величина рекурентної залежності.

Постановка проблеми. Ефективність методик дискретного формування як одновимірних так і n-вимірних геометричних образів (ГО) у великій мірі залежить від ефективності алгоритмів переходу від неперервної форми представлення геометричних образів до їх дискретних аналогів і навпаки.

Такі алгоритми розроблені у [1] за допомогою математичного апарату числових послідовностей. Координати вузлів модельованих дискретних аналогів кривих визначаються за відомими координатами суміжних вузлів. Дискретно представлені криві (ДПК) подаються координатами вузлів із рівномірним кроком по осі. Геометричний апарат суперпозицій дозволяє підвищити ефективність даних алгоритмів за рахунок економії обчислювальних ресурсів при формуванні ДПК вузлами із довільними кроками по осі за даними координатами довільних вузлів.

Дослідження можливостей геометричного апарату суперпозицій щодо формування дискретно визначених ГО сприятиме подальшому розвитку і удосконаленню математичних моделей у процесі конструювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [1-8] авторів даної статті показано підходи до визначення дискретних аналогів певних функціональних залежностей на основі геометричного апарату суперпозицій одновимірних точкових множин, що дозволяє формувати дискретні образи без складання і розв’язання громіздких систем рівнянь. Управління формою дискретно представлених кривих здійснюється варіюванням величинами коефіцієнтів суперпозиції.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є дослідження загального підходу до визначення замкнених форм аналітичних залежностей обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції координат заданих точок дискретних аналогів елементарних функцій, що дозволить формувати за допомоги апарату суперпозицій дискретні одновимірні геометричні образи, вузлові точки яких будуть належати відповідним елементарним функціям.

Основна частина. Розглянемо можливий підхід до визначення замкнених форм аналітичних залежностей обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції координат заданих точок дискретних аналогів деяких елементарних функцій.

Для числової послідовності

$$y_i = ai^2 + bi + c \quad , \tag{1}$$

що є дискретним аналогом у замкненій формі поліному другого степеня, рекурентна формула обчислення координат невідомих точок на основі суперпозицій координат заданих вузлових точок має вигляд:

$$y_i = k_1 y_{i-1} + k_2 y_{i+1} + P_i \quad , \tag{2}$$

де P_i – величина рекурентної залежності.

За умови $k_1 + k_2 = 1$, формула (2) матиме вигляд:

$$y_i - k_1 (y_{i-1} - y_{i+1}) - y_{i+1} - P_i = 0 \quad , \tag{3}$$

Для суміжних членів даної послідовності зможемо записати:

$$y_{i-1} = a(i-1)^2 + b(i-1) + c \quad , \tag{4}$$

$$y_{i+1} = a(i+1)^2 + b(i+1) + c \quad . \tag{5}$$

Підставивши (1), (4), (5) до (2), одержимо:

$$a i^2 + bi + c = k_1 \left[a(i-1)^2 + b(i-1) + c \right] + ¿$$
$$k_2 \left[a(i+1)^2 + b(i+1) + c \right] + P_i \quad .$$

Знайдемо загальні вирази для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції у вигляді аналітичних залежностей у замкненій формі.

Для довільних членів послідовності (1) формула (2) матиме вигляд (6):

$$y_{i+p} = k_1 y_{i+p_1} + k_2 y_{i+p_2} + P_{i+p} \quad , \tag{6}$$

або, за умови $k_1 + k_2 = 1$:

$$y_{i+p} - k_1 \left(y_{i+p_1} - y_{i+p_2} \right) - y_{i+p_2} - P_{i+p} \quad , \tag{7}$$

де i , p , p_1 , p_2 – довільні числа, P_i – величина рекурентної залежності.

Тоді зможемо записати:

$$a(i+p)^2+b(i+p)+c=k_1\left[a(i+p_1)^2+b(i+p_1)+c\right]+¿$$
$$k_2\left[a(i+p_2)^2+b(i+p_2)+c\right]+P_{i+p} \quad .$$

Із (7) одержимо вирази, що визначають взаємозв'язок коефіцієнтів суперпозиції та величини рекурентної залежності для послідовності (1):

$$k_1=\frac{P_{i+p}-y_{i+p}+y_{i+p_2}}{y_{i+p_2}-y_{i+p_1}}.$$

Формули для обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції не суміжних, а довільних заданих вузлових точок) матимуть вигляд:

$$k_1=\frac{P_{i+p}+2ai(p_2-p)+a(p_2^2-p^2)+b(p_2-p)}{2ai(p_2-p_1)+a(p_2^2-p_1^2)+b(p_2-p_1)};$$

$$k_2=1-k_1=\frac{2ai(p-p_1)+a(p^2-p_1^2)+b(p-p_1)-P_{i+p}}{2ai(p_2-p_1)+a(p_2^2-p_1^2)+b(p_2-p_1)}.$$

Наприклад, для довільних членів послідовності (8) рекурентна формула обчислення координат невідомих точок на основі суперпозицій координат заданих вузлових точок також матиме вигляд (6).

$$y_i=\frac{ai+b}{ci+d} \tag{8}$$

Якщо ввести позначення: $A=ai+b$, $S=ci+d$, то після відповідних розрахунків одержимо формули для визначення величини рекурентної залежності у вигляді:

$$P_{i+p}=\frac{(ad-bc)\left[(p_1-p_2)k_1(S-cp)+(p_2-p)(S+c\,p_1)\right]}{(S+cp)(S+c\,p_1)(S+c\,p_2)},$$

а також – формули для обчислення величин коефіцієнтів суперпоиції:

$$k_1=\frac{(S+c\,p_1)\cdot\left[P_{i+p}S^2+cS\,P_{i+p}(p+p_2)+(ad-bc)\cdot\right.}{(ad-bc)\cdot(S+cp)\cdot}$$
$$\frac{\left.\cdot(p_2-p)+c^2P_{i+p}\,p\,p_2\right]}{\cdot(p_2-p_1)};$$

$$k_2=\frac{-(S+c\,p_2)\cdot\left[P_{i+p}S^2+cS\,P_{i+p}(p+p_1)+(ad-bc)\cdot\right.}{(ad-bc)\cdot(S+cp)\cdot}$$
$$\frac{\left.\cdot(p_1-p)+c^2P_{i+p}\,p\,p_1\right]}{\cdot(p_2-p_1)}.$$

Висновки. Уданій роботі запропоновано загальний підхід до виведення формул для обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції та величини рекурентної залежності, що дозволяє дискретно визначати координати точок модельованих кривих ліній за заданими координатами двох довільних точок цих кривих, а також дозволяють переходити від дискретної до континуальної форми представлення одновимірних геометричних образів.

Дані дослідження можуть бути використані для розв'язання задач дискретної інтерполяції як одновимірними так і n-вимірними числовими послідовностями елементарних функціональних залежностей.

Література

1. Воронцов О.В. Визначення дискретного аналогу полінома n-го степеня суперпозиціями точок числової послідовності n-го порядку / О.В. Воронцов // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 63 – 67.
2. Воронцов О.В. Дискретна інтерполяція суперпозиціями точок числових послідовностей дробово-лінійних функцій / О.В. Воронцов, Н.О. Махінько // Прикладна геометрія та інженерна графіка: праці ТДАТА. – Мелітополь: ТДАТА, 2013. – Т. 57. – Вип. 4. – С. 62 – 67.
3. Воронцов О.В. Определение дискретных аналогов классов элементарных функций суперпозициями одномерных точечных множеств [Электронный ресурс] / О.В. Воронцов, Л.О. Тулупова // Universsum. Сер.: Технические науки: электрон. научн. журн. − 2014. − № 3(4). Режим доступа: URL: http://7universsum.com /ru/ tech/archive/item/1135.
4. Воронцов О.В. Моделювання об'єктів будівництва та машинобудування довільними дискретними значеннями числових послідовностей / О.В. Воронцов // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) / Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – Полтава: ПолтНТУ, 2013. – Вип. 4(39). – С. 25 – 35.
5. Vorontsov O.V. Parabolic discrete interpolation by superpositions of one-dimensional point sets / O.V. Vorontsov, L.O. Tulupova, I.V. Vorontsova // Journal of Engineering Education. – 2018. – Volume 107 (2). – P. 134 – 140.
6. Vorontsov O.V. Superpositions of one-dimensional numerical sequences of hyperbolical functions in creation of geometrical images / O.V. Vorontsov, L.O. Tulupova // Canadian Journal of Education and Engineering. – 2015. – Volume III (12). – P. 74 – 80.

7. Vorontsov O.V. Recurrence formulae of a catenary in creation of geometric images / O.V. Vorontsov, L.O. Tulupova // Oxford Journal of Scientific research. – 2015. – Volume IV (9). – P.134 – 140.
8. Vorontsov O.V. Superposition point set of n-dimensional numerical sequence in discrete geometric modeling / O.V. Vorontsov // British Journal of science, Education and culture. – 2014. – Volume I (6). – P.137 – 144.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СУПЕРПОЗИЦИИ ДИСКРЕТНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ КРИВЫХ

Воронцов О.В., Тулупова Л.А., Воронцова И.В.

В статье рассмотрен способ определения замкнутых форм аналитических зависимостей вычисления величин коэффициентов суперпозиции координат заданных точек дискретных аналогов элементарных функций. Предложенный способ позволит формировать с помощью аппарата суперпозиций дискретные одномерные геометрические образы, узловые точки которых будут принадлежать соответствующим элементарным функциям.

Ключевые слова: одномерные геометрические образы, дискретно определенные кривые, числовые последовательности, геометрический аппарат суперпозиций, коэффициенты суперпозиции, величина рекуррентной зависимости.

ANALYTICAL FORMULAE FOR CALCULATING SUPERPOSITION COEFFICIENTS OF DISCRETELY DEFINED CURVES

Vorontsov O., Tulupova L., Vorontsova I.

In this article it was proposed a determining method of the closed forms of analytical dependencies for calculating superposition coefficients of the coordinates of given points of discrete analogues of elementary functions. This method allows forming discrete one-dimensional geometric images, using a superposition apparatus. Nodal points of these geometric images will belong to corresponding elementary functions.

Keywords: one-dimensional geometric images, discretely defined curves, numerical sequences, geometric apparatus of superpositions, superposition coefficients, value of recurrence dependence.