

УДК 514.18

**МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЕКТОРІЇ ТОЧКИ НА ДРОТІ
ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ В УМОВАХ ПОРИВІВ ВІТРУ**

Куценко Л. М., д.т.н.,

Шевченко С.М.

*Національний університет цивільного захисту України (м. Харків,
Україна)*

Розглядається модель прольоту лінії електропередачі в умовах поривів вітру. Для цього обрано уявну площину, розташовану по нормалі до напрямку прольоту (нормальну площину). На площині оберемо точку, що є слідом перетину дроту лінії електропередачі. В роботі наведено спосіб побудови траєкторії обраної точки за умови, що на дріт впливають пориви вітру. Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Тобто різновиду маятника, який складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини. Другий кінець пружини фіксується нерухомо. Досліджуються маятниковоподібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі. Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «провід в поривах вітру», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку коливання точки на дроті (у нормальній площині) відбувається обмін енергіями між поперечними (горизонтальними) і поздовжніми (вертикальними) коливаннями точки. Цей феномен можна дослідити за допомогою математичного апарату хитної пружини, яка ілюструє обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями.

При цьому особливе значення має дослідження стану резонансу. Для проводів резонанс настає тоді, коли частота горизонтальних коливань відрізняється в два рази від частоти вертикальних коливань точки на дроті (у нормальній площині). Аналогічне має місце і для хитної пружини, де при резонансі частота поздовжніх коливань відрізняється в два рази від частоти поперечних коливань. Дослідження базуються на головних положеннях механіки Лагранжа, за допомогою якої були описані траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини.

Ключові слова: траєкторії коливання точки на дроті, механіка Лагранжа, узагальнені координати, траєкторія вантажу.

Постановка проблеми. Для передачі електричного струму на великі відстані використовуються повітряні лінії високої напруги. Протяжність таких ліній може досягати декількох кілометрів, на яких встановлені високовольтні опори для відділення дротів від землі. В прольотах опор дроти можуть вільно коливатися. Під впливом поривів вітру на лініях виникає танець дротів, здатний порушити нормальний режим роботи енергосистеми. Вплив вітру відбувається при будь-якому напрямку потоку, як в горизонтальній площині, так і під якимось кутом. І що характерно – навіть припинення пориву вітру не означає закінчення вібрації, адже через велику протяжність ліній в них виникають власні коливання - горизонтальні і вертикальні (у площині, перпендикулярній напрямку прольоту). Ці коливання не потребують підтримки, а тривають за рахунок резонансних явищ.

При цьому нелінійно зв'язані коливальні компоненти системи обмінюються енергією між собою. За допомогою хитної пружини ілюструється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. Це актуально і для коливання дротів електропередач, особливо з врахуванням їх стану резонансу - коли частота вертикальних коливань точки на дроті у нормальній площині відрізняється два рази від частоти горизонтальних коливань.

Гасіння вібрацій і танці дротів подавляються завдяки встановленню спеціальних пристроїв. Для визначення їх ефективності при проектуванні актуальними будуть дослідження, спрямовані на моделювання траєкторії коливання точки у нормальній площині, розташованої, наприклад, на середній частині прольоту лінії електропередачі.

Аналіз останніх досліджень. У дисертаціях [1, 2] наведено огляди робіт, присвячених дослідженню коливання дротів. Чисельне моделювання руху проводу ЛЕП під дією вітру розглянуто у роботі [3]. Пояснення фізичних причин виникнення танців дротів викладено у роботах [4, 5]. Цікавою є робота [6], де наведено спосіб моделювання траєкторії точки на дроті з використанням аналогу хитної пружини. Але відкритим залишилося дослідження впливу на резонанс параметрів хитної пружини – наприклад, її жорсткості.

Формулювання мети статті. Побудувати траєкторію руху по нормальній площині вантажу хитної пружини та визначити стан її резонансу залежно від її жорсткості.

Основна частина. Розглянемо на нормальній площині з декартовими координатами Oxy коливальну систему типу «хитна пружина». Нехай пряма, натягнута між точками A і B кріплення дроту, перетинає площину в точці C (рис.1), яка вважається нерухомою. Слід провисаючого дроту на площині позначимо як M . Тоді відрізок

СМ буде умовним зображенням хитної пружини з вантажем в точці М. Жорсткість пружини позначимо як k , через h позначимо довжину пружини без вантажу, масу вантажу позначимо m , а через H – довжину пружини з вантажем у рівноважному (вертикальному) стані, g - прискорення земного тяжіння. Точка М в момент часу t матиме координати $M(X(t); Y(t))$. Ці координати матиме і вантаж пружини.

Рівняння руху хитної пружини має вигляд [7]:

$$\ddot{x}(t) + \omega_x^2 x(t) = \lambda x(t) y(t), \quad \ddot{y}(t) + \omega_y^2 y(t) = \lambda x(t)^2 / 2, \quad (1)$$

де $\omega_x = \frac{g}{H}$; $\omega_y = \frac{k}{m}$; $\lambda = k \frac{h}{H^2}$. Частота ω_x визначає коливання точкової маси горизонтально, а значення ω_y описує частоту по вертикалі. Якщо $\lambda=0$, то рівняння (1) описують незалежні коливання точки.

Для впровадження пружинної аналогії фізичні характеристики дротів слід зіставити з параметри хитної пружини. Маса вантажу m логічно пов'язати з приведеною масою дроту, через h позначити довжину проекції на нормальну площину дроту у спокої, а через H – довжину проекції дроту на нормальну площину, який вже знаходиться у навантаженому вітром стані. При цьому, (x_0, y_0) – початкові координати рухомої точки на нормальній площині, а Dx_0 і Dy_0 – заподіяні миттєвим поривом вітру початкові швидкості рухомої точки вздовж відповідних осей координат. Змінним параметром обрано жорсткість пружини k , яку - у випадку дротів - можна пов'язати з їх фізико-механічними та конструктивними характеристиками.

В якості тесту розв'яжемо систему рівнянь (1) з такими значеннями параметрів: $h = 0.5$; $H = 1.9$; $m = 1$; $g = 9.81$, та з початковими умовами: $x_0 = 0$; $Dx_0 = 0.3$; $y_0 = -0.2$; $Dy_0 = 0$. Всі величини в умовних одиницях.

На рис. 2 – 4 зображено траєкторії руху (позиції «а») по нормальній площині вантажу хитної пружини (що є слідом дроту) та графіки відстані рухомої точки до відповідних координатних осей (позиції «б» і «в») при жорсткостях $k = 75$; $k = 79$ і $k = 85$, відповідно.

Там же наведено обчислене відношення $q = \omega_y / \omega_x$, яке

визначає резонанс за умови, коли $\omega_x = \sqrt{\frac{g}{h}}$ і $\omega_y = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - частоти коливань точки по горизонталі і вертикалі. При $k = 79$ одержуємо значення $q = 2.01$, що вказує на резонанс хитної пружини (і дроту).

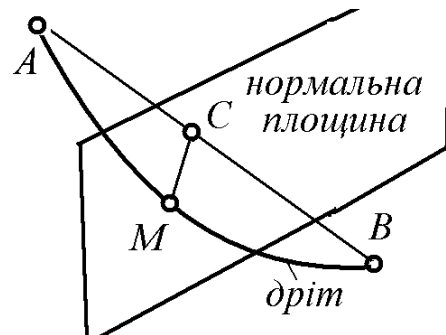
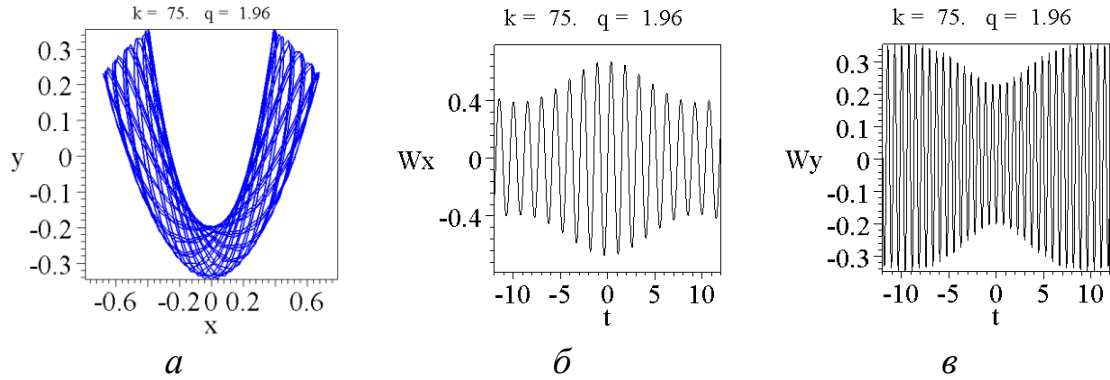
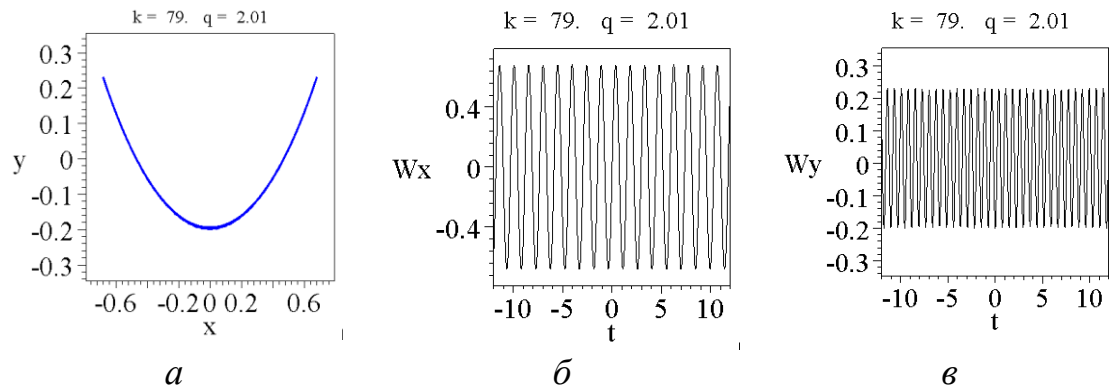
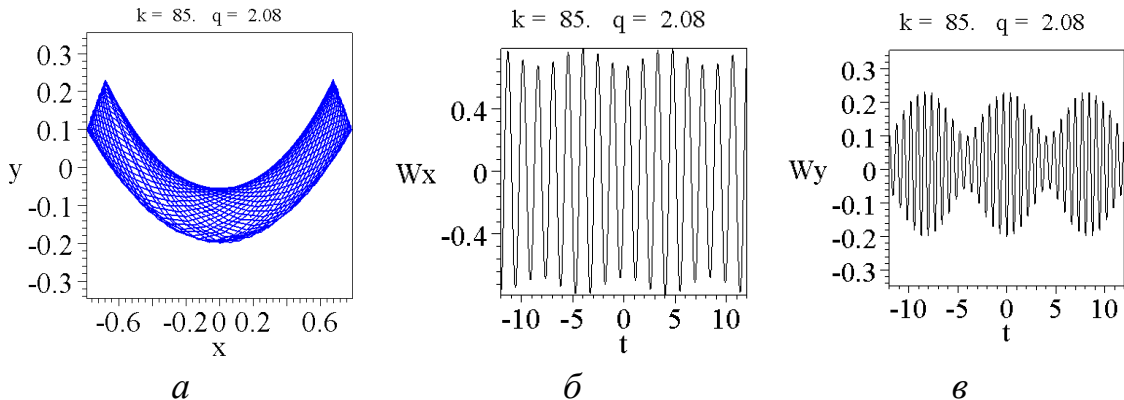


Рис.1. Нормальна площина та хитна пружина СМ

Рис. 2. Траекторія і графіки відстані при $k = 75$ і $q = 1.96$ Рис. 3. Траекторія і графіки відстані при $k = 79$ і $q = 2.01$ Рис. 4. Траекторія і графіки відстані при $k = 85$ і $q = 2.08$

Для перевірки скористаємося результатами роботи [6]. Систему рівнянь (1) там розв'язано з умовами: $h = 0.6614$ м; $H = 0.82$ м; $m = 0.0485$ кг; $k = 2.3$ Н/м; $g = 9.81$ м/с², $x_0 = 0$ м; $Dx_0 = 0.78$ м/с; $y_0 = -0.1$ м; $Dy_0 = 0$ м/с. На рис. 4 зображено траекторію руху (позиція «а») та графіки відстані точки до координатних осей (позиції «б» і «в»), які близькі результатам роботи [6]. При цьому, $\omega_y / \omega_x = 1.722$, що не є резонансом. Але коли обрати $k = 3$ Н/м, то одержимо $\omega_y / \omega_x = 2.042$, що ближче до стану резонансу. На рис. 5 наведено траекторію руху та графіки відстані точки до координатних осей для $k = 3$ Н/м.

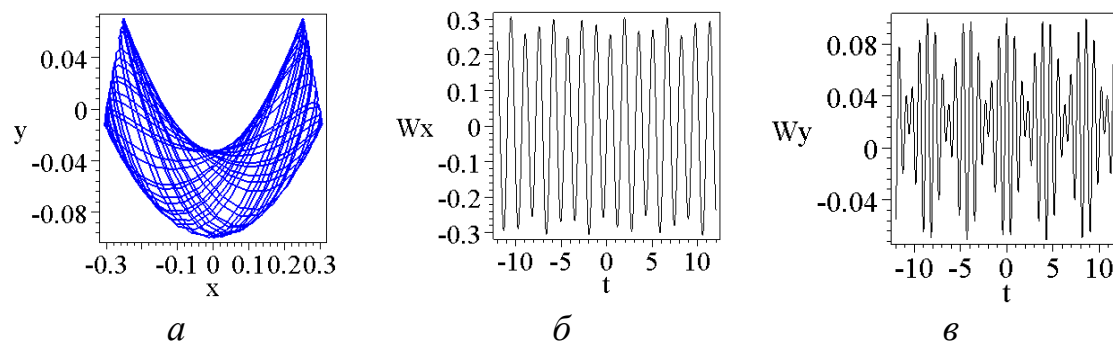
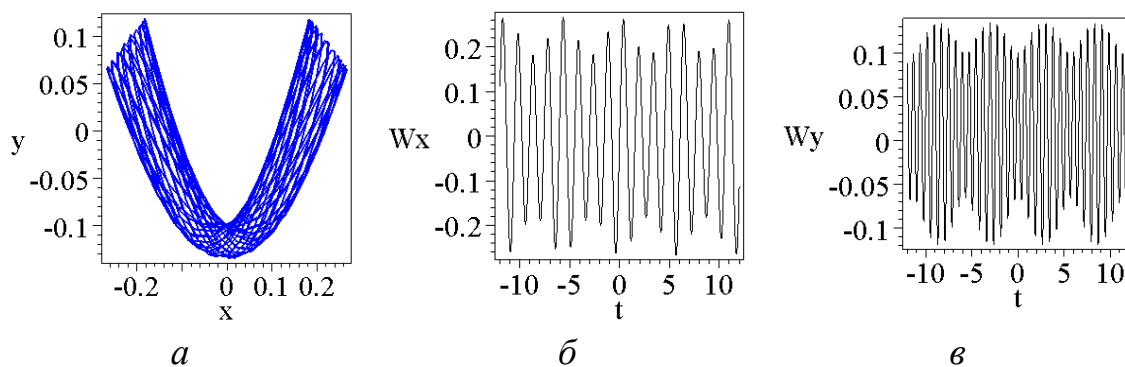


Рис.5.Траєкторія і графіки відстані, одержані в роботі [6]

Рис. 6. Траєкторія і графіки відстані для $k = 3$ Н/м

Висновки. Побудована траєкторія руху по нормальній площині вантажу хитної пружини дозволяє аналізувати коливання дроту під поривами вітру, а також опосередковано визначити стан резонансу дротів на основі аналогії їх коливань з коливаннями хитної пружини.

Література

1. Иванова О.А. Математическое моделирование аэроупругих колебаний провода линии электропередачи : дис. ... канд. физ-мат. наук : 05.13.18, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2013. 142 с.
2. Соколов А.И. Нестационарные колебания и устойчивость провисающих проводов воздушных линий при ветровых и гололёдных нагрузках : дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2012. 117 с.
3. Иванова О.А. Численное моделирование движения провода ЛЭП под воздействием ветра. *Вести. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки.* 2012. Спец. выпуск № 2 «Математическое моделирование в технике». С. 67-74.
4. Яковлев Л.В. Физическая сущность пляски проводов. *Электрические станции*, №10. 1971. С. 45-49.
5. Ванько, В.И. Математическая модель пляски провода ЛЭП. *Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ.* № 11. 1991 С. 36-42.

6. Peng Zhang, Liang Ren, Hongnan Li, Ziguang Jia, and Tao Jiang. Control of Wind-Induced Vibration of Transmission Tower-Line System by Using a Spring Pendulum / Hindawi Publishing Corporation Math. Problems in Engineering. Volume 2015, Article ID 671632, P. 1-10.
7. Шевченко С.М. Резонанс хитной пружины. *Polish journal of science/* Vol. 1, №25 (2020) P. 57-64.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ТОЧКИ НА ПРОВОЛКЕ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ В УСЛОВИЯХ ПОРЫВОВ ВЕТРА

Куценко Л.Н., Шевченко С.Н.

Рассматривается модель пролета линии электропередачи в условиях порывов ветра. Для этого выбрана абстрактная плоскость, расположенная по нормали к направлению пролета (нормальная плоскость). На плоскости фиксируем точку, которая совпадает со следом провода линии электропередачи. В работе приведен способ построения траектории указанной точки при условии, что на провод влияют порывы ветра. Особенность исследований состоит в использовании для этого механического аналога - качающейся пружины (swinging spring). Т.е. разновидности маятника, состоящего из точечного груза, присоединенного к невесомой пружине. Второй конец пружины фиксируется неподвижно. Исследуются маятниковоподобные колебания пружины в вертикальной плоскости при условии сохранения прямолинейности ее оси. Целесообразность выбора такого аналога объясняется необходимостью изучения динамической системы «провод в порывах ветра», когда нелинейно-связанные колебательные компоненты обмениваются энергией между собой. Действительно, в случае колебания точки на проводе (в нормальной плоскости) происходит обмен энергиями между поперечными (горизонтальными) и продольными (вертикальными) колебаниями точки. Этот феномен можно исследовать при помощи математического аппарата качающейся пружины, которая иллюстрирует обмен энергиями между поперечными (маятниковыми) и продольными (пружинными) колебаниями.

При этом особое значение имеет возможность исследования состояния резонанса. Для проводов резонанс наступает тогда, когда частота горизонтальных колебаний отличается в два раза от частоты вертикальных колебаний точки на проводе (в нормальной плоскости). Аналогичное имеет место и для качающейся пружины, где при резонансе частота продольных колебаний отличается в два раза от частоты поперечных колебаний. Исследования базируются

на положениях механики Лагранжа, с помощью которой были описаны траектории движения точечного груза качающейся пружины.

Ключевые слова: траектории колебания точки на проводе, механика Лагранжа, обобщенные координаты, траектория груза.

MODELING THE POINT TRAJECTORY ON THE ELECTRIC TRANSMISSION WIRE UNDER THE CONDITIONS OF THE WINDS

Kutsenko L., Shevchenko S.

A model of a transmission line span under conditions of gusts of wind is considered. For this, a plane is chosen that is normal to the direction of flight (normal plane). On the plane, consider a point that is a trace of a power line wire. The paper provides a method of constructing the trajectory of a specified point under the condition that wind gusts affect the wire. A feature of research is the use for this of a mechanical analogue - a swinging spring (swinging spring). Those. a kind of pendulum that consists of a point load attached to a weightless spring. The second end of the spring is fixed motionless. We study the oscillations of a spring in a vertical plane, similar to a pendulum, provided that its wasp is straightforward. The feasibility of choosing such an analogue is explained by the need to study the dynamic system "wire in gusts of wind", when nonlinearly coupled oscillatory components exchange energy with each other. Indeed, in the case of a point oscillation on the wire (in the normal plane), an energy exchange occurs between the transverse (horizontal) and longitudinal (vertical) oscillations of the point. This phenomenon can be investigated using the mathematical apparatus of a swinging spring, which illustrates the energy exchange between transverse (pendulum) and longitudinal (spring) vibrations.

In this case, the possibility of studying the state of resonance is of particular importance. For wires, resonance occurs when the frequency of horizontal vibrations is two times different from the frequency of vertical vibrations of a point on the wire (in the normal plane). A similar situation takes place for a swinging spring, where at resonance the frequency of longitudinal vibrations differs by half from the frequency of transverse vibrations. The studies are based on the main provisions of the Lagrange mechanics, with the help of which the trajectories of the point load of a swinging spring were described.

Keywords: trajectory of a point on the wire, Lagrange mechanics, generalized coordinates, load trajectory.