УДК 721.02.23

АНАЛИЗ АНАЛОГОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕДОСТУПНОЙ ТОЧКИ

Браилов А.Ю., д.т.н.,
Панченко В.И.*
Одесская государственная академия строительства и архитектуры (Украина)

В настоящей работе выполнен анализ аналогов геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. Выявлена проблема и поставлены первостепенные задачи. Суть проблемы – объективное противоречие между необходимостью получения точного значения определяемого параметра и наличием погрешности при любом измерении. Цель настоящей работы — исследовать возможность использования известных аналогов геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. Задачи статьи: 1. Выполнить анализ известных аналогов геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. 2. Определить рациональный вариант геометрической модели экспериментальных измерений. В работе рассмотрены аналоги геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. Фалес Милетский для определения расстояния от берега до корабля и высоты пирамиды в Египте использовал подобие треугольников. Для определения параметров недоступной точки с помощью теодолита плоским аналогом является геометрическая модель двух совмещенных прямоугольных треугольников. Приведены тригонометрические соотношения для определения значений искомых параметров. Определены достоинства и недостатки известных аналогов. В анализируемых геометрических моделях все измерения исходных значений параметров выполняются с некоторыми погрешностями в одной плоскости. Поэтому теоретически корректное решение задачи находится в некоторой окрестности (области) реального результата. Область возможных результатов в плоскости принимает форму трапеции. Кроме того, результатом прямых измерений, как правило, являются дробные числа. Поэтому один точный результат в решения задачи получить невозможно. Предложено разработать комплексную трехмерную геометрическую и аналитическую модели определения области (окрестности)

* Научный руководитель – д.т.н., с.н.с, проф. Браилов А.Ю.

значения параметра недоступной точки объекта.

Ключевые слова: здание, крыша, анализ, визирный луч, измерение координат точки, геометрическая модель, аналог.

Постановка проблемы. Формирование паспорта (удостоверения, сертификата) реконструируемых или восстанавливаемых исторических объектов требует определения их геометрических параметров. Примерами таких параметров являются высота объекта и размеры охранной зоны. Поскольку параметры исторического объекта заносятся в публичные справочные документы разработка эффективной геометрической и аналитической моделей их определения актуальна [1-3].

Постоянно возрастающие требования к точности определения параметров исторических объектов порождают необходимость совершенствования используемых геометрических и аналитических моделей. Основная проблема заключается в объективном *противоречии* между необходимостью получения *точного* значения определяемого параметра и наличием *погрешности* при любом измерении. Трехмерная и двухмерная геометрические модели экспериментального определения (измерения) координат точки объекта предложены в проведенных исследованиях [2, 3].

Геометрическая модель измерений – это модель, связывающая визирными лучами и их проекциями измерительные приборы и объект исследования в определенной системе координат с плоскостями проекций [3, 4].

Анализ исследований и публикаций. Задача определения параметров недоступной точки объекта ставилась и решалась на протяжении многих веков. Фалес Милетский (640/624-548/545 до н.э.) для определения расстояния от берега до корабля и высоты пирамиды в Египте использовал подобие треугольников [5]. В тот момент, когда длина тени палки стала равной её высоте, Фалес измерил длину тени пирамиды также равной её высоте [6]. Определение значения высоты пирамиды Хеопса поразило фараона Амасиса [6]. Соотношения между длинами сторон a, b, c и величинами углов α, β, γ плоских треугольников в терминах тригонометрических функций описывает тригонометрия на плоскости [7]. Геометрической моделью для определения расстояния "b" до объекта и его высоты "a" является прямоугольный треугольник (Рис. 1).

Тригонометрические функции углов связывают искомые параметры:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}; \;\; tg\alpha = \frac{a}{b}. \tag{1}$$

Измерив угол α и длину гипотенузы "c", можно рассчитать высоту "a" и расстояние "b":

$$a = c \cdot \sin\alpha, \quad в = \frac{a}{tg\alpha}. \tag{2}$$

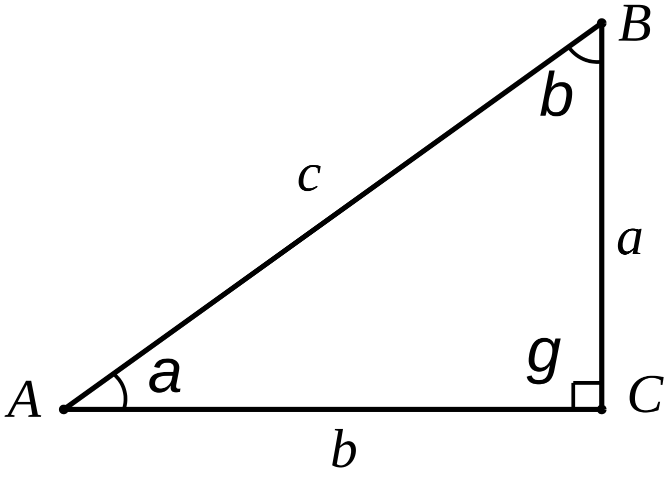

Рис. 1. Прямоугольный треугольник

В тоже время, анализ достоинств и недостатков используемых геометрических моделей для получения значения определяемого параметра и наличием погрешности при любом измерении не выполнен.

Формулирование целей статьи. Цель настоящей работы — исследовать возможность использования известных аналогов геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. *Задачи статьи*: 1. Выполнить анализ известных аналогов геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. 2. Определить рациональный вариант геометрической модели экспериментальных измерений.

Основная часть. Для определения параметров недоступной точки *B* с помощью теодолита плоским аналогом является геометрическая модель двух совмещенных прямоугольных треугольников *ABC* и *DBC* (Рис. 2).

Измеряемыми теодолитом параметрами в рассматриваемой геометрической модели являются углы α и φ. Расстояние "*m*" между точками *A* и *D* измеряется рулеткой, дальномером или другим прибором [7].

Величину гипотенузы "*c*" можно определить по теореме синусов из треугольника *ABD*:

$$\frac{c}{\sin\varphi} = \frac{m}{\sin(\alpha - \varphi)} \Rightarrow c = \frac{m \cdot \sin\varphi}{\sin(\alpha - \varphi)} \tag{3}$$

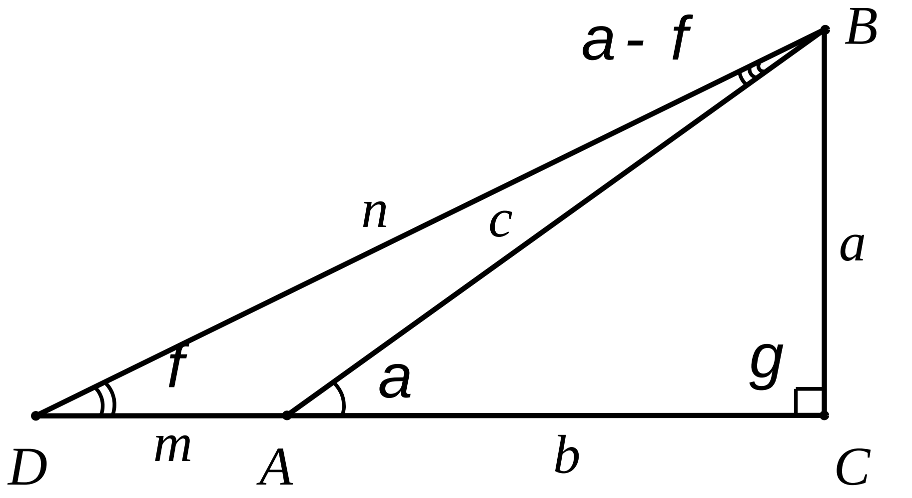

Рис. 2. Плоская геометрическая модель определения параметров недоступной точки "B" теодолитом на основе трех измеряемых данных

Высота "a" недоступной точки B определяется из прямоугольного треугольника ABC через синус угла α:

$$a = c \cdot \sin\alpha = \frac{m \cdot \sin\varphi \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)}. \qquad (4)$$

Расстояние "b" между точками A и C определяется из прямоугольного треугольника ABC через функцию косинуса угла α:

$$b = c \cdot \cos\alpha = \frac{m \cdot \sin\varphi \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)}. \qquad (5)$$

Величина гипотенузы "n" прямоугольного треугольника DBC выражается через высоту "a" и синус угла φ:

$$n = \frac{a}{\sin\varphi} = \frac{m \cdot \sin\varphi \cdot \sin\alpha}{\sin\varphi \cdot \sin(\alpha - \varphi)} = \frac{m \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)}. \qquad (6)$$

В анализируемой геометрической модели (Рис. 2) все измерения исходных значений параметров m, φ, α выполняются с некоторыми погрешностями Δm, $\Delta\varphi$, $\Delta\alpha$ в одной плоскости. Поэтому теоретически корректное решение задачи находится в некоторой *окрестности* (области) реального результата (Рис. 3). Область возможных результатов в плоскости приняла форму трапеции.

Результатом прямых измерений, как правило, являются *дробные числа*. Поэтому один точный результат в решении задачи получить невозможно (Рис. 3).

Для проверки характера изменения окрестности (области) реального результата *построим* плоскую геометрическую модель определения параметров недоступной точки в двух опытах (Рис. 4).

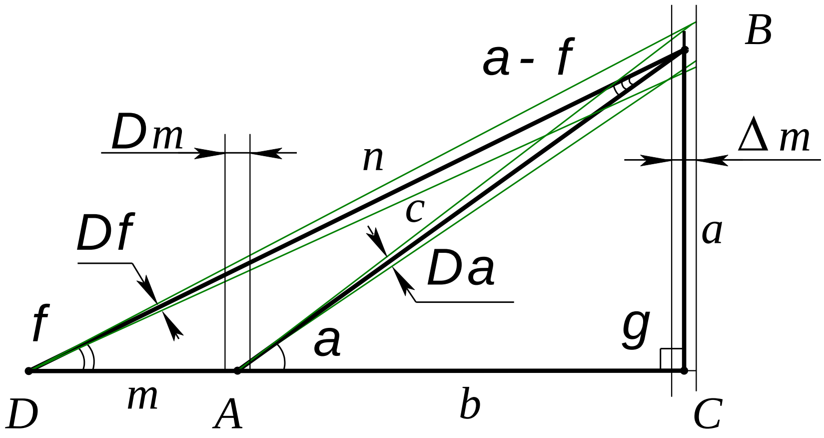

Рис. 3. Область возможных результатов

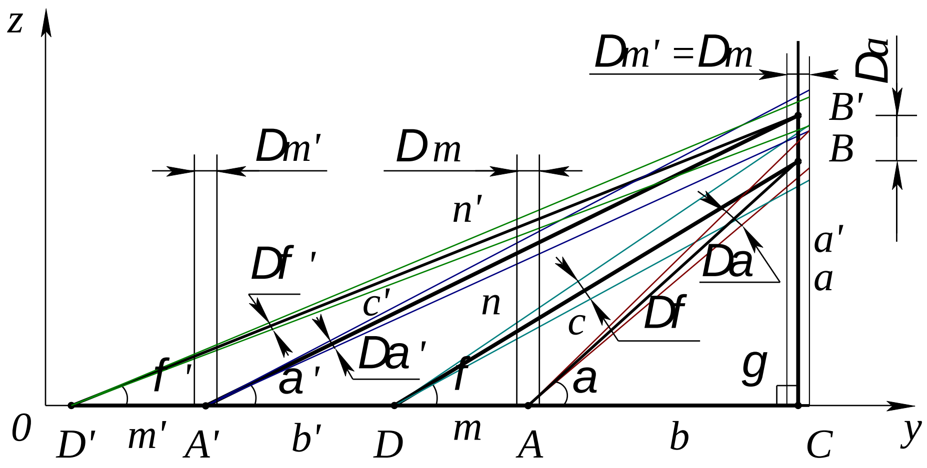

Рис. 4. Геометрическая модель области возможных результатов для двух опытов

Выполняемые измерения исходных данных m, φ, α в первом опыте имеют погрешности:

Δm – погрешность определения расстояния m между точками A и D установки теодолита;

$\Delta\varphi$ – погрешность определения угла φ между визирным лучом DB и горизонтальной осью Oy;

$\Delta\alpha$ – погрешность определения угла α между визирным лучом AB и горизонтальной осью Oy.

Во втором опыте выполняемые измерения исходных данных m', φ', α' имеют погрешности:

$\Delta m'$ – погрешность определения расстояния m' между точками A' и D' установки теодолита;

$\Delta\varphi'$ – погрешность определения угла φ между визирным лучом $D'B'$ и горизонтальной плоскостью (осью Oy);

$\Delta\alpha'$ – погрешность определения угла α' между визирным лучом $A'B'$ и горизонтальной плоскостью (осью Oy).

Численные значения высоты "a" точки "B" над горизонтом и расстояния "b" между точками A и C для первого опыта рассчитываются по формулам (4) и (5).

Аналогично значения высоты a' точки B' над горизонтом и расстояния b' между точками A' и C для второго опыта рассчитываются по формулам (7) и (8):

$$a' = \frac{m' \cdot \sin\varphi' \cdot \sin\alpha'}{\sin(\alpha' - \varphi')}, \tag{7}$$

$$b' = \frac{m' \cdot \sin\varphi' \cdot \cos\alpha'}{\sin(\alpha' - \varphi')}. \tag{8}$$

Для двух различных опытов в одной и той же *плоскости* геометрической модели (Рис. 4) результат решения задачи определения координат недоступной точки объекта будет различным (Рис. 4, точки B и B'). Причем, для каждого опыта геометрически строится своя область возможных решений. Предположив, что погрешности Δm и $\Delta m'$ линейных измерений в различных опытах одинаковы, общая область бесконечного количества возможных численных решений графически отображается в виде трапеции.

Таким образом, значение параметров недоступной точки объекта в рассмотренном аналоге зависит от положения точек A, D, A', D' расположения геодезического оборудования и погрешностей измерений. В такой ситуации задача определения координат *точки пересечения* двух визирных лучей только на основании составленных их линейных параметрических уравнений имеет *бесконечное* количество возможных численных решений [8-9]. Причем получаемые значения результата, в одной и той же плоскости исследованного аналога, из-за погрешностей измерений и дробных значений измеряемых параметров будут различны.

Выводы. 1. В плоской геометрической модели аналогов существует некоторая область приемлемых значений требуемого результата.

2. Использование одной и той же плоской геометрической модели аналога с других точек измерений (под другим ракурсом к объекту) даст также только плоскую область приемлемых значений результата.

3. Таким образом, необходимо разработать комплексную трехмерную геометрическую и аналитическую модели определения области (окрестности) значения параметра недоступной точки объекта.

Литература

1. Браилов А.Ю., Панченко В.И. Обоснование построения геометрической модели крыши исторического. *Сучасні проблеми геометричного моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2015. С. 23–29.
2. Браилов А.Ю., Якимов А.А., Панченко В.И., Устянский В.А. К вопросу проектирования конструктивных компонентов в строительстве. *Проблемы техники: научно-производственный журнал.* Одесса: ОНМУ, 2015. № 2. С. 55–62.
3. Браилов А. Ю., Панченко В.И., Устянский В.А. Геометрическая модель определения координат точек кровли исторического здания. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон: ХНТУ, 2016. Вип. 3(58). С. 482–486.
4. Браилов А.Ю., Панченко В.И., Косенко С.И. Анализ геометрической модели определения параметров недоступной точки объекта. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2019. Вип. 14. С. 38-47.
5. Щетников А. И. Измерение астрономических расстояний в Древней Греции. *Философское антиковедение и классическая традиция.* Новосибирск: ЦИДФКТ, 2010. Т. 4. Выпуск 2. С. 325-348.
6. Шишкоедов П.Н. Философия античности. Litres, 2017. С. 537 с.
7. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э. Г., Юдина И. И. Геометрия. М.: Просвещение, 2010. 384 с.
8. Браилов А. Ю., Панченко В. И. Аналитическое основание геометрической модели измерений параметров недоступной точки объекта. *Вестник Херсонского национального технического университета.* Херсон: ХНТУ, 2019. Вып.2[69]. Часть 3. С. 237-243.
9. Браилов А.Ю., Панченко В.И. Алгоритм расчета параметров недоступной точки объекта. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2019. Вип. 16. С. 39–49.

АНАЛІЗ АНАЛОГІВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕДОСТУПНОЇ ТОЧКИ ОБ'ЄКТА

Браілов О.Ю., Панченко В.І.

У даній роботі виконано аналіз аналогів геометричної моделі визначення параметрів недоступної точки об'єкта. Виявлена проблема і визначені першочергові задачі.

Суть проблеми: об'єктивне протиріччя між необхідністю отримання точного значення потрібного параметра і наявністю похибок при будь-якому вимірюванні.

Мета дослідження полягає в дослджувані можливості використання відомих аналогів геометричної моделі визначення параметрів недоступної точки об'єкту.

Завдання статті: 1. Виконати аналіз відомих аналогів геометричної моделі визначення параметрів недоступної точки об'єкту. 2. Визначити раціональний варіант геометричної моделі експериментальних вимірювань.

У роботі розглянуті аналоги геометричної моделі визначення параметрів недоступної точки об'єкту. Фалес Милетский (640/624-548/545 до н.е.) для визначення відстані від берега до корабля і висоти піраміди в Єгипті використав подібність трикутників. Для визначення параметрів недоступної точки за допомогою теодоліта плоским аналогом є геометрична модель двох поєднаних прямокутних трикутників. Приведені тригонометричні співвідношення для визначення значень потрібних параметрів.

Визначені достоїнства і недоліки відомих аналогів. У аналізованих геометричних моделях усі вимірювання початкових значень параметрів виконуються з деякими погрішностями в одній площині. Тому теоретично коректне рішення задачі знаходиться в деякій області реального результату. Область можливих результатів набуває форми трапеції. Крім того, результатом прямих вимірювань, як правило, являються дробові числа. Тому один точний результат в розв'язанні задачі отримати неможливо.

Визначений раціональний варіант геометричної моделі виконання вимірювань і обробки результатів. Запропоновано розробити комплексну тривимірну геометричну і аналітичну моделі визначення області значення параметра недоступної точки об'єкту

Ключові слова: будівля, дах, аналіз, візирний промінь, вимірювання координат точки, геометрична модель, аналог.

THE ANALYSIS OF ANALOGUES OF GEOMETRICAL MODEL OF THE DETERMINATION THE PARAMETERS OF AN INACCESSIBLE POINT

Brailov A., Panchenko V.

The present work analyses of the analogues of the geometric model developed for the determination of the parameters of the inaccessible point of an object. The common issues are revealed and essential steps of their resolution are identified. The essence of the problem is that the unavoidable contradiction between the need of obtaining the exact value of the determined parameter and an error involved in any measurement. The *purpose of the present work is to investigate a possibility of use of the known analogues of the geometrical model of the determination of the parameters of the inaccessible point of an object. It is achieved in two steps: 1. The analysis of the known analogues of the geometrical model of the determination of the parameters of the inaccessible point of an object. 2. The determination of a feasible variant of the geometrical model of experimental measurements.*

The present study considered the analogues of the geometrical model of the determination of the parameters of the inaccessible point of an object. Phales Miletsky (640/624-548/545 BC) used similarity of triangles for the determination of the distance from coast to the ship and pyramid height in Egypt. For the determination of parameters of an inaccessible point by means of a theodolite, a flat analogue is the geometrical model of two overlapped rectangular triangles. Trigonometrical relationships for the determination of the values of required parameters are discussed.

The pros and cons of the known analogues are identified. It is revealed that, in the analyzed geometrical models, all the measurements of the reference values of parameters are carried out with some errors in one plane. Therefore, a theoretically correct solution of the problem is in some domain (area) of the real result. The domain of possible results takes the shape of a trapeze. Besides, result of direct measurements, as a rule, are fractional numbers. Therefore, it is virtually impossible to obtain one exact result.

The feasible variant of geometrical model of performance of measurements and processing of results is defined. It is suggested to develop complex three-dimensional geometrical and analytical models of definition of area (domain) of the value of parameter of the inaccessible point of an object.

Keywords: a building, a roof, the analysis, directional ray, collimating ray, measurement of coordinates of a point, geometrical model, analogue.