УДК 514.18

ТЕХНІКА УТВОРЕННЯ ТОЧКОВИХ РІВНЯНЬ Б-ПОВЕРХОНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ БН-МАТРИЦЬ

Адоньєв Є.О., д.т.н.
Запорізький національний університет (Україна),
Найдиш АВ., д.т.н.,
Верещага В.М. д.т.н.
Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького (Україна)

З появою точкового БН-числення з'явилися нові можливості розв'язку задач інтерполяційного характеру. Подальша розробка геометро-математичного апарату точкового БН-числення привела до необхідності введення геометричних матриць (геоматриць). Складання точкових рівнянь поверхонь, що інтерполюють вихідні точки, викликає певні труднощі. Застосування геоматриць, з метою безпомилкового одержання точкового рівняння сегменту поверхні за наперед визначеними точками на ній, набагато спрощує пошук інтерполянта для вихідних точок.

У статті представлено розробку математичного апарату точкового BN-обчислення з метою його подальшого використання при моделюванні багатофакторних процесів. Запропоновано метод формування точкових рівнянь В-поверхонь. З цією метою вводиться концепція геометриці та розроблена методика використання геоматриці для побудови сегментів поверхонь із заданими вихідними точками. Дослідження ґрунтується на методі переміщення симплекса, за допомогою якого отримуються функціональні параметри точкового рівняння відрізка В-поверхні. Термін "В-поверхня" використовується для позначення форми будь-якої поверхні у віднесених на ній опорних точках. Точне рівняння В-поверхні визначається як суперпозиція елементів геоматриці, яка є добутком геоматриці точок та геометричних параметрів. Отримано точкові рівняння для В-поверхонь 3 × 3 (дев'ять опорних точок). Таким чином, запропоновано алгоритм побудови точкових рівнянь для В-поверхонь із застосуванням операцій над геоматрицами. Основна перевага методу полягає в тому, що формули інтерполяції отримують у точковій формі без розв'язування систем лінійних рівнянь. Це значно спрощує процес моделювання.

Найголовнішою перевагою Б-моделей є те, що будь-яка

багатомірна задача може бути переведена у відповідну кількість одно-, дво-, або тримірних задач за рахунок того, що у Б-моделях, головним чином, використовується параметричний зв'язок на відміну від традиційного проекційного зв'язку між образом і його проекцією.

Ключові слова: формування В-функцій, формування В-кривих, параметр, геометрична форма, геометрична матриця.

Постановка проблеми. Теорію матриць було розроблено завдяки необхідності розв'язання систем лінійних рівнянь першого степеня. Хоча, у подальшому, було запропоновано цілий ряд інших її застосувань. Використання матриць, у кінцевому рахунку, можна розглядати як інтерполяційну задачу.

З появою точкового БН-числення з'явилися нові можливості розв'язку задач інтерполяційного характеру.

Подальша розробка геометро-математичного апарату точкового БН-числення привела до необхідності введення геометричних матриць (геоматриць). Складання точкових рівнянь поверхонь, що інтерполюють вихідні точки, викликає певні труднощі. Застосування геоматриць, з метою безпомилкового одержання точкового рівняння сегменту поверхні за наперед визначеними точками на ній, набагато спрощує пошук інтерполянта для вихідних точок. Розробка техніки застосування геоматриць різних розмірів є певною проблемою, розв'язанню якої і призначене це дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теорію матриць грунтовно викладено у [2], стисло у [1], теорію точкового БН-числення викладено у роботах [8, 3]. Розробку окремих питань застосування точкового БН-числення здійснено у роботах [4, 5, 6, 7]. Однак, геометрично формалізований апарат точкового БН-числення потребує подальшої розробки. Цьому і сприяють наукові розробки даної статті.

Мета дослідження. Запропонувати техніку застосування геоматриць розмірів m×n для утворення точкових рівнянь Б-поверхонь, що є сегментами поверхонь за наперед визначеними вихідними даними (точками).

Основна частина. Розглянемо, у точковому БН-численні, формування точкового рівняння Б-поверхні, що проходить через дев'ять дійсних точок (рис.1).

Геоматриця цієї поверхні показана в (1):

$$A_T = \left(\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \right). \tag{1}$$

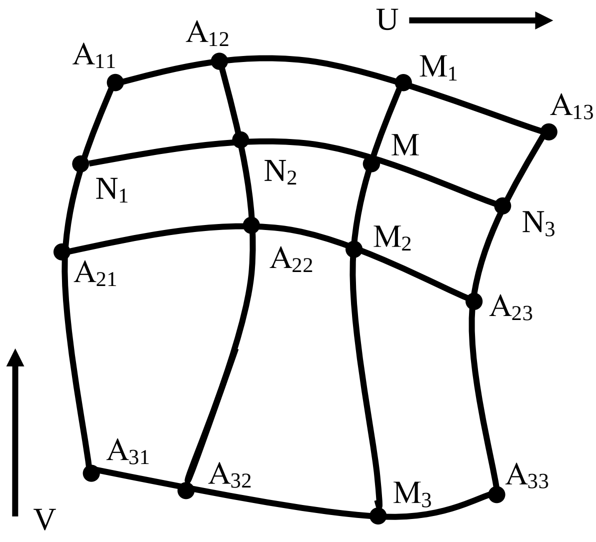

Рис.1. Геометрична схема Б-поверхні у просторі

Цей сегмент Б-поверхні, що складається із чотирьох чарунок, описується одним точковим рівнянням, при створенні якого не застосовувалися афінні перетворення ребра $A_{11}A_{12}A_{13}$ у ребра $A_{31}A_{32}A_{33}$ та $A_{21}A_{22}A_{23}$. Для одержання такого рівняння сегменту з чотирьох чарунок необхідно ще визначитися з точковими рівняннями для ребер у кожному з напрямків u і v. Зауважимо, що у обох напрямках *u* і *v* вигляд точкового рівняння може бути однаковим. Наприклад:

$$M = A(2t^2 - 3t + 1) + C(4t - 4t^2) + B(2t^2 - t), \quad 0 \le t \le 1. \tag{2}$$

Позначимо:

$$\overline{p} = 2t^2 - 3t + 1; \quad \overline{q} = 4t - 4t^2; \quad \overline{r} = 2t^2 - t. \tag{3}$$

Основною вимогою для (2) є те, що $\overline{p} + \overline{q} + \overline{r} = 1$. Покажемо виконання цієї вимоги:

$$\overline{p} + \overline{q} + \overline{r} = 2t^2 - 4t^2 + 2t^2 - 3t + 4t - t + 1 = 1.$$

Перепишемо точкове рівняння (2) для напрямку *u*, тоді, у відповідності до (3), матимемо параметри:

$$p_1 = 2u^2 - 3u + 1; \quad q_1 = 4u - 4u^2; \quad r_1 = 2u^2 - u. \tag{4}$$

Для напрямку *v*:

$$p_2 = 2v^2 - 3v + 1; \quad q_2 = 4v - 4v^2; \quad r_2 = 2v^2 - v. \tag{5}$$

Тоді, рівняння ребер у напрямку *u* будуть мати вигляд:

$$M_i = A_{i1}p_1 + A_{i2}q_1 + A_{i3}r_1, \quad i = \overline{1, m}; \tag{6}$$

у напрямку *v* аналогічно:

$$M_j = A_{1j}p_2 + A_{2j}q_2 + A_{3j}r_2, \quad j = \overline{1, n}. \tag{7}$$

Оскільки усі три ребра (6) у напрямку *u* мають однакові точкові рівняння, то у відповідності до цього, геоматриця з параметрів матиме вигляд:

$$U = \left(\begin{pmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \end{pmatrix} \right). \tag{8}$$

Однакові рядки цієї геоматриці вказують на те, що у напрямку *u* на Б-поверхні (рис.1) застосовано однакове точкове рівняння (6). Якщо би ребра $A_{i1}A_{i2}A_{i3}$ $(i=\overline{1,m})$ описувалися б різними рівняннями, то рядки геоматриці (8) були б різними. Як бачимо, кількість рядків матриці (8) дорівнює кількості ребер на Б-поверхні (рис.1).

Для усіх трьох ребер Б-поверхні (рис.1), у напрямку *v*, також застосовується одне рівняння (7), тому геоматриця, що їм відповідає, буде квадратною, третього порядку:

$$V = \left(\begin{pmatrix} p_2 & p_2 & p_2 \\ q_2 & q_2 & q_2 \\ r_2 & r_2 & r_2 \end{pmatrix} \right). \tag{9}$$

Враховуючи метод рухомого симплексу [7], для одержання функцій-параметрів a_{ij} точкового рівняння *M* сегменту Б-поверхні (рис.1), що включає чотири чарунки, необхідно помножити геоматриці *u* та *v*.

$$A_П = U \cdot V = \left(\begin{pmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\begin{pmatrix} p_2 & p_2 & p_2 \\ q_2 & q_2 & q_2 \\ r_2 & r_2 & r_2 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \left(\begin{pmatrix} p_1 p_2 & q_1 p_2 & r_1 p_2 \\ p_1 q_2 & q_1 q_2 & r_1 q_2 \\ p_1 r_2 & q_1 r_2 & r_1 r_2 \end{pmatrix} \right) = \left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \right). \tag{10}$$

Враховуючи позначення (4), (5), можемо записати:

$$a_{11} = (2u^2 - 3u + 1)(2v^2 - 3v + 1); \quad a_{12} = (4u - 4u^2)(2v^2 - 3v + 1);$$

$$a_{13} = (2u^2 - u)(2v^2 - 3v + 1); \quad a_{21} = (2u^2 - 3u + 1)(4v - 4v^2);$$

$$a_{22} = (4u - 4u^2)(4v - 4v^2); \quad a_{23} = (2u^2 - u)(4v - 4v^2);$$

$$a_{31} = (2u^2 - 3u + 1)(2v^2 - v); \quad a_{32} = (4u - 4u^2)(2v^2 - v);$$

$$a_{33} = (2u^2 - u)(2v^2 - v).$$

Помножимо геоматрицю A_T на геоматрицю $A_П$, отримаємо геоматрицю *M*, з елементів якої можна скласти точкове рівняння Б-поверхні, що відповідає геометричній схемі (рис.1):

$$M = A_T \cdot A_П = \left(\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}\right) \cdot \left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(\begin{pmatrix} A_{11} \cdot a_{11} & A_{12} \cdot a_{12} & A_{13} \cdot a_{13} \\ A_{21} \cdot a_{21} & A_{22} \cdot a_{22} & A_{23} \cdot a_{23} \\ A_{31} \cdot a_{31} & A_{32} \cdot a_{32} & A_{33} \cdot a_{33} \end{pmatrix}\right). \quad (12)$$

Розкривши геоматрицю (12) як суму її елементів (тобто, суперпозицію елементів), дістанемо точкове рівняння Б-поверхні (рис.1):

$$M = \sum_{i,j}^{m,n} A_{ij} a_{ij}, \qquad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{1,3}. \quad (13)$$

У роботах [4, 5] доведено, що суперпозиція елементів геоматриці (10) завжди дорівнює одиниці, тобто:

$$\sum_{i,j}^{m,n} a_{ij} = 1, \quad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{1,3}. \quad (14)$$

Враховуючи (14) відносно (13) можна стверджувати, що форма поверхні *M* залежить лише від вихідних даних геоматриці (1) $A_T=((A_{ij}))$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$, тобто, зміною точок A_{ij} можна керувати формою поверхні *M*.

Таким чином, якщо визначена геоматриця $A_T=((A_{ij}))$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$, елементами якої є точки, що отримані емпіричним шляхом з будь-якої поверхні і також визначені точкові рівняння ребер поверхні, що проходять через відповідні точки A_{ij}, у напрямках *u* та *v*, з використанням яких сформовано геоматрицю параметрів $A_П=((a_{ij}))$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$, то добуток геоматриць $A_T \cdot A_П = M$ подає сегмент поверхні у точковій формі, яка геометрично інтерполює вихідні точки A_{ij}. Таку форму одержання емпіричного рівняння сегменту поверхні нами названо Б-поверхнею (Балюби-поверхнею, на честь розробника точкового числення, який запропонував цей метод геометричної інтерполяції).

Означення. Термін «Б-поверхня» застосовується для іншої форми подання будь-якої поверхні за точками $((A_{ij}))$, взятими на ній. Точкове рівняння Б-поверхні *M* визначається як суперпозиція елементів геоматриці $M=((A_{ij})\cdot((a_{ij}))$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$, які є результатом добутку геоматриці точок $((A_{ij}))$ та геоматриці параметрів

$((a_{ij}))$ і являє собою $M = \sum_{i,j}^{m,n} A_{ij} a_{ij}$, при умові $\sum_{i,j}^{m,n} a_{ij} = 1$.

Таким чином, будь-яка точка на Б-поверхні визначається як сума добутків відсотків a_{ij} (частини одиниці) на відповідну вихідну точку A_{ij}. Оскільки сума частин a_{ij} завжди дорівнює одиниці при будь-яких значеннях u та v, то при застосуванні Б-поверхонь, виникає можливість управляти формою поверхні через зміну вихідних точок A_{ij}. Однак, питання про те, як управляти формою поверхні через зміну точок A_{ij} потребує подальших досліджень.

Якщо Б-поверхня має іншу конфігурацію, ніж у розглянутому раніше випадку – 9 точок (рис.1), кількість вихідних точок, наприклад – 12 точок (рис.2):

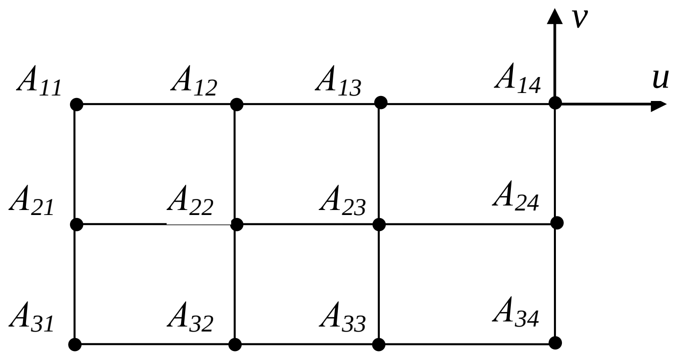

Рис.2. Схема розташування вихідних точок A_{ij} у плані.

Тоді геоматриця точок буде мати вигляд (15):

$$A_T = \left(\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \end{pmatrix}\right). \tag{15}$$

Обираємо точкові рівняння для ребер у напрямку u. Якщо вони різні, то параметри p_{ij} ($i = \overline{1,m};\ \ j = \overline{1,n}$) для кожного i-го рядка будуть різними і геоматриця параметрів матиме розмір 3×4 і вигляд:

$$P^u = \left(\begin{pmatrix} p_{11}^u & p_{12}^u & p_{13}^u & p_{14}^u \\ p_{21}^u & p_{22}^u & p_{23}^u & p_{24}^u \\ p_{31}^u & p_{32}^u & p_{33}^u & p_{34}^u \end{pmatrix}\right) = \left(\left(p_{ij}^u\right)\right), \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}. \tag{16}$$

Якщо точкові рівняння для усіх ребер (15) у напрямку u однакові, то геоматриця матиме вигляд:

$$P^{u}=\left(\left(\begin{matrix} p_1\, q_1\, r_1\, s_1 \\ p_1\, q_1\, r_1\, s_1 \\ p_1\, q_1\, r_1\, s_1 \end{matrix}\right)\right)=((p_{i1}q_{i1}r_{i1}s_{i1})),\quad i=\overline{1,m}. \tag{17}$$

Аналогічна ситуація може виникнути і для ребер у напрямку *v*.

Для різних ребер:

$$P^{v}=\left(\left(\begin{matrix} p_{11}^{v}\; p_{12}^{v}\; p_{13}^{v}\; p_{14}^{v} \\ p_{21}^{v}\; p_{22}^{v}\; p_{23}^{v}\; p_{24}^{v} \\ p_{31}^{v}\; p_{32}^{v}\; p_{33}^{v}\; p_{34}^{v} \end{matrix}\right)\right)=\left(\left(p_{ij}^{v}\right)\right),\quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n}. \tag{18}$$

Для однакових ребер:

$$P^{v}=\left(\left(\begin{matrix} p_2\; p_2\; p_2 \\ q_2\; q_2\; q_2 \\ r_2\; r_2\; r_2 \end{matrix}\right)\right)=\left(\left(\begin{matrix} p_{2j} \\ q_{2j} \\ r_{2j} \end{matrix}\right)\right),\quad j=\overline{1,n}. \tag{19}$$

Для складання геоматриці функцій-параметрів $A_П=((a_{ij}))$, $i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{1,n}$, можна використати різні комбінації з геоматриць параметрів (16), (17), (18), (19).

1. Для комбінації геоматриць (16), (18) запишемо:

$$\mathrm{A}_{\Pi}=((a_{ij}))=((p_{ij}^{u}\cdot p_{ij}^{v})),\quad i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{1,n}. \tag{20}$$

2. Для комбінації геоматриць (16), (19) запишемо:

$$\mathrm{A}_{\Pi}=((a_{ij}))=\left(\left(\begin{matrix} p_{1j}\cdot p_{2j} \\ p_{2j}\cdot q_{2j} \\ p_{3j}\cdot r_{2j} \end{matrix}\right)\right),\quad i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{1,n}. \tag{21}$$

3. Для комбінації геоматриць (17), (18) запишемо:

$$\mathrm{A}_{\Pi}=((a_{ij}))=((p_{i1}\cdot p_{i1}^{v}\quad q_{i2}\cdot p_{i2}^{v}\quad r_{i3}\cdot p_{i3}^{v}\quad s_{i4}\cdot p_{i4}^{v})),$$

$$i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{1,n} \tag{22}$$

4. Для комбінації геоматриць (17), (19) запишемо:

$$\mathrm{A}_{\Pi}=((a_{ij}))=\left(\left(\begin{matrix} p_{11}\cdot p_{21} & q_{11}\cdot p_{22} & r_{11}\cdot p_{23} & s_{11}\cdot p_{24} \\ p_{21}\cdot q_{21} & q_{21}\cdot q_{22} & r_{21}\cdot q_{23} & s_{21}\cdot q_{24} \\ p_{31}\cdot r_{21} & q_{32}\cdot r_{22} & r_{33}\cdot r_{23} & s_{31}\cdot r_{34} \end{matrix}\right)\right),$$

$$i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{1,n} \tag{23}$$

Зауважимо, що значення параметрів у геоматрицях (20), (21), (22), (23) обираються в залежності від вигляду точкових рівнянь, за допомогою яких будуть виконуватись інтерполяції.

Для випадку 12-ти точок конфігурація їхнього розташування може бути другою, тобто 4×3 (рис.3).

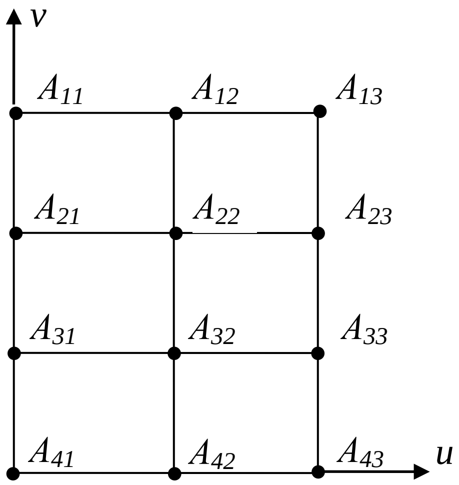

Рис.3. Схема розташування 4×3 вихідних точок A_{ij} у плані

Зауважимо, що усі геометричні матриці, що відображають схему 4×3 розташування вихідних точок на поверхні, за кількістю рядків, стовпчиків та елементів у них, будуть повністю співпадати з цією схемою. Тобто, геоматриця точок A_T матиме вигляд:

$$A_T = \left(\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} \end{pmatrix}\right) = ((A_{ij})), \quad i = \overline{1,4}; \quad j = \overline{1,3}. \tag{24}$$

Як бачимо, розташування точок A_{ij} у геоматриці (24) повністю співпадає з їхнім розташуванням на геометричній схемі (рис.3). Для прикладу оберемо однаковими точкові рівняння для ребер у напрямку u і v. Тоді геоматриця Б-функцій для напрямку u матиме вигляд:

$$P^u = \left(\begin{pmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \end{pmatrix}\right). \tag{25}$$

Геоматриця Б-функцій у напрямку v:

$$P^v = \left(\begin{pmatrix} p_2 & p_2 & p_2 \\ q_2 & q_2 & q_2 \\ r_2 & r_2 & r_2 \\ s_2 & s_2 & s_2 \end{pmatrix}\right). \tag{26}$$

Добуток геоматриць (25) і (26) утворює геоматрицю функцій-параметрів $A_П$:

$$A_П = \left(\begin{pmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \end{pmatrix}\right) \cdot \left(\begin{pmatrix} p_2 & p_2 & p_2 \\ q_2 & q_2 & q_2 \\ r_2 & r_2 & r_2 \\ s_2 & s_2 & s_2 \end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix} p_1 \cdot p_2 & q_1 \cdot p_2 & r_1 \cdot p_2 \\ p_1 \cdot q_2 & q_1 \cdot q_2 & r_1 \cdot q_2 \\ p_1 \cdot r_2 & q_1 \cdot r_2 & r_1 \cdot r_2 \\ p_1 \cdot s_2 & q_1 \cdot s_2 & r_1 \cdot s_2 \end{pmatrix}\right) = ((a_{ij}))$$

$$i = \overline{1,4}; \quad j = \overline{1,3} \qquad (27)$$

Геоматриця M, що утворюється через множення геоматриць A_T та $A_П$ є основою для одержання точкового рівняння, що інтерполює дванадцять вихідних точок A_{ij}:

$$M = \left(\begin{pmatrix} A_{11} \cdot a_{11} & A_{12} \cdot a_{12} & A_{13} \cdot a_{13} \\ A_{21} \cdot a_{21} & A_{22} \cdot a_{22} & A_{23} \cdot a_{23} \\ A_{31} \cdot a_{31} & A_{32} \cdot a_{32} & A_{33} \cdot a_{33} \\ A_{41} \cdot a_{41} & A_{42} \cdot a_{42} & A_{43} \cdot a_{43} \end{pmatrix}\right) = ((A_{ij} \cdot a_{ij})), \ i = \overline{1,4}; \ \ j = \overline{1,3}. \qquad (28)$$

У геоматриці (28) добуток у кожному елементі вказує на те, яку частину (a_{ij}) в межах від 0 до 1, необхідно узяти від відповідної вихідної точки A_{ij} для визначення композиції з цих точок A_{ij}, що визначатиме змінювану точку $M(u,v)$. Оскільки $\sum_{i,j}^{m,n} a_{ij} = 1$, а функція-параметр $a_{ij}=a_{ij}(u,v)$, тобто кожному значенню u_i та v_j відповідає одне-єдине значення a_{ij}, то кожній змінюваній точці $M(u,v)$ буде відповідати свій набір частин вихідних точок A_{ij}.

Таким чином, Б-поверхня подається як суперпозиція елементів геоматриці (28):

$$M = \sum_{i,j}^{m,n} A_{ij} \cdot a_{ij}\text{, для } i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}. \qquad (29)$$

Висновки. Уперше введено поняття геометричної матриці та її позначення, розроблено операції над геоматрицями та дії з ними. Розглянуто алгоритм складання точкових рівнянь для Б-поверхонь з використанням операцій над геоматрицями. Вказано на те, що з використанням Б-ліній та Б-поверхонь одержуються інтерполяційні формули у точковій формі без розв’язання систем лінійних рівнянь. Показано, що Б-лінія, Б-поверхня – це не є новим типом лінії чи поверхні. Б-поверхня – це інший спосіб подання будь-якої поверхні у точковій формі. Кожна точка Б-лінії або Б-поверхні є набором відсотків від вихідних точок, тобто їхньою композицією.

Вказується на те, що кожна точка Б-лінії, Б-поверхні має свою композицію з вихідних точок, тому що функції-параметри a_{ij}, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$ встановлюють дольове співвідношення вихідних точок A_{ij} у композиційному формуванні змінюваної точки *M* на Б-фігурі (Б-лінії, Б-поверхні). Можливість управління формою Б-фігури за рахунок зміни вихідних точок має значні переваги у модулюванні ситуацій та процесів. Модель у вигляді Б-фігури не змінюється, коли якісно і кількісно змінюється вихідна інформація щодо ситуації або процесу. Б-модель дозволяє змінювати розмір багатовимірного простору, у якому знаходиться поставлена задача. При цьому, зміна розміру простору може відбуватися як у сторону його збільшення, так і в сторону зменшення.

І, насамкінець, чи не найголовнішою перевагою Б-моделей є те, що будь-яка багатомірна задача може бути переведена у відповідну кількість одно-, дво-, або тримірних задач за рахунок того, що у Б-моделях, головним чином, використовується параметричний зв’язок на відміну від традиційного проекційного зв’язку між образом і його проекцією.

Література

1. Рубцов М.О., Кравець В.І., Назарова О.П. Вища математика: навч. посіб.: у 2-х ч., ч.1. Мелітополь: Вид. МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2015. 242 с.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц: 4-е изд. М.: Наука, 1988. 552 с.
3. Балюба И. Г., Найдыш В. М. Точечное исчисление: учебное пособие / Под общей ред. Верещаги В. М. Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. 234 с.
4. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання: суть, особливості та перспективи застосування. *Сучасні проблеми моделювання*: зб. наук. праць. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 8. С. 3-14.
5. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Найдиш А.В. Алгоритм формування моделей багатофакторних процесів композиційного методу. *Збірник доповідей VI-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об’єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених»*. К.: НТУУ «КПІ», 2017 р. Вип. 6. С. 12 – 18.
6. Адоньєв Є.О., Верещага В.М. Застосування поверхонь відгуку при моделюванні сталого енергетичного розвитку міст. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон: ХНТУ, 2016. Вип. 3(58). С. 471-476.
7. Давиденко І.П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: автореф. дис. … канд. техн. наук: 05.01.01. Мелітополь: Таврійський державний агротехнологічний університет, 2012, 23 с.

8. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления: автореф. дис. … докт. техн. наук: 05.01.01. К.: КГТУСА, 1995. 36 с.

ТЕХНИКА СОСТАВЛЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ УРАВНЕНИЙ Б-ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ БН-МАТРИЦ

Адоньев Е.А., Найдыш АВ., Верещага В.М.

С появлением точечного БН-исчисления появились новые возможности решения задач интерполяционного характера. Дальнейшая разработка геометро-математического аппарата точечного БН-исчисления привела к необходимости введения геометрических матриц (геоматриц). Составление точечных уравнений поверхностей, интерполирующих исходные точки, вызывает определенные трудности. Применение геоматриц, с целью безошибочного получения точечного уравнения сегмента поверхности по заранее определенным точкам на ней, намного упрощает поиск интерполянта для исходных точек.

В статье представлена разработка математического аппарата точечного BN-вычисления с целью его дальнейшего использования при моделировании многофакторных процессов. Предложен метод формирования точечных уравнений В-поверхностей. С этой целью вводится концепция геоматрицы и разработана методика использования геоматрици для построения сегментов поверхностей с заданными исходными точками. Исследование основывается на методе перемещения симплекса, с помощью которого получаются функциональные параметры точечного уравнения отрезка В-поверхности. Термин "В-поверхность" используется для обозначения формы любой поверхности в отнесенных на ней опорных точках. Точное уравнение В-поверхности определяется как суперпозиция элементов геоматрицы, которая является произведением геоматрицы точек и геометрических параметров. Получены точечные уравнения для В-поверхностей 3 × 3 (девять опорных точек). Таким образом, предложен алгоритм построения точечных уравнений для В-поверхностей с применением операций над геоматрицами. Основное преимущество метода заключается в том, что формулы интерполяции получают в точечной форме без решения систем линейных уравнений. Это значительно упрощает процесс моделирования.

Самым главным преимуществом Б-моделей является то, что любая многомерная задача может быть переведена в соответствующее количество одно-, двух-, или трехмерных задач за счет того, что в Б-моделях, главным образом, используется *параметрический связь в отличие от традиционного проекционной связи между образом и его проекцией.*

Ключевые слова: формирование В-функций, формирование В-кривых, параметр, геометрическая форма, геометрическая матрица.

TECHNIQUE FOR COMPOSING POINT EQUATIONS B-SURFACES USING GEOMETRIC BN MATRIX

Adoniev Y, Vereshchaga V, Naydysh A.

With the advent of a point BN-number, new possibilities were found for solving interpolation problems. Further development of the geometric-mathematical apparatus of the point BN-calculation led to the need for the introduction of geometric matrixes (geomatrixes). The formation of point equations of surfaces interpolating the initial points causes some difficulties. The use of a geomatrixes for the purpose of error-free receiving of the point equation of a segment of a surface by predetermined points on it, greatly simplifies the search for an interpolant for input points.

The article presents the development of the mathematical apparatus of a point BN-calculation for the purpose of its further use in the of multifactorial processes modeling. The method of formation of point equations of B-surfaces is proposed. For this purpose, the concept of a geometric matrix (geomatrix) is introduced and the technique of the use of geomatrix for the construction of segments of surfaces with predetermined starting points is developed. The research is based on the method of moving simplex, by which the function-parameters of the point equation of the segment B-surface are obtained. The term "B-surface" is used to represent the shape of any surface at the reference points taken on it. The B-surface dot equation is defined as a superposition of elements of a geomatrix, which is the product of the geomatrix of the points and the geometric parameters. The point equations for B-surfaces of 3×3 (nine reference points) are obtained. Thus, an algorithm for the construction of point equations for B-surfaces with the use of operations over geomatrixes is proposed. The main advantage of the method is that interpolation formulas are obtained in a point form without solving systems of linear equations. This significantly simplifies the modeling process.

The main advantage of B models is that any multi-dimensional problem can be translated into an appropriate number of one-, two-, or three-dimensional problems due to the fact that the B-models mainly use parametric communication unlike the traditional projective connection between the image and its projection

Keywords: B-functions generation, B-curves forming, parameter, geometric shape, geometric matrix.