

УДК 515.2+563.3

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ТОЧЕК НА ПЛОСКОСТИ С УЧЁТОМ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯНИЯ ЗАДАННЫХ ТОЧЕК

Ковалёв С.Н., д.т.н.,

Мостовенко Ал-др В., к.т.н.

*Киевский национальный университет строительства и архитектуры
(Украина)*

Некоторые задачи интерполяции точек требуют учёт влияния параметров заданных точек на параметры точки, которую определяют. В частности, во многих задачах это влияние связано с расстояниями текущей точки интерполяции от заданных точек. Причём, это влияние должно быть тем больше, чем ближе заданная точка находится к текущей. На точку, бесконечно близкую к заданной точке эта заданная точка должна оказывать максимальное влияние, а при бесконечно большом расстоянии между заданной и текущей точкой это влияние должно быть равно нулю.

Исходя из этой логики, влияние заданной точки на ординату текущей точки должно быть обратно пропорциональным расстоянию между ними. Однако, параметр влияния расстояния между точкой пространства и источником энергии для точки, бесконечно близко расположенной к заданной, будет определяться делением ординаты заданной точки на бесконечно малую величину, что равносильно делению на ноль. Поэтому влияние ординаты заданной точки на бесконечно близкую текущую точку примем как конечную величину, которую будем считать максимальной, а влияние бесконечно удалённой точки на текущую примем равным нулю.

Такую зависимость можно геометрически реализовать на основе центрального проецирования. В работе графически представлена зависимость между параметром влияния ординаты заданной точки на текущую и функцией от расстояния между ними.

Примером такой практической задачи может быть: определение температуры в заданном месте температурного поля, которое образовано несколькими источниками нагрева или определение освещенности в заданной точке пространства при нескольких источниках света и т.д.

В работе предложен способ учета влияния источников энергии на потенциал физического поля в любой точке двумерного пространства.

Ключевые слова: интерполяция, энергия, плоскость, физическое поле, заданная точка, текущая точка, расстояние, влияние, потенциал энергии, источник энергии.

Постановка проблемы. В практике использования различных физических полей встречаются задачи геометрического моделирования такого поля при заданных точечных источниках излучения энергии, например моделирование распределения температуры в пространстве помещения при точечных источниках нагрева [1], [2]; определение освещенности в конкретной точке помещения при нескольких точечных источниках света и др. [1], [2].

Анализ последних исследований и публикаций. В работах [1] и [2] изучалась проблема определения потенциала энергии в точках двумерного и трехмерного пространства при заданных источниках энергии. Известны работы определения потенциала освещенности, звуковой и тепловой энергии.

В известной литературе отсутствуют работы, связанные с влиянием степени удаленности источника энергии от заданной точки физического поля.

Формулирование целей статьи. Предложить геометрическую модель определения потенциалов энергии физического поля в зависимости от расстояния от точки физического поля до источников энергии.

Основная часть. Условие: заданы координаты конечного числа точек на плоскости. Построить линию, которая проходит через заданные точки так, чтобы на ординату текущей точки этой линии оказывали влияние ординаты заданных точек. Причём, это влияние, параметр которого обозначен буквой t , должно быть тем больше, чем ближе (по оси Ox) заданная точка находится к текущей. На точку, бесконечно близкую к заданной точке эта заданная точка должна оказывать максимальное влияние, а при бесконечно большом расстоянии между заданной и текущей точкой это влияние должно быть равно нулю.

Исходя из этой логики, влияние заданной точки на ординату текущей точки должно быть обратно пропорциональным расстоянию между ними. Однако, параметр t для точки, бесконечно близко расположенной к заданной, будет определяться делением ординаты заданной точки на бесконечно малую величину, что равносильно делению на ноль. Поэтому влияние ординаты заданной точки на бесконечно близкую текущую точку примем как конечную величину, которую будем считать максимальной, а влияние бесконечно удалённой точки на текущую примем равным нулю.

Такую зависимость можно геометрически реализовать на основе центрального проецирования.

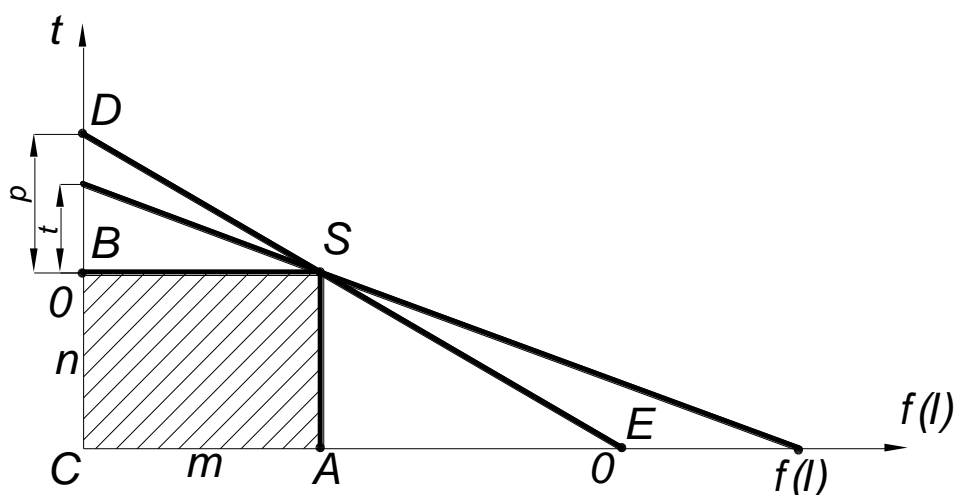


Рис. 1

На рис. 1 графически задана зависимость между параметром t влияния ординаты заданной точки на текущую и функцией от расстояния между ними. Задан центр перспективного соответствия S между величинами функции указанного расстояния и параметром t влияния. Тогда точка B , в которой $t=0$, соответствует бесконечно большой величине $f(l)$, является началом отсчета параметра t , а величина BD соответствует максимальному влиянию заданной точки на ординату бесконечно близкой к ней текущей точки. Точка E является началом отсчета функции $f(l)$ и определяется как точка пересечения прямой SD с осью $f(l)$.

Тогда параметр t определяется по формуле:

$$t = \frac{S \cdot p}{S + p \cdot f(l)}, \quad (1)$$

где S – площадь прямоугольника $BCAS$;

p – параметр максимального влияния соответствующих точек.

Из формулы (1) видно, что на величину t оказывает влияние не только величина $f(l)$, но и заданная величина p , и положение центра S . Варьирование этих параметров позволяет определить множество зависимостей между величинами t и l .

Рассмотрим возможность использования схемы, показанной на рис. 1 для построения линии, учитывающей влияние ординат заданных точек на ординату текущей точки.

Примем $m=n=1$; $p=1$. Заданы три исходные точки: $A(x_A=0; y_A=4)$, $B(x_B=3; y_B=3)$, $C(x_C=6; y_C=5)$.

Уравнение линии, проходящей через три заданные точки, имеет вид:

$$y = k_1 \cdot t_A y_A + k_2 \cdot t_B y_B + k_3 \cdot t_C y_C, \quad (2)$$

где t_A, t_B, t_C – параметры влияния соответственных заданных точек на ординату текущей точки;
 y_A, y_B, y_C – ординаты заданных точек;
 k_1, k_2, k_3 – коэффициенты, обеспечивающие прохождение линии через заданные точки.

Формула (1) для данного примера принимает вид:

$$t = \frac{1}{1 + f(l)}. \quad (3)$$

В данном примере примем: $f(l)=l$.

Для определения коэффициентов k_1, k_2, k_3 запишем уравнение (2) соответственно для точек A, B, C :

Для точки A : ($x_A=0$; $y_A=4$)

$$l_A=0; l_B=3; l_C=6; t_A=1; t_B=0.25; t_C=0.1429$$

$$4k_1 + 0.75k_2 + 0.7145k_3 - 4 = 0. \quad (4)$$

Для точки B : ($x_B=3$; $y_B=3$)

$$l_A=3; l_B=0; l_C=3; t_A=0.25; t_B=1; t_C=0.25$$

$$k_1 + 3k_2 + 1.25k_3 - 3 = 0. \quad (5)$$

Для точки C : ($x_C=6$; $y_C=5$)

$$l_A=6; l_B=3; l_C=0; t_A=0.1429; t_B=0.25; t_C=1$$

$$0.5716k_1 + 0.75k_2 + 5k_3 - 5 = 0. \quad (6)$$

При совместном решении уравнений (4), (5) и (6) определяем коэффициенты k_1, k_2, k_3 :

$$k_1 = 0,7752;$$

$$k_2 = 0,3860; \quad (7)$$

$$k_3 = 0,8535.$$

С учетом (7) уравнение (2) принимает вид:

$$y = 3.1008t_A + 1.158t_B + 4.2675t_C. \quad (8)$$

При подстановке в (8) значений

$$t_A = \frac{1}{1 + |x - x_A|};$$

$$t_B = \frac{1}{1 + |x - x_B|};$$

$$t_C = \frac{1}{1 + |x - x_C|}.$$

получим уравнение искомой линии:

$$y = \frac{3.1008}{1 + |x - x_A|} + \frac{1.1580}{1 + |x - x_B|} + \frac{4.2675}{1 + |x - x_C|}, \quad (9)$$

которая показана на рис. 2.

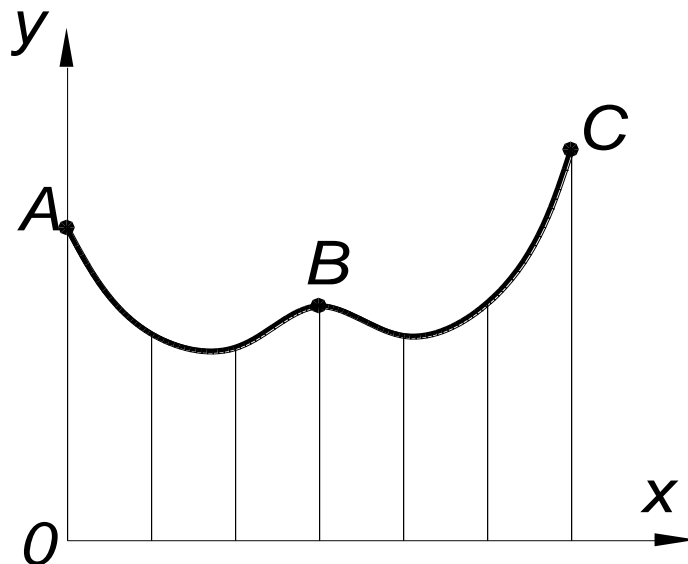


Рис.2

Выводы. Описанный способ учёта влияния источников энергии на потенциал физического поля в любой точке двумерного пространства позволяет учитывать влияние расстояния от источников энергии до произвольной точки физического поля. Это влияние в виде коэффициента t может моделироваться различными функциями $t=f(l)$ в зависимости от характера физического поля.

Перспективным представляется обобщение описанного способа на трёхмерное и четырёхмерное пространство.

Литература

1. Сергейчук О.В. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків. дис... д. техн. наук: 05.01.01 / Сергейчук О.В. – К.: КНУБА, 2008. – 425с.

2. Скочко В.І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються в суцільному середовищі. дис...к. техн. наук: 02.01.01 / Скочко В.І. – К.: КНУБА, 2012. – 269с.

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ТОЧОК НА ПЛОЩИНІ З УРАХУВАННЯМ КОЕФІЦІЄНТІВ ВПЛИВУ ЗАДАНИХ ТОЧОК

Ковальов С.М., Мостовенко О.В.

Деякі задачі інтерполяції точок вимагають врахування впливу параметрів заданих точок на параметри точки, яку визначають. Зокрема, у багатьох задачах цей вплив пов'язано з відстанями поточної точки інтерполяції від заданих точок. Причому, цей вплив має бути тим більше, чим ближче задана точка знаходиться до поточної. На точку, нескінченно близьку до заданої точки ця задана точка повинна надавати максимальний вплив, а при нескінченно великій відстані між заданою і поточною точкою цей вплив має дорівнювати нулю.

Виходячи з цієї логіки, вплив заданої точки на ординату поточної точки повинен бути обернено пропорційним відстані між ними. Однак, параметр впливу для точки, нескінченно близько розташованої до заданої, буде визначатися діленням ординати заданої точки на нескінченно малу величину, що рівносильно поділу на нуль. Тому вплив ординати заданої точки на нескінченно близьку поточну точку приймемо як кінцеву величину, яку будемо вважати максимальною, а вплив нескінченно віддаленої точки на поточну приймемо рівним нулю.

Таку залежність можна геометрично реалізувати на основі центрального проєкціювання.

Прикладом такої практичної задачі може бути: визначення температури в заданому місці температурного поля, яке утворено декількома джерелами нагріву або визначення освітленості в заданій точці простору при декількох джерелах світла і т.д.

В роботі запропонований спосіб обліку впливу джерел енергії на потенціал фізичного поля в будь-якій точці двовимірного простору.

Ключові слова: інтерполяція, енергія, площину, фізичне поле, задана точка, поточна точка, відстань, вплив, потенціал енергії, джерело енергії.

INTERPOLATION OF A POINT ON THE PLANE WITH ACCOUNTING OF THE POINTS OF INFLUENCE OF POINTS

Kovalov S., Mostovenko A.

Some tasks of interpolation of points require taking into account the influence of the parameters of the given points on the parameters of the point, which is determined. In particular, in many problems this influence is connected with the distances of the current interpolation point from the given points. Moreover, this influence should be greater, the closer the given point is to the current one. At a point infinitely close to a given point, this given point should have the maximum effect, and for an infinitely large distance between the given point and the current point, this effect should be zero.

Based on this logic, the influence of a given point on the ordinate of the current point should be inversely proportional to the distance between them. However, the parameter t for a point infinitely closely located to a given one will be determined by dividing the ordinate of a given point by an infinitely small value, which is equivalent to dividing by zero. Therefore, the influence of the ordinate of a given point on the infinitely close current point will be taken as a finite quantity, which we will consider maximum, and the influence of the infinitely distant point on the current one will be taken equal to zero.

Such dependence can be realized geometrically on the basis of central projection. The work graphically presents the relationship between the influence of the ordinate of a given point on the current and the function of the distance between them.

An example of such a practical task can be: determining the temperature at a given place of the temperature field, which is formed by several heat sources or determining the illumination at a given point in space with several light sources, etc.

The paper proposes a method for accounting for the influence of energy sources on the potential of a physical field at any point in two-dimensional space.

Keywords: interpolation, energy, plane, physical field, given point, current point, distance, influence, energy potential, energy source.