УДК 514.18

СПОСОБИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРИТТЯ ОПУКЛИМИ БАГАТОКУТНИКАМИ ЗАДАНОЇ МНОЖИНИ З ДИСКРЕТНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Соболь О.М., д.т.н.,
Кравців С.Я.*
Національний університет цивільного захисту України
(Харків, Україна)

Актуальність даної роботи зумовлюється реформуванням Державної служби України з надзвичайних ситуацій. Відповідно до Стратегії реформування системи Державної служби з надзвичайних ситуацій однією з найважливіших задач є визначення необхідної кількості пожежно-рятувальних підрозділів (пожежних частин) місцевої і добровільної пожежної охорони в об'єднаних територіальних громадах, їх чисельності, місць дислокації з урахуванням часу прибуття до місця виклику.

Слід відзначити, що задача створення місцевої і добровільної пожежної охорони в об'єднаних територіальних громадах може бути розглянута як задача оптимального покриття заданої множини з дискретними елементами (територіальні громади та інші населені пункти) опуклими та неопуклими багатокутниками (районами виїзду оперативних підрозділів). У зв'язку з цим виникає проблема щодо розвитку моделей та методів оптимального покриття заданих множин з урахуванням заданих цільових функцій та обмежень задачі (наприклад, зазначені моделі та методи мають враховувати дискретні елементи, які повинні належати області перетину кількох об'єктів покриття тощо). Однією із задач, що сприятиме вирішенню вищенаведеної проблеми, є задача оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами.

В даній роботі було розроблено способи оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами. Наведено чисельну реалізацію одного із способів на прикладі задачі оптимального розподілу оперативних підрозділів за рівнем інтегрального пожежного ризику.

Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку моделей та методів оптимального покриття заданих областей з урахуванням дискретних елементів, які повинні належати області перетину кількох об'єктів покриття.

* Науковий керівник – д.т.н., с.н.с. Соболь О.М.

Ключові слова: оптимальне покриття, способи, опуклі багатокутники, дискретні елементи.

Постановка проблеми. До класу задач оптимізаційного проектування у своїх постановках можуть бути зведені важливі задачі у багатьох сферах господарювання. Прикладами таких задач у сфері цивільного захисту є задачі оптимального розміщення оперативно-рятувальних підрозділів, територіального розподілу захисних споруд, побудови оптимальних шляхів евакуації тощо. Більш того, відповідно до Стратегії реформування системи Державної служби з надзвичайних ситуацій однією з найважливіших задач є визначення необхідної кількості пожежно-рятувальних підрозділів (пожежних частин) місцевої і добровільної пожежної охорони в об’єднаних територіальних громадах, їх чисельності, місць дислокації з урахуванням часу прибуття до місця виклику (10 хвилин у місті та 20 хвилин у сільській місцевості), фінансово-економічного обґрунтування їх створення і утримання [1].

Слід відзначити, що задача створення місцевої і добровільної пожежної охорони в об’єднаних територіальних громадах може бути розглянута як задача оптимального покриття заданої множини з дискретними елементами (територіальні громади та інші населені пункти) опуклими та неопуклими багатокутниками (районами виїзду оперативних підрозділів). У зв’язку з цим виникає проблема щодо розвитку моделей та методів оптимального покриття заданих множин з урахуванням заданих цільових функцій та обмежень задачі (наприклад, зазначені моделі та методи мають враховувати дискретні елементи, які повинні належати області перетину кількох об’єктів покриття тощо). Однією з актуальних задач, що сприятиме вирішенню вищенаведеної проблеми, є задача оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розробці методів та способів розв’язання класу задач оптимального покриття присвячено, наприклад, роботи [2, 3]. В наукових публікаціях [4, 5] наведено моделі та методи оптимального покриття опуклими та неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами.

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно розробити способи оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами.

Основна частина. Розглянемо задачу оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами на прикладі задачі оптимального розподілу оперативних підрозділів за рівнем інтегрального пожежного ризику [6].

Постановка даної задачі має наступний вигляд. Нехай задано певну адміністративно-територіальну одиницю S_0 у вигляді багатокутника у глобальній системі координат. Область S_0 має дискретні елементи V_k, $k=1,\ldots,N_k$, що являють собою населені пункти. Нехай $G_l \subset V_k$, $l=1,\ldots,L$, $L<N_k$, – об'єднані територіальні громади (населені пункти), в яких є припустимим створення оперативно-рятувальних підрозділів. Населені пункти, в яких (поруч з якими) знаходяться потенційно небезпечні об'єкти та/або об'єкти підвищеної небезпеки, позначимо через $S_d \subset G_l$, $d=1,\ldots,D$, $D<L$.

Необхідно здійснити покриття області S_0 районами виїзду оперативно-рятувальних підрозділів P_i, $i=1,\ldots,N$ (опуклі багатокутники), таким чином, щоб цільова функція (інтегральний пожежний ризик) була мінімальною і при цьому виконувалися такі обмеження:

– мінімум площі перетину районів виїзду оперативно-рятувальних підрозділів;

– належність районів виїзду оперативно-рятувальних підрозділів області S_0;

– належність населених пунктів V_k, $k=1,\ldots,N_k$, а також населених пунктів S_d, $d=1,\ldots,D$, районам виїзду оперативно-рятувальних підрозділів;

– час прямування оперативно-рятувальних підрозділів до найвіддаленішої точки району виїзду P_i, $i=1,\ldots,N$, має не перевищувати заданого T^*;

– розміщення оперативно-рятувальних підрозділів здійснюється в об'єднаних територіальних громадах (населених пунктах) G_l, $l=1,\ldots,L$;

– мінімум кількості оперативно-рятувальних підрозділів P_i, $i=1,\ldots,N$.

Модель оптимального покриття (розподілу оперативно-рятувальних підрозділів) має наступний вигляд:

$$\min_{u\in W} R_3\left(\bar{\tau}_{прям}, \bar{\tau}_{лок}, \bar{\tau}_{лікв}, N_{пож}\right);\ u=\{m_i;v_i\};\ i=1,\ldots,N; \tag{1}$$

де W:

$$\omega\left(m_i,m_j,v_i,v_j\right)\to\min; \tag{2}$$
$$i=1,\ldots,N;\ j=i+1,\ldots,N;$$

$$\omega\left(m_i, m_{cS_0}, v_i, v_{cS_0}\right) \to \min; \tag{3}$$
$$i = 1,\dots,N;\ S_0 \bigcup cS_0 = R^2;$$

$$V_k \in \{P_i\};\ k \in \{1,\dots,N_k\};\ i = 1,\dots,N; \tag{4}$$

$$S_d \in \{P_i\};\ d = 1,\dots,D;\ i \in \{1,\dots,N\}; \tag{5}$$

$$\tau_{прям}(P_i) \le T^*;\ i = 1,\dots,N; \tag{6}$$

$$\bar{\tau}_{прям} = f\left(k_{покр}\right); \tag{7}$$

$$u = \{m_i; v_i\} \in \{G_l\};\ G_l \in \{P_i\};\ i = 1,\dots,N;\ l = 1,\dots,L; \tag{8}$$

$$N \to \min. \tag{9}$$

В моделі (1)÷(9) вираз (1) являє собою цільову функцію задачі, при цьому m_i – координати вершин багатокутників P_i, $i = 1,\dots,N$, в локальній системі координат, v_i – параметри розміщення об'єктів P_i (положення локальної системи координат i-го об'єкта в глобальній системі координат); вираз (2) – умова мінімуму взаємного перетину об'єктів P_i та P_j, де $\omega(.)$ – ω-функція, що являє собою площу перетину багатокутників P_i та P_j; вираз (3) – умова мінімуму перетину об'єктів P_i з доповненням області S_0 до евклідового простору R^2; вираз (4) – умова належності населених пунктів V_k, $k = 1,\dots,N_k$, районам виїзду оперативно-рятувальних підрозділів P_i; вираз (5) – умова належності населених пунктів S_d, $d = 1,\dots,D$, районам виїзду оперативно-рятувальних підрозділів P_i; вираз (6) – умова щодо припустимого часу прямування оперативно-рятувальних підрозділів до місця виклику; вираз (7) – взаємозв'язок між середнім часом прямування оперативно-рятувальних підрозділів та коефіцієнтом покриття області S_0; вираз (8) – умова розміщення оперативно-рятувальних підрозділів в об'єднаних територіальних громадах (населених пунктах) G_l, $l = 1,\dots,L$; вираз (9) – умова мінімуму кількості оперативно-рятувальних підрозділів.

Розглянемо особливості моделі (1)÷(9):

1. При врахуванні місць розташування існуючих оперативно-

рятувальних підрозділів до моделі необхідно додати наступне обмеження:

$$\omega\left(m_i, m_q, v_i, v_q\right) \to \min; \quad (10)$$
$$i = 1, \ldots, N; \; q = 1, \ldots, N_q;$$

де N_q – кількість існуючих оперативно-рятувальних підрозділів.

2. Якщо задача (1)÷(9) розв'язується з урахуванням обмежених ресурсів, то в моделі замість обмеження (9) необхідно використати наступний вираз:

$$Q_{рес}\left(N\right) \leq Q_{рес}^{*}; \quad (11)$$

де $Q_{рес}\left(N\right)$ – ресурси, що необхідні для створення N оперативно-рятувальних підрозділів;

$Q_{рес}^{*}$ – ресурси, що виділяються на створення оперативно-рятувальних підрозділів.

3. Цільова функція задачі (інтегральний пожежний ризик) є лінійною, обмеження – лінійними, нелінійними та дискретними.

4. Вид оперативно-рятувальних підрозділів визначається в залежності від об'єктів захисту, що знаходяться в районі обслуговування.

Для врахування особливостей моделі (1)÷(9) було розроблено наступні способи оптимального покриття опуклими багатокутниками (районами виїзду) заданої множини з дискретними елементами (адміністративно-територіальної одиниці).

Спосіб 1. Оперативно-рятувальні підрозділи мають обов'язково створюватись в об'єднаних територіальних громадах (населених пунктах) S_d, $d = 1, \ldots, D$, в яких (поруч з якими) знаходяться потенційно небезпечні об'єкти та/або об'єкти підвищеної небезпеки.

Даний спосіб представлено за допомогою структурно-логічної схеми, що наведена на рис. 1.

Спосіб 2. Оперативно-рятувальні підрозділи мають обов'язково створюватись в об'єднаних територіальних громадах (населених пунктах) S_d, $d = 1, \ldots, D$, в яких (поруч з якими) знаходяться потенційно небезпечні об'єкти та/або об'єкти підвищеної небезпеки. При цьому враховуються райони виїзду існуючих оперативно-рятувальних підрозділів.

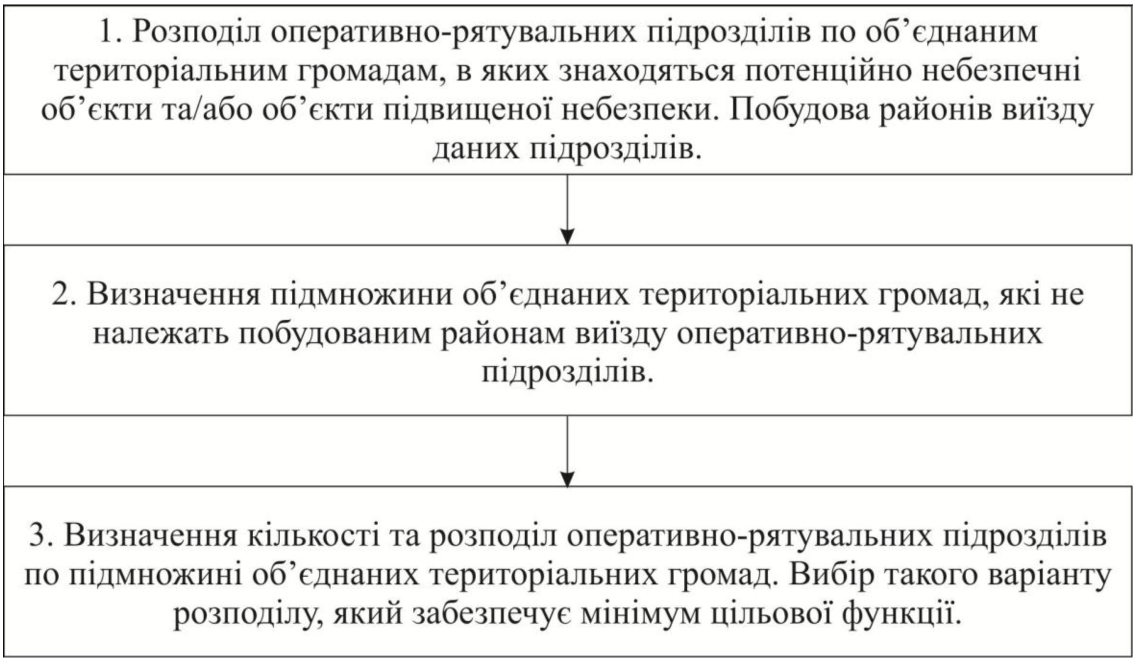

Рис. 1. Структурно-логічна схема для способу 1

Структурно-логічна схема для реалізації даного способу наведена на рис. 2.

Аналогічні структурно-логічні схеми було побудовано для реалізації таких способів:

Спосіб 3. Оперативно-рятувальні підрозділи мають обов’язково створюватись в об’єднаних територіальних громадах (населених пунктах) S_d, $d = 1,\ldots,D$, в яких (поруч з якими) знаходяться потенційно небезпечні об’єкти та/або об’єкти підвищеної небезпеки. При цьому враховуються обмежені ресурси на створення відповідних підрозділів.

Спосіб 4. Оперативно-рятувальні підрозділи мають обов’язково створюватись в об’єднаних територіальних громадах (населених пунктах) S_d, $d = 1,\ldots,D$, в яких (поруч з якими) знаходяться потенційно небезпечні об’єкти та/або об’єкти підвищеної небезпеки. При цьому враховуються райони виїзду існуючих оперативно-рятувальних підрозділів та обмежені ресурси на створення відповідних підрозділів.

На рис. 3 наведено результат оптимального покриття Близнюківського району Харківської області районами виїзду оперативно-рятувальних підрозділів за допомогою способу 2.

1. Визначення районів виїзду існуючих оперативно-рятувальних підрозділів.

↓

2. Розподіл нових оперативно-рятувальних підрозділів по об’єднаним територіальним громадам (не належать районам виїзду існуючих підрозділів), в яких знаходяться потенційно небезпечні об’єкти та/або об’єкти підвищеної небезпеки. Побудова районів виїзду даних підрозділів.

↓

3. Визначення підмножини об’єднаних територіальних громад, які не належать побудованим районам виїзду оперативно-рятувальних підрозділів.

↓

4. Визначення кількості та розподіл нових оперативно-рятувальних підрозділів по підмножині об’єднаних територіальних громад. Вибір такого варіанту розподілу, який забезпечує мінімум цільової функції.

Рис. 2. Структурно-логічна схема для способу 2

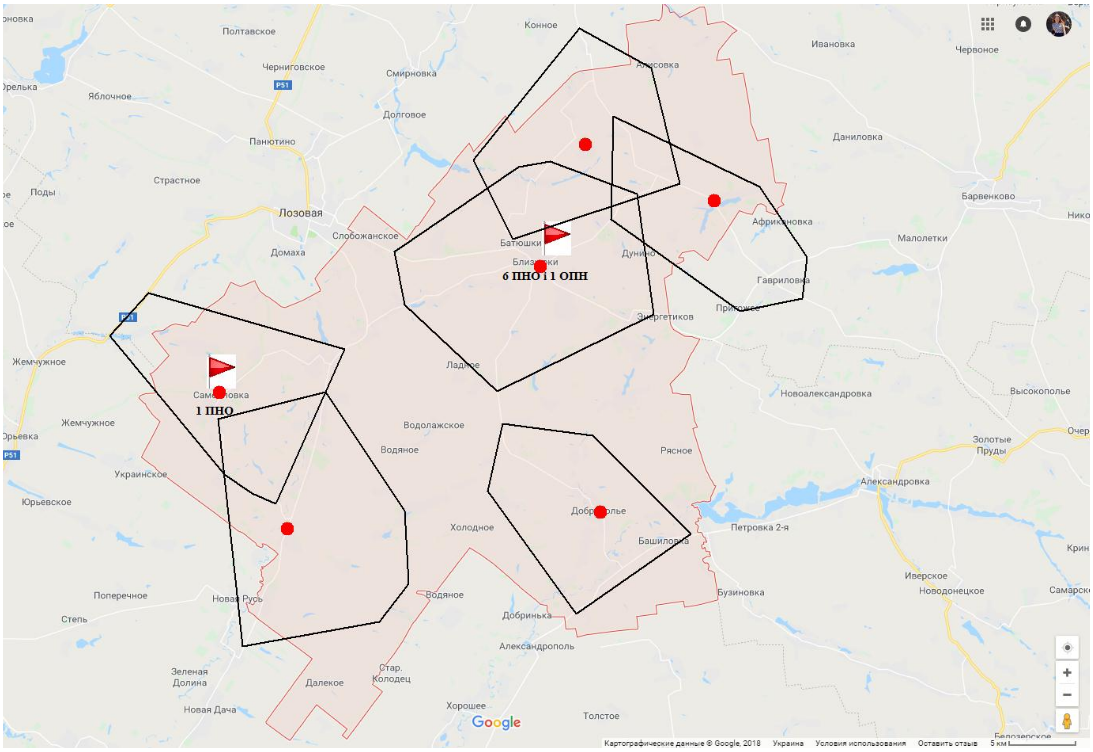

Рис. 3. Розподіл оперативно-рятувальних підрозділів по території Близнюківського району за допомогою способу 2

Висновки. В даній роботі було розроблено способи оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої множини з дискретними елементами. Наведено чисельну реалізацію одного із способів на прикладі задачі оптимального розподілу оперативних підрозділів за рівнем інтегрального пожежного ризику. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку моделей та методів оптимального покриття заданих областей з урахуванням дискретних елементів, які повинні належати області перетину кількох об’єктів покриття.

Література

1. Про схвалення Стратегії реформування системи Державної служби України з надзвичайних ситуацій [Електронний ресурс]: Розпорядження КМУ від 25.01.17 р. №61-р. – Режим доступу: http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/61-2017-%D1%80.
2. Комяк В.М. Оптимізація покриття заданих областей геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.А. Лісняк, В.О. Собина // Монографія. – Х.: НУЦЗУ, 2013. – 124 с.
3. Собина В.О. Моделювання раціонального покриття об’єктів залізниці районами виїзду пожежно-рятувальних підрозділів / В.О. Собина // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних сил. – Харків: ХУПС, 2011. – Вип. 1(27). – С. 240-242.
4. Комяк В.М. Модель та метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами / В.М. Комяк, О.М. Соболь, С.Я. Кравців // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2018. – Вип. 8, Т. 1. – С. 11-22.
5. Моделювання покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами / В.М. Комяк, О.М. Соболь, С.Я. Кравців, І.А. Чуб // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2018. – № 3(66). – Т. 2. – С. 147-152.
6. Соболь О.М. Математична модель управління інтегральним пожежним ризиком та її особливості / О.М. Соболь, С.Я. Кравців // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – № 3(62). – Т. 2. – С. 317-321.

СПОСОБЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ ВЫПУКЛЫМИ МНОГОУГОЛЬНИКАМИ ЗАДАННОГО МНОЖЕСТВА С ДИСКРЕТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Соболь А.Н., Кравцив С.Я.

Актуальность данной работы обусловлена реформированием Государственной службы Украины по чрезвычайным ситуациям. Согласно Стратегии реформирования системы государственной службы по чрезвычайным ситуациям одной из важнейших задач является определение необходимого количества пожарно-спасательных подразделений (пожарных частей) местной и добровольной пожарной охраны в объединенных территориальных общинах, их численности, мест дислокации с учетом времени прибытия к месту вызова.

Следует отметить, что задача создания местной и добровольной пожарной охраны в объединенных территориальных общинах может быть рассмотрена как задача оптимального покрытия заданного множества с дискретными элементами (территориальные общины и другие населенные пункты) выпуклыми и невыпуклыми многоугольниками (районами выезда оперативных подразделений). В связи с этим возникает проблема, связанная с развитием моделей и методов оптимального покрытия заданных множеств с учетом заданных целевых функций и ограничений задачи (например, указанные модели и методы должны учитывать дискретные элементы, которые должны принадлежать области пересечения нескольких объектов покрытия и т.д.). Одной из актуальных задач, которая будет способствовать решению вышеприведенной проблемы, является задача оптимального покрытия выпуклыми многоугольниками заданного множества с дискретными элементами.

В данной работе разработаны способы оптимального покрытия выпуклыми многоугольниками заданного множества с дискретными элементами. Приведена численная реализация одного из способов на примере задачи оптимального распределения оперативных подразделений по уровню интегрального пожарного риска.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку моделей и методов оптимального покрытия заданных областей с учетом дискретных элементов, которые должны принадлежать области пересечения нескольких объектов покрытия.

Ключевые слова: оптимальное покрытие, способы, выпуклые многоугольники, дискретные элементы.

METHODS OF OPTIMAL COVERAGE BY CONVEX POLYGONS OF A GIVEN SET WITH DISCRETE ELEMENTS

Sobol O., Kravtsiv S.

The urgency of this work is conditioned by the reform of the State Service of Ukraine for Emergency Situations. In accordance with the Strategy for reforming the system of the State Emergency Services, one of the most important tasks is to determine the required number of fire and rescue units (fire units) of local and voluntary fire protection in the united territorial communities, their number, places of disposition, taking into account the time of arrival to the place of call.

It should be noted that the task of creating local and voluntary fire protection in the united territorial communities can be considered as the task of optimal coverage of a given set with discrete elements (territorial communities and other settlements) with convex and non-convex polygons (outlets of operational units). In this regard there is a problem with the development of models and methods for optimal coverage of given sets taking into account the specified target functions and task limitations (for example, these models and methods should take into account the discrete elements that should belong to the area of the cross-over of several coating objects, etc. . One of the topical problems that will contribute to the solution of the above problem is the problem of optimal coverage by convex polygons of a given set with discrete elements.

In this paper, methods of optimal coverage by convex polygons of a given set with discrete elements were developed. The numerical realization of one of the methods on the example of the problem of optimal distribution of operational units by the level of integral fire risk is given.

Further research will be aimed at developing models and methods for optimal coverage of specified areas, taking into account discrete elements, which should belong to the area of intersection of several coating objects.

Keywords: optimal coverage, methods, convex polygons, discrete elements.