

УДК 514.182.7: 519.651

НАУКОВО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ВАРІАТИВНОГО ДИСКРЕТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Найдиш А.В., д.т.н.,

Балюба І.Г., д.т.н.,

Верещага В.М., д.т.н.,

Спірінцев Д.В., к.т.н.

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького (Україна)*

У роботі розглядаються основи понятійного апарату та головні науково-методологічні риси варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ), як окремого напрямку геометричного моделювання зі своїм теоретично-прикладним змістом.

Класичні методи моделювання, як правило, мають на меті отримання моделюючої функції, яка у свою чергу певним чином впливає на результат моделювання, накладаючи (нав'язуючи) на нього свої властивості та ускладнюючи отримання або уточнення кінцевого результату, тому то актуальним став напрямок дискретного геометричного моделювання (ДГМ), результат якого не обтяжується (спотворюються) властивостями моделюючої функції. Це обумовлює актуальність та активність наукових досліджень з напрямку ДГМ. Тому то, в рамках ДГМ, сформувались окремі наукові напрямки, які мають свої відмітні риси. І актуальним, на теперішній час, є означення кола можливостей, місця та специфіки кожного з них у науково-методологічному та прикладному плані.

Фундаментальною ідеєю досліджень з ДГМ вчених Мелітопольської школи прикладної геометрії є варіативність розв'язку: результат моделювання – це інтервал припустимих значень параметра, з якого і обирається розв'язок і тому цей напрямок ДГМ названо варіативним дискретним геометричним моделюванням (ВДГМ).

Метою статті є виклад, систематизація та уточнення основ понятійного апарату та головних науково-методологічних рис напрямку ВДГМ.

Розглядаються основоположні та концептуальні поняття ВДГМ як напрямку геометричного моделювання, що формують основні наукові риси напрямку ВДГМ.

На основі поняття дискретної геометричної моделі

розглядаються методологічні аспекти напряму ВДГМ.

Розглядаються основні фактори впливу на якість та повноту моделі та результати розв'язання задачі моделювання, вказуються відмінні риси моделей ВДГМ.

Ключові слова: варіативне дискретне геометричне моделювання (ВДГМ), геометричний образ (ГО), дискретна геометрична модель, дискретне геометричне моделювання (ДГМ), дискретно представлена крива (ДПК).

Постановка проблеми. Класичні методи моделювання, як правило, мають на меті отримання моделюючої функції, яка у свою чергу певним чином впливає на результат моделювання, накладаючи (нав'язуючи) на нього свої властивості та ускладнюючи отримання або уточнення кінцевого результату (наприклад, інтерполяційний поліном завжди вносить у розв'язок притаманну поліному осциляцію, яку необхідно відстежувати та виключати), тому то актуальним став напрямок дискретного геометричного моделювання (ДГМ), результат якого не обтяжується (спотворюються) властивостями або обмеженнями моделюючої функції.

Зважаючи на це, методи ДГМ дозволяють не тільки отримати розв'язок з заданою точністю, але й виконати додаткові (можливо неформалізовані) умови задачі і тому актуальним є подальший розвиток напрямку ДГМ.

Вище сказане обумовлює високу та плідну активність наукових досліджень з напряму ДГМ. Тому то, в рамках ДГМ, сформувались окремі наукові напрямки, які мають свої відмітні риси. І актуальним, на теперішній час, є означення кола можливостей, місця та специфіки кожного з них у науково-методологічному та прикладному плані.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Витоками ідей ДГМ можна вважати роботи Л. Ейлера, де оригінальні ідеї реалізовані в ефективних обчислювальних методах (метод знаходження дійсних коренів неперервної функції спирається і на дискретизацію, і на послідовні наближення; побудова “ламаної Ейлера” при графічному інтегруванні - основа методів чисельного і дискретного інтегрування та ін.). Першою значною науковою роботою в узагальненні та теоретичному обґрунтуванні ідей ДГМ став статико-геометричний метод проф. Ковальова С.М [1]. Метод отримав свій подальший розвиток і конкретизацію у численних дисертаціях, виконаних під керівництвом автора методу.

Важливе місце в теорії і практиці ДГМ займають дослідження С.М. Грибова. В роботах автора [2] та його послідовників і учнів, були запропоновані і розвинені ідеї формоутворення рівноланкових ДПК

на геометричних засадах і співвідношеннях, не пов'язаних з застосуванням чисельних методів. На жаль цей напрямок ДГМ поступово згорнувся, не набув належного розвитку і теоретичних узагальнень по встановленню зв'язку с певними математичними напрямками і положеннями, обмежившись розв'язанням прикладних задач формоутворення поверхонь в літакобудуванні.

Слід зазначити дослідження Пугачова Є.В. [3] в дискретній інтерполяції і апроксимації, зокрема, поблизу особливих точок, були запропоновані і розвинуті ним для багатовимірних образів.

Дослідження з ДГМ вчених Мелітопольської наукової школи прикладної геометрії спираються та розвивають власні оригінальні ідеї та охоплюють значний спектр задач моделювання (інтерполяції, апроксимації, диференціювання, інтегрування та ін.). Фундаментальною ідеєю цих досліджень [4] є *варіативність розв'язку*: результат моделювання - інтервал припустимих значень параметра, з якого і обирається розв'язок. Це і є характерною ознакою цих досліджень і тому цей напрямок ДГМ названо *варіативним дискретним геометричним моделюванням (ВДГМ)*. Підтвердженням вагомості та актуальності напряму ВДГМ є низка захищених дисертацій з цього напряму (3 докторських (Балюба І.Г., Верещага В.М., Найдіш А.В.) та 11 кандидатських дисертацій) та чисельні публікації у фахових виданнях (понад 300). Сучасні дослідження з цього напряму спрямовані на визначення та узагальнення науково-прикладних засад напряму ВДГМ.

Перші дослідження Мелітопольської школи прикладної геометрії з теорії та практики ДГМ розпочав у 80-х роках 20 століття Найдіш Володимир Михайлович - засновник Мелітопольської школи прикладної геометрії. Він був ідеологом та керівником цих досліджень, йому належить більшість плідних ідей, що були втілені у кандидатських та докторських дисертаціях. У його публікаціях [4, 7, 9, 10] систематично та поступово викладались результати проведених досліджень з теорії та практики ДГМ, розглядались шляхи та проблеми подальшого розвитку напрямку ДГМ (ВДГМ) [8]. Значну увагу він приділяв теоретичним дослідженням, зокрема, проблемам термінології та трактування основних понять [5]. На теперішній час наукова спільнота достатньо ознайомила з науково-прикладними аспектами напрямку ВДГМ, хоча дослідження з його вдосконалення та розвитку тривають [11], вдосконалюється понятійний апарат та термінологія, досліджуються нові методи моделювання.

Формування цілей статті. Метою статті є систематизація, уточнення та викладення основ понятійного апарату та головних науково-методологічних рис напрямку ВДГМ.

Основна частина. Наведемо базові визначення, основоположні та концептуальні поняття ВДГМ як напрямку геометричного моделювання, що формують основні *наукові риси* напрямку ВДГМ:

ВДГМ – це напрямок ДГМ, у якому результат моделювання обирається з інтервалу припустимих значень у відповідності з задачею.

Зміст ВДГМ – сукупність методів варіативного дискретного отримання розв’язку, що ґрунтуються на дискретному представленні геометричних образів і мають спільну теоретично-методологічну основу, яка включає аксіоми, термінологію, визначення ВДГМ; припущення та обмеження ВДГМ; формулювання та обґрунтування основних вимог ВДГМ; загальні положення та алгоритми розв’язання певного класу задач; якісні характеристики задач моделювання (збіжність обчислювального процесу, оцінки похибок моделювання, тощо) та ін..

Концептуальна основа ВДГМ - варіативність розв’язку, тобто вибір шуканого результату із множини припустимих.

Геометричною основа ВДГМ - побудова смуги припустимих значень.

Обчислювальною основа ВДГМ - розв’язання систем нерівностей.

Об’єкт дослідження ВДГМ - це дискретно представлений геометричний образ (ГО).

ГО – це множина точок, для якої властиві певні метричні, позиційні, дифференціально-геометричні властивості. Ця множина може бути зв’язною - неперервний ГО або дискретною.

Обов’язкова вимога ВДГМ: дискретна множина точок повинна бути упорядкованою.

Предмет дослідження ВДГМ - співвідношення між елементами дискретного подання ГО або його характеристиками, що визначаються вимогами задачі.

Головна риса ВДГМ (головна перевага) - цілеспрямований вибір розв’язку із області його припустимих значень (де виконуються умови моделювання), а не його детермінований розрахунок.

Дискретне диференціювання – це обчислювальний процес цілеспрямованого вибору значень похідних (із множини припустимих) у вузлах наявної ДПК, виходячи з вимог задач моделювання.

Дискретне інтегрування – це обчислювальний процес визначення (вибору із множини припустимих значень) координат точок первісної ДПК за заданими початковими або граничними умовами у наявному векторному полі, кожна точка якого сформована

під дією заданого або тільки представленого (у т.ч. і наявною ДПК) диференціального рівняння, а вектори поля є дотичними до первісної кривої у точках її ДПК.

Вимоги щодо методів ВДГМ:

- локальність розрахунків і на цій основі корекція результату моделювання;
- запобігання осциляції як самого ГО в процесі моделювання, так і його численних характеристик;
- простота та взаємоузгодженість обчислювальних алгоритмів.

Розглянемо **методологічні аспекти** напряму ВДГМ. Визначальним елементом у цьому питанні є поняття дискретної геометричної моделі.

Дискретна геометрична модель – це впорядкована дискретна сукупність точок геометричного образу та (або) значень деяких його характеристик, що представлена в певній системі координат та пов'язана з алгоритмом розв'язання певного класу задач. Визначальним фактором дискретної геометричної моделі є алгоритм розв'язання задач, оскільки він визначає змістовну частину моделі. Одна й та сама дискретна сукупність точок може бути пов'язана з різними алгоритмами, створюючи таким чином різні за змістом моделі (модель згущення; модель екстраполяції та ін.).

Для неперервних ГО дискретною сукупністю точок є дискретно представлена крива лінія (ДПК) або поверхня (ДПП). Ця сукупність може бути отримана експериментально або дискретизацією деякої неперервної кривої чи поверхні, що задані [5] графічно або аналітично. У випадку експериментального отримання ДПК (ДПП) (при дискретній реєстрації результатів) її неперервний вигляд невідомий, також невідомі і її характеристики (дотичні, кривини, кути нахилу, суміжності тощо). В цьому випадку маємо дискретні графіки самої ДПК (ДПП) та її дотичних, кривин, кутів нахилу і т. ін. Зазначимо, що дотична чи кривина задана у певному вузлі ДПК, стосується не цієї ДПК, а неперервної кривої, що може бути проведена через вузли ДПК.

У випадку отримання ДПК (ДПП) шляхом дискретизації із аналітичного завдання, як правило, можна побудувати як завгодно щільну множину точок, визначити необхідні характеристики ГО. Зазвичай, мета дискретизації – спрощення (зменшення обсягу) розрахунків при обов'язковому виконанні умов точності. Можливість такої дискретизації доведена теоремою Ремеза, згідно з якою довільна неперервна крива лінія (графічно) або функція $y = f(x)$ – (аналітично) може бути апроксимована з заданою точністю кусково-

лінійною функцією, де в нашому розумінні вузли – це ДПК, а ланки, що їх з'єднують, – це супровідна ламана лінія (СЛЛ) ДПК.

Нагадаємо, що при розв'язанні задач дискретного регресійного аналізу дискретна сукупність точок на площині являє собою не ДПК, а “хмару точок”. Кількість таких точок, як правило, значна. Застосовувані при цьому критерії наближення не вимагають суворої упорядкованості точок, достатньо їх перенумерувати.

Параметри, що фігурують у визначенні моделі, це позиційні, метричні чи диференціально-геометричні властивості ГО, а також характеристики того процесу чи явища, що моделюється даною моделлю (наприклад: витрати, температура, енергія тощо).

Моделі можуть бути узагальнюючі (для певного класу задач і явищ) та конкретизуючі – для розв'язання конкретної науково-прикладної задачі. Приклади узагальнюючих моделей: моделі інтерполяції, апроксимації, оптимізації тощо. Приклади конкретизуючих моделей: модель профілювання кулачка газорозподільного механізму, модель прогнозування погоди, як окремий випадок моделі екстраполяції і т. ін.

Зазначимо, що модель створюється не взагалі, а з орієнтацією на певний клас задач, який таким чином (безпосередньо або опосередковано) формує вимоги до моделі та реалізується в алгоритмічній частині визначника моделі. Повнота та якість виконання цих вимог визначає ступінь адекватності моделі щодо поставленої (розв'язуваної) задачі. Крім того, в процесі створення та конкретизації моделі можуть виникнути додаткові вимоги до неї з метою підвищення точності, виконання додаткових (неформальних) вимог або умови пов'язані з необхідністю подальшого використання моделі.

Одним з визначальних факторів задачі моделювання є коректність постановки задачі, як математична (геометрична) так і змістовна, що впливає із поставленої задачі і визначає узгодженість її параметрів і співвідношень між ними, області досліджуваного розв'язку, можливості досягнення бажаної точності і т. ін. Математична коректність визначається відсутністю протиріч в визначенні залежних та незалежних змінних, співвідношень між ними, відповідністю геометричних і обчислювальних характеристик моделі, а також їх загальною відповідністю щодо характеристик модельованого явища чи процесу.

Відомі на теперішній час [8, 9, 10, 11] моделі ВДГМ, повною мірою відповідають вище означеним властивостям і крім того мають характерні, притаманні лише ним, риси:

– забезпечують варіативність розв'язку, тобто його вибір із множини припустимих значень, що дозволяє включати до розгляду додаткові

- (і можливо неформальні) умови задачі;
- гарантують відсутність осциляції розв'язку, при цьому виконання цієї вимоги є утворюючим фактором моделі;
 - дозволяють локальний розв'язок та локальну корекцію розв'язку.

В прикладному плані методи ВДГМ розв'язують широкий спектр надзвичайно важливих практичних задач моделювання і, звичайно, повною мірою можуть розглядатися цілком самостійно, не пов'язуючи свої теоретичні засади і практичні засоби з проблематикою ВДГМ.

Висновки. У роботі розглядаються основи понятійного апарату та головні науково-методологічні риси варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ), як окремого напрямку геометричного моделювання, у якому результат моделювання обирається з інтервалу припустимих значень у відповідності з задачею. Цілеспрямований вибір розв'язку з діапазону можливих значень дає значні переваги в досягненні точності та адекватності моделювання та дозволяє урахувати додаткові умови задачі. У наступних публікаціях планується розглянути обчислювальні та прикладні особливості напряму ВДГМ.

Література

1. Ковальов С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. ... докт. техн. Наук: 05.01.01 / Ковальов Сергей Николаевич. – Москва, 1986. – 348с.
2. Грибов С.Н. Дискретна геометрія інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь на основі скінченних сум: дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01 / Грибов Сергей Николаевич. – Київ, 1994. – 302с.
3. Пугачов Є.В. Дискретне геометричне моделювання скалярних і векторних полів стосовно будівельної світлотехніки: дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01 / Пугачов Євген Валентинович. – Київ, 2001. – 353с.
4. Найдыш В.М. Направления развития теории дискретного геометрического моделирования / В.М.Найдыш // Материали Всеукраїнської науково-методическої конференції «Геометричне моделювання. Інженерна та комп'ютерна графіка». – Харків, 1993. – С. 7.
5. Найдыш В.М. Теоретические основы дискретного геометрического моделирования / В.М. Найдыш // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К, 1995. – Вып.58. – С.25-29.
6. Найдыш В.М. Перспективы развития геометрического

- моделирования / В.М.Найдыш // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К, 1996. – Вып.60. – С.15-19.
7. Найдыш В.М. Досвід та перспективи дискретного геометричного моделювання / В.М. Найдыш, А.В. Найдыш // Материалы украинно-российской научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». Спец. вып. – Харьков, 2005. – С.40-45.
 8. Найдыш В.М. Актуальные проблемы дискретного геометрического моделирования / В.М. Найдыш // Геометричне та комп'ютерне моделювання / Харківський держ. університет харч. та торгівлі. – Вип.13. – Харків, 2005. – С.7-16.
 9. Найдыш В.М. Розвиток Мелітопольської наукової школи з прикладної геометрії / В.М. Найдыш //Сб. тр. VII Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». – Мелітополь, 2003. – С.3-8.
 10. Найдыш В.М. Дискретне геометричне моделювання: сутність, особливості, різновиди / В.М. Найдыш // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Вип. 24. – Мелітополь: ТДАТА, 2004. – С.100-105.
 11. Найдыш А.В. Варіативне дискретне геометричне моделювання / А.В. Найдыш, І.Г. Балюба, В.М. Верещага, Д.В. Спиринцев // Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2018. – Вип.11. - С. 108-114.

НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВАРИАТИВНОГО ДИСКРЕТНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Найдыш А.В., Балюба И.Г., Верещага В.М., Спиринцев Д.В.

В работе рассматриваются основы понятийного аппарата и главные научно-методологические черты вариативного дискретного геометрического моделирования (ВДГМ), как отдельного направления геометрического моделирования со своим теоретико-прикладным содержанием.

Классические методы моделирования, как правило, имеют целью получение моделирующей функции, которая в свою очередь определенным образом влияет на результат моделирования, накладывая (навязывая) на него свои свойства и усложняя получение или уточнение конечного результата, поэтому то актуальным стало

направление дискретного геометрического моделирования (ДГМ), результат которого неотягощается (искажаются) свойствами моделирующей функции. Это обуславливает актуальность и активность научных исследований направления ДГМ. Поэтому, в рамках ДГМ, сформировались отдельные научные направления, которые имеют свои отличительные черты. И актуальным, в настоящее время, является определение круга возможностей, места и специфики каждого из них в научно-методологическом и прикладном плане.

Фундаментальной идеей исследований по ДГМ ученых Мелитопольской школы прикладной геометрии является вариативность решения: результат моделирования - это интервал допустимых значений параметра, из которого и выбирается решение и поэтому это направление ДГМ названо вариативным дискретным геометрическим моделированием (ВДГМ).

Целью статьи является изложение, систематизация и уточнение основ понятийного аппарата и основных научно-методологических черт направления ВДГМ.

Рассматриваются основополагающие и концептуальные понятия ВДГМ как направления геометрического моделирования, формирующие основные научные черты направления ВДГМ.

На основе понятия дискретной геометрической модели рассматриваются методологические аспекты направления ВДГМ.

Рассматриваются основные факторы влияния на качество и полноту модели и результаты решения задачи моделирования, указываются отличительные черты моделей ВДГМ.

Ключевые слова: вариативное дискретное геометрическое моделирование (ВДГМ), геометрический образ (ГО), дискретная геометрическая модель, дискретное геометрическое моделирование (ГГС), дискретно представлена кривая (ДПК).

VARIATIVE DISCRETE GEOMETRICAL MODELING

Naidysh A., Balyuba I., Vereshchaga V., Spiritsev D.

The paper considers the foundations of the conceptual apparatus and the main scientific and methodological features of the variative discrete geometric modeling (VDGM) as a separate direction of geometric modeling with its theoretical and applied content.

Classical simulation methods tend to have a modeling function, which in turn in a certain way affects the result of simulation, imposing (impose) on it its properties and complicating the receipt or refinement of the final result, therefore the direction of discrete geometric modeling (DGM) whose result is not burdened (distorted) by the properties of the simulating function. This determines the relevance and activity of scientific research in the direction of the DGM. Therefore, within the framework of the DGM, separate scientific directions have been formed, which have their own distinctive features. And current, at present, is the definition of the range of opportunities, places and specifics of each of them in the scientific-methodological and applied plan.

The fundamental idea behind the research on the DGM of the Melitopol School of Applied Geometry is the variability of the solution: the result of simulation is the range of permissible values of the parameter from which the decision is chosen and therefore this direction of the DGM is called the variable discrete geometric modeling (VDGM).

The purpose of the article is the presentation, systematization and refinement of the basis of the conceptual apparatus and the main scientific and methodological features of the direction of the VDGM.

The basic and conceptual concepts of VDGM as the directions of geometric modeling, forming the basic scientific features of the direction of VDGM are considered.

On the basis of the concept of a discrete geometric model, the methodological aspects of the direction of the VDGM are considered.

The main factors influencing the quality and completeness of the model and the results of solving the modeling problem are considered, and the distinctive features of the VDGM models are indicated.

Key words: variative discrete geometric modeling (VDGM), geometric image (GI), discrete geometric model, discrete geometric modeling (DGM), discretely presented curve (DPC).