

УДК 515:721.02.23

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ НЕДОСТУПНОЙ ТОЧКИ ОБЪЕКТА

Браилов А.Ю., д.т.н.,

Панченко В.И.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры  
(Украина)

*В настоящей работе выполнен анализ полученного аналитического основания геометрической модели измерений для определения параметров недоступной точки объекта. Выявлена проблема и поставлены первостепенные задачи. Скорректировано определение геометрической модели измерений – это модель, связывающая визирными лучами и их проекциями измерительные приборы и объект исследования некоторым способом, в определенной системе координат с плоскостями проекций. Суть проблемы – многообразие способов обработки результатов измерений противоречит необходимости получения однозначного адекватного результата, уменьшения количества операций обработки полученных экспериментальных данных и снижения затрат на проведение расчета. Цель настоящего исследования – разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта. Задачи статьи: 1. Выполнить анализ полученного аналитического основания геометрической модели измерений и разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта. 2. На основании данных реальных экспериментальных измерений проверить работоспособность созданного алгоритма. Выдвинута гипотеза – полученное аналитическое основание геометрической модели измерений содержит необходимые и достаточные условия для создания алгоритма расчета параметров недоступной точки объекта. Проверка этой гипотезы и использование теории алгоритмических процедур позволили разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта. Алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта состоит из двух блоков. Первый блок обработки реальных результатов измерений и подготовки данных для расчета параметров недоступной точки содержит пять этапов. Второй блок непосредственного расчета координат недоступной точки содержит семь этапов. Работоспособность созданного алгоритма проверена на основании данных реальных экспериментальных измерений. Выделено основное достоинство разработанного алгоритма.*

*Ключевые слова:* здание, визирный луч, измерение, координаты точки, аналитическое основание, геометрическая модель, анализ, алгоритм.

**Постановка проблемы.** Создание конструкторской документации исторического здания предполагает построение геометрической модели этого объекта. Необходимость и актуальность построения трехмерных и двухмерных моделей здания и его компонентов обоснована в предыдущих исследованиях [1-3].

Для построения геометрической модели исторического здания необходимо определять параметры недоступных точек этого объекта.

Определение параметров недоступных точек здания требует разработки и исследования геометрических моделей экспериментальных измерений. Трехмерная и двухмерная геометрические модели экспериментального (эмпирического) определения координат точки объекта предложены в проведенных исследованиях [2-6].

*Геометрическая модель измерений* – это модель, связывающая визирными лучами и их проекциями измерительные приборы и объект исследования некоторым способом, в определенной системе координат с плоскостями проекций.

В результате анализа возможных вариантов геометрической модели экспериментальных измерений для определения координат точки объекта, по критерию способа привязки к декартовой системе координат, определена *рациональная модель* [7]. Такая геометрическая модель снижает трудоемкость эксперимента и упрощает методику обработки результатов измерений.

При этом для эффективной обработки результатов измерений необходимо разработать алгоритм.

Суть проблемы. *Многообразие* способов обработки результатов измерений *противоречит* необходимости *получения однозначного адекватного результата, уменьшения* операций обработки полученных экспериментальных данных и *снижения* затрат на проведение расчета.

Поэтому для *разрешения* сформулированного *противоречия* необходимо разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Разработанная геометрическая модель экспериментального определения координат недоступной точки объекта и математическое основание для расчета её параметров предложены в проведенных исследованиях [3-7].

В тоже время, алгоритм обработки результатов измерений не создан.

Разработка алгоритма расчета параметров недоступной точки

объекта позволит любому исполнителю однозначно *определить* искомые параметры, *упростить* автоматизацию обработки данных измерений и *снизить* затраты на получение адекватного требуемого результата.

**Формулирование целей статьи.** Цель настоящего исследования — разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта.

Задачи статьи:

1. Выполнить анализ полученного аналитического основания геометрической модели измерений [3] и разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта.

2. На основании данных реальных экспериментальных измерений проверить работоспособность созданного алгоритма.

**Основная часть.** Выполнение анализа аналитического основания геометрической модели измерений позволяет разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта.

Разработка такого алгоритма осуществляется на основании выдвижения и проверки следующей гипотезы.

**Гипотеза 4.** Полученное аналитическое основание геометрической модели измерений [3] содержит необходимые и достаточные условия для создания алгоритма расчета параметров недоступной точки объекта.

Проверка этой гипотезы и использование теории алгоритмических процедур позволили разработать алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта.

В соответствии с разработанной геометрической моделью измерений (рис. 1, 2) оптическим прибором (теодолит, нивелир и т.п.) определяется шесть необходимых данных.

В плоскости  $OCC_1$  визирного луча  $r_D$  и оси  $Oy$  определяются два параметра. 1. Расстояние  $|OD_1|$  от центра  $O$  зрительной трубы до условного положения  $D_1$  пятки нивелирной рейки в горизонтальной плоскости  $OVC_1$ . 2. Угол  $\alpha$  между визирным лучом  $r_D$ , направленным в точку  $C$ , и осью  $Oy$ , совпадающей с горизонтальной плоскостью.

В горизонтальной плоскости  $OVC_1$  задается (3.) расстояние  $|OB|$  и определяется (4.) угол  $\beta$  между проекцией  $B_1C_1$  визирного луча  $r_E$  на эту горизонтальную плоскость и осью  $Ox$ .

В плоскости  $BCC_1$  визирного луча  $r_E$  и его проекции  $r_{E1}$  ( $B_1C_1$ ,  $B \equiv B_1$ ) определяются два параметра. 5. Расстояние  $|BE_1|$  от центра  $B$  зрительной трубы до условного положения  $E_1$  пятки нивелирной рейки в горизонтальной плоскости. 6. Угол  $\gamma$  между визирным лучом  $r_E$ , направленным в точку  $C$ , и проекцией  $r_{E1}$  ( $B_1C_1$ ) этого луча на горизонтальную плоскость  $OVC_1$ .

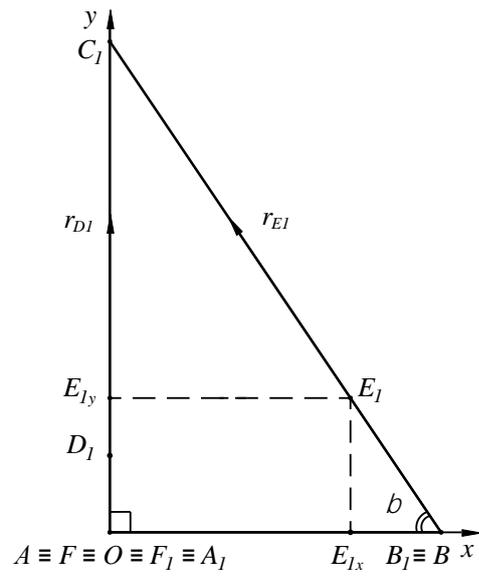


Рис. 1. Двухмерная геометрическая модель измерений

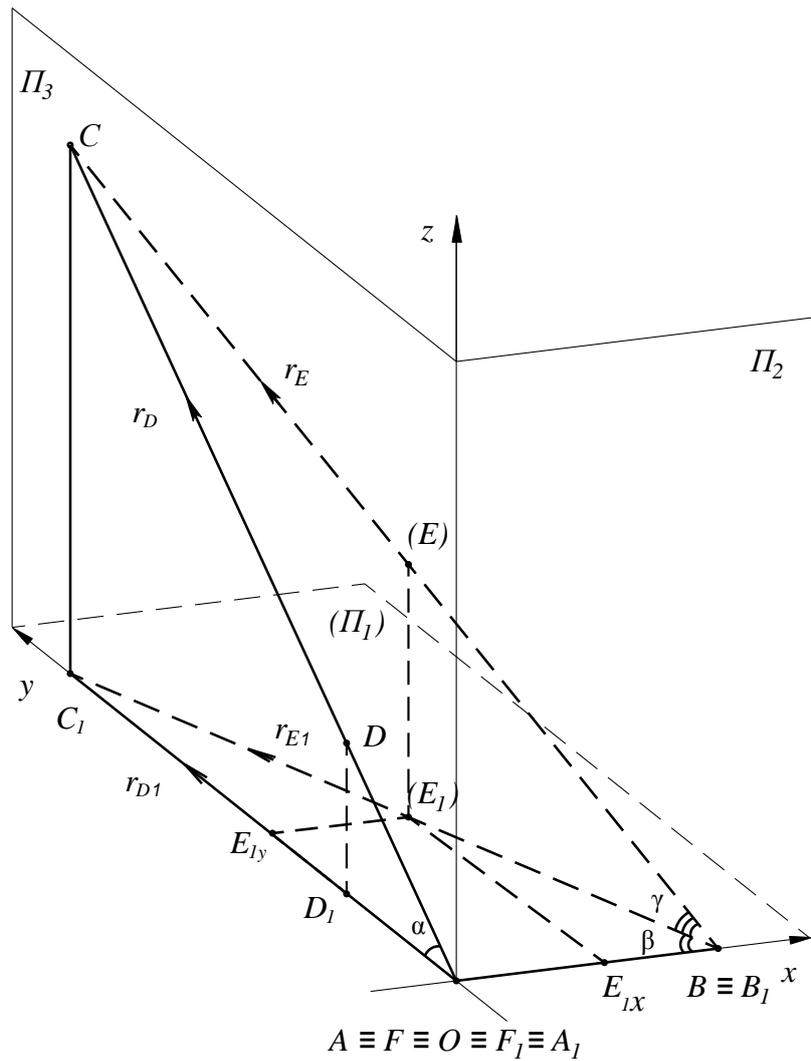


Рис. 2. Трехмерная геометрическая модель измерений

В решаемой задаче на основании определенных прямыми измерениями шести параметров необходимо рассчитать координаты  $x_C, y_C, z_C$  недоступной точки  $C(x_C, y_C, z_C)$  объекта.

Разработанный алгоритм решения поставленной задачи состоит из двух блоков.

Назначение первого блока состоит в определении координат исходных четырех точек  $A, B, D, E$  геометрической модели по шести данным прямым измерениям.

Назначение второго блока заключается в определении искомым координат  $x_C, y_C, z_C$  недоступной точки  $C(x_C, y_C, z_C)$  объекта по координатам исходных точек  $A, B, D, E$  геометрической модели.

Расчет координат исходных точек  $A, B, D, E$  геометрической модели по шести данным прямым измерениям выполняется пятью этапами.

1. Рассчитывается координата  $z_D$  точки  $D$ :

$$z_D = |A_1 D_1| \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

2. Рассчитывается координата  $y_E$  точки  $E$ :

$$y_E = |B_1 E_1| \cdot \sin \beta.$$

3. Рассчитывается координата  $z_E$  точки  $E$ :

$$z_E = |B_1 E_1| \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

4. Рассчитывается длина  $|E_{1x} B_1|$  отрезка  $E_{1x} B_1$  для определения длины  $|O E_{1x}|$  отрезка  $O E_{1x}$ . Длина  $|O E_{1x}|$  отрезка  $O E_{1x}$  численно равна значению координаты  $x_E$  точки  $E$  —  $|O E_{1x}| = x_E$ ,  $|O E_{1x}| = |O B_1| - |E_{1x} B_1|$ .

$$|E_{1x} B_1| = |B_1 E_1| \cdot \cos \beta.$$

5. Рассчитывается координата  $x_E$  точки  $E$ , так как  $x_E = |O E_{1x}|$ :

$$x_E = |O B_1| - |E_{1x} B_1|.$$

Таким образом, после выполнения первого блока (5 этапов) разработанного алгоритма определены значения координат всех четырех исходных точек  $A(x_A, y_A, z_A)$ ,  $B(x_B, y_B, z_B)$ ,  $D(x_D, y_D, z_D)$ ,  $E(x_E, y_E, z_E)$  предложенной геометрической модели.

По этим исходным координатам, в соответствии с разработанной аналитической моделью [3], во втором блоке алгоритма рассчитываются координаты  $x_C, y_C, z_C$  точки  $C(x_C, y_C, z_C)$ .

Второй блок алгоритма условно состоит из семи этапов (6-12).

6. Рассчитываются координаты  $r_{xD}, r_{yD}, r_{zD}$  направляющего вектора  $r_D$  (Рис. 2) по формулам:

$$r_{xD} = x_D - x_A;$$

$$r_{yD} = y_D - y_A;$$

$$r_{zD} = z_D - z_A.$$

7. Рассчитываются координаты  $r_{xE}, r_{yE}, r_{zE}$  направляющего вектора  $r_E$  (рис. 2) по формулам:

$$r_{xE} = x_E - x_B;$$

$$r_{yE} = y_E - y_B;$$

$$r_{zE} = z_E - z_B.$$

8. Рассчитывается значение  $t_{EC}$  параметра визирного луча ВЕС (рис. 2):

$$t_{EC} = \frac{r_{xD} \cdot y_E - r_{yD} \cdot x_E + r_{yD} \cdot x_D - r_{xD} \cdot y_D}{r_{yD} \cdot r_{xE} - r_{xD} \cdot r_{yE}}.$$

9. Рассчитывается значение  $t_{DC}$  параметра визирного луча ADC (рис. 2):

$$t_{DC} = \frac{r_{xE} \cdot t_{EC} + x_E - x_D}{r_{xD}},$$

$$t_{DC} = \frac{r_{yE} \cdot t_{EC} + y_E - y_D}{r_{yD}},$$

$$t_{DC} = \frac{r_{zE} \cdot t_{EC} + z_E - z_D}{r_{zD}}.$$

10. Рассчитываются координаты  $x_{DC}, y_{DC}, z_{DC}$  точки  $C(x, y, z)$  визирного луча ADC (рис. 2):

$$\begin{cases} x_{DC} = r_{xD} \cdot t_{DC} + x_D, \\ y_{DC} = r_{yD} \cdot t_{DC} + y_D, \\ z_{DC} = r_{zD} \cdot t_{DC} + z_D. \end{cases}$$

11. Рассчитываются координаты  $x_{EC}, y_{EC}, z_{EC}$  точки  $C(x, y, z)$  визирного луча ВЕС (рис. 2):

$$\begin{cases} x_{EC} = r_{xE} \cdot t_{EC} + x_E, \\ y_{EC} = r_{yE} \cdot t_{EC} + y_E, \\ z_{EC} = r_{zE} \cdot t_{EC} + z_E. \end{cases}$$

12. Рассчитываются абсолютные погрешности  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  определенных координат точки  $C(x_C, y_C, z_C)$ :

$$\begin{cases} \Delta_x = |x_{DC} - x_{EC}|, \\ \Delta_y = |y_{DC} - y_{EC}|, \\ \Delta_z = |z_{DC} - z_{EC}|. \end{cases}$$

Рассчитываются относительные погрешности каждой координаты  $x_{DC}, x_{EC}, y_{DC}, y_{EC}, z_{DC}, z_{EC}$  точки  $C$  для двух визирных лучей ADC и ВЕС соответственно:

$$\Sigma_{xD} = \frac{\Delta_x}{x_{DC}} \cdot 100; \Sigma_{xE} = \frac{\Delta_x}{x_{EC}} \cdot 100;$$

$$\Sigma_{yD} = \frac{\Delta_y}{y_{DC}} \cdot 100; \Sigma_{yE} = \frac{\Delta_y}{y_{EC}} \cdot 100;$$

$$\Sigma_{zD} = \frac{\Delta_z}{z_{DC}} \cdot 100; \Sigma_{zE} = \frac{\Delta_z}{z_{EC}} \cdot 100.$$

*Пример использования разработанного алгоритма расчета параметров недоступной точки объекта.*

Исходные экспериментальные данные прямых измерений для расчета (рис. 1, 2):

$$y_D = 4000 \text{ мм}; x_D = 0,$$

$$\alpha = 5,06^\circ,$$

$$x_B = 9830 \text{ мм}; y_B = 0; z_B = 0,$$

$$\beta = 60^\circ,$$

$$|B_1 E_1| = 8100 \text{ мм},$$

$$\gamma = 3,57^\circ.$$

Требуется определить значения координат  $x_C, y_C, z_C$  точки  $C(x_C, y_C, z_C)$ : (рис. 1 и 2).

Поставленная задача решается в соответствии с содержанием этапов двух блоков разработанного алгоритма.

1. Рассчитывается координата  $z_D$  точки  $D$  —  $z_D=354$  мм.
  2. Рассчитывается координата  $y_E$  точки  $E$  —  $y_E=7014,60$  мм.
  3. Рассчитывается координата  $z_E$  точки  $E$  —  $z_E=505,36$  мм.
  4. Рассчитывается длина  $|E_{1x} B_1|$  отрезка  $E_{1x} B_1$  —  $|E_{1x} B_1|=4050$  мм.
  5. Рассчитывается координата  $x_E$  точки  $E$  —  $x_E=5780$  мм.
  6. Рассчитываются координаты  $r_{xD}, r_{yD}, r_{zD}$  направляющего вектора  $r_D$  —  $r_{xD}=0; r_{yD}=4000, r_{zD}=354$ .
  7. Рассчитываются координаты  $r_{xE}, r_{yE}, r_{zE}$  направляющего вектора  $r_E$  —  $r_{xE}=-4050; r_{yE}=7014,6; r_{zE}=718$ .
  8. Рассчитывается значение  $t_{EC}$  параметра визирного луча  $BEC$  —  $t_{EC}=1,42716$ .
  9. Рассчитывается значение  $t_{DC}$  параметра визирного луча  $ADC$  —  $t_{DC}=\text{Деление на ноль}(r_{xD}), t_{DC}=3,25639(r_{yD}), t_{DC}=3,3222(r_{zD})$ .
  10. Рассчитываются координаты  $x_{DC}, y_{DC}, z_{DC}$  точки  $C(x, y, z)$  визирного луча  $ADC$  —  $x_{DC}=0$  мм;  $y_{DC}=17025,6$  мм;  $z_{DC}=1530,06$  мм.
  11. Рассчитываются координаты  $x_{EC}, y_{EC}, z_{EC}$  точки  $C(x, y, z)$  визирного луча  $BEC$  —  $x_{EC}=0$  мм;  $y_{EC}=17025,6$  мм;  $z_{EC}=1530,06$  мм.
  12. Рассчитываются абсолютные погрешности  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  определенных координат точки  $C(x_C, y_C, z_C)$  —  $\Delta_x=0, \Delta_y=0, \Delta_z=0$  мм.
- Рассчитываются относительные погрешности каждой

координаты  $x_{DC}$ ,  $x_{EC}$ ,  $y_{DC}$ ,  $y_{EC}$ ,  $z_{DC}$ ,  $z_{EC}$  точки С для двух визирных лучей ADC и BEC соответственно —  $\Sigma_{xD}=0/0\%$ ,  $\Sigma_{yD}=0\%$ ,  $\Sigma_{zD}=0\%$ ,  $\Sigma_{xE}=0/0\%$ ,  $\Sigma_{yE}=0\%$ ,  $\Sigma_{zE}=0\%$ .

**Выводы.** 1. Выполненное исследование доказывает справедливость гипотезы о том, что полученное аналитическое основание геометрической модели измерений [3] содержит необходимые и достаточные условия для создания алгоритма расчета параметров недоступной точки объекта.

2. На основании выполненного анализа аналитического основания рациональной геометрической модели измерений разработан алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта. Такой алгоритм позволил *уменьшить* количество операций обработки полученных экспериментальных данных до пяти действий, однозначно *определить* искомые параметры объекта и, в конечном счете, *снизить* затраты на проведение расчета.

3. На основании данных реальных экспериментальных измерений проверена работоспособность созданного алгоритма. Основное достоинство разработанного алгоритма – обеспечение автоматизированной обработки экспериментальных данных и *получение однозначного* адекватного реальному объекту результата минимальным количеством операций.

### **Литература**

1. Браилов А. Ю., Панченко В.И. Обоснование построения геометрической модели крыши исторического здания. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. С. 23 – 29.
2. Браилов А. Ю., Панченко В. И. К вопросу проектирования конструктивных компонентов в строительстве. *Проблемы техники: научно-производственный журнал*. Одесса: ОНМУ, 2015. № 2. С. 55–62.
3. Браилов А. Ю., Панченко В. И., Устьянский В. А. Геометрическая модель определения координат точек кровли исторического здания. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон: ХНТУ, 2016. Вип. 3(58). С. 482–486.
4. Браилов А. Ю. Компьютерная инженерная графика в среде T–FLEX: преобразования двумерных и трехмерных моделей изделий. Киев: Каравелла, 2007. 176 с.
5. Браилов А. Ю. Инженерная геометрия. Киев: Каравелла, 2016. 472 с.
6. Браилов А. Ю., Панченко В. И., Косенко С. И. Геометрическая модель определения параметров недоступной точки объекта. *Тезисы докладов XXI-й Международной научно-практической*

- конференції "Современные проблемы геометрического моделирования". Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019. С. 6–7.
7. Браїлов А. Ю., Панченко В. И., Косенко С. И. Анализ геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019. Вип. 14. С. 38–47.
8. Михайленко В. Е., Ванин В. В., Ковалёв С. Н. Инженерная и компьютерная графика. К.: Каравелла, 2013. 328 с.
9. Михайленко В. Є., Найдис В. М. Інженерна та комп'ютерна графіка. Київ: Вища школа, 2001. 350 с.

## **АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ НЕДОСТУПНОЇ ТОЧКИ ОБ'ЄКТА**

Браїлов О. Ю., Панченко В. І.

*У даній роботі виконано аналіз отриманої аналітичної основи геометричної моделі вимірювань для визначення параметрів недоступної точки об'єкта. Виявлена проблема і поставлені першочергові завдання. Скориговано визначення геометричної моделі вимірювань - це модель, що зв'язує візирними променями і їх проекціями вимірювальні прилади і об'єкт дослідження деяким способом, в певній системі координат з площинами проекцій.*

*Суть проблеми - різноманіття способів обробки результатів вимірювань суперечить необхідності отримання однозначного адекватного результату, зменшення кількості операцій обробки отриманих експериментальних даних і зниження витрат на проведення розрахунку.*

*Мета цього дослідження – розробити алгоритм розрахунку параметрів недоступної точки об'єкта. Завдання статті: 1. Виконати аналіз отриманої аналітичної основи геометричної моделі вимірювань і розробити алгоритм розрахунку параметрів недоступної точки об'єкта. 2. На основі даних реальних експериментальних вимірювань перевірити працездатність створеного алгоритму. Висунуто гіпотезу – отримана аналітична основа геометричної моделі вимірювань містить необхідні і достатні умови для створення алгоритму розрахунку параметрів*

недоступної точки об'єкта.

Перевірка цієї гіпотези і використання теорії алгоритмічних процедур дозволили розробити алгоритм розрахунку параметрів недоступної точки об'єкта. Алгоритм розрахунку параметрів недоступної точки об'єкта складається з двох блоків. Перший блок обробки реальних результатів вимірювань і підготовки даних для розрахунку параметрів недоступної точки містить п'ять етапів. Другий блок безпосереднього розрахунку координат недоступної точки містить сім етапів. Працездатність створеного алгоритму перевірена на основі даних реальних експериментальних вимірювань. Виділена основна перевага розробленого алгоритму.

Ключові слова – будівля, візирний промінь, вимір, координати точки, аналітична основа, геометрична модель, аналіз, алгоритм.

## **ALGORITHM OF CALCULATION OF PARAMETRES OF AN INACCESSIBLE POINT OF OBJECT**

Brailov A., Panchenko V.

*In the present work analyses, the obtained analytical basis of the geometrical model of measurements for the determination of parameters of an inaccessible point of object. The common issues and essential steps of their resolution are identified. Definition of the geometrical model of measurements is corrected. In the correct consideration, it is defined as a model connecting measuring devices and object of research by collimating rays and their projections in a certain way, in a certain system of coordinates with the planes of projections.*

*The problem essence is identified as follows: a variety of the existing ways of processing measured results contradicts with a necessity of obtaining unequivocal adequate result, reduction quantity of operations of processing of the obtained experimental data, and decreasing the cost of calculations.*

*The purpose of the present research is to develop an algorithm of calculation of the parameters of an inaccessible point of an object. To do that, the following tasks are identified: 1. Analyze the obtained analytical basis of the geometrical model of measurements and to develop an algorithm of calculation of the parameters of an inaccessible point of an object. 2. To assess the working capacity of the developed algorithm using*

*real measurements. The underlying hypothesis is formulated as follows, the obtained analytical basis of the geometrical model of measurements contains necessary and sufficient conditions for the development of an algorithm of calculation of the parameters of an inaccessible point of an object. The verification of this hypothesis and use of the theory of algorithmic procedures have allowed developing an algorithm of calculation of the parameters of an inaccessible point of an object. The algorithm of calculation of the parameters of an inaccessible point of an object consists of two blocks. The first block of processing of real results of measurements and preparation of the data for calculation of parameters of an inaccessible point includes five stages. The second block of direct calculation of the coordinates of an inaccessible point includes seven stages. Working capacity of the developed algorithm is assessed using real experimental measurements. The basic advantage of the developed algorithm is discussed.*

*Keywords: a building, directional ray, collimating ray, measurement, point coordinates analytical foundation, geometrical model, analysis, and algorithm.*