

УДК 514.18

ГЕОДЕЗИЧНО-ПАРАЛЕЛЬНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ ВЕКТОРУ ВЗДОВЖ КРИВОЇ НА ПОВЕРХНІ

Залевський С.В., к.т.н.,

Пелеванюк І.Д.

*Національний технічний університет України “Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” (Україна)*

В роботі розглядається один із способів побудови геодезично паралельних векторів на кривій поверхні. Розв’язання такої задачі дозволяє будувати модель сітки Чебишева на поверхні.

Моделлю чебишевської сітки назвемо сітчастий каркас, нанесений на поверхню. Він має властивості цієї сітки із достатньо малою довжиною сторони чарунки.

Актуальність побудови моделі сітки Чебишева на поверхнях обумовлена все більш широким використанням в машинобудуванні волокнистих композиційних матеріалів, які мають сітчасту структуру. Для побудови викрійки поверхні складної технічної форми використовуємо властивість чебишевської сітки залишатись інваріантною при згинанні поверхні [1,2]

Дотичні вектори до ліній однієї сім’ї сітки Чебишева, проведені в точках їх перетину з лініями другої сім’ї є геодезично паралельні. Тому побудова таких векторів вздовж довільної кривої на поверхні дозволить отримати модель сітки Чебишева в довільно вибраному напрямі вибраної сім’ї сітки.

В роботі запропоновано спосіб геодезично паралельного перенесення вектора вздовж заданої кривої на поверхні. Дана крива є лінією стрікції (горловою) лінійчатої поверхні, заданої цим сімейством напрямків. Запропонований порядок побудови дозволяє при відносно невеликій кількості обчислень отримати векторне поле напрямків ліній утка. Точність побудови можна підвищувати шляхом зменшення лінійного параметра побудови.

Оскільки остаточним результатом розрахунків є створення моделі чебишевської сітки і отримання викрійки сітчастого покриття, то можливість корегування параметрів побудови в залежності від кривини поверхні закладається в код відповідної розрахункової програми.

Ключові слова: сітка Чебишева, геодезично паралельне перенесення вектора, лінія стрікції.

Постановка проблеми. Використання простих практичних способів геодезично паралельного перенесення векторів вздовж заданої кривої на поверхні є необхідною вимогою для побудови моделі чебишевської сітки і, як результат, отримання викроек поверхонь складних технічних форм.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оскільки розв'язку системи диференціальних рівнянь в загальному випадку не існує то для побудови моделі сітки Чебишева на поверхні використовують її основну властивість: дотичні вектори до ліній однієї сім'ї при їх паралельному перенесенні уздовж ліній другої сім'ї залишаються дотичними і ця властивість є взаємною [4].

В переважній більшості робіт, присвячених паралельному перенесенню вектору на поверхні пропонуються способи побудови, які є достатньо універсальними, не потребують значного об'єму аналітичних розрахунків і легко реалізуються на практиці шляхом написання коду відповідної програми [3].

Формулювання цілей статті. Метою даної роботи є спроба запропонувати спосіб геодезично паралельного перенесення вектору вздовж кривої на поверхні.

Основна частина. Нехай задана крива γ , яка належить поверхні F і вектор $\vec{a}(l, m, n)$, який проходить через точку M_0 кривої і лежить в площині Σ_0 , дотичній до поверхні в точці M_0 (Рис. 1).

Виберемо на кривій деяку точку $K(x_K, y_K, z_K)$. Запишемо рівняння площини Δ , яка проходить через точку K і перпендикулярна до вектора \vec{a} :

$$l(x-x_K) + m(y-y_K) + n(z-z_K) = 0.$$

Перетнувши площину Δ з прямою, на якій розташовано вектор \vec{a} , отримаємо точку A_0 з координатами $x_{A_0}, y_{A_0}, z_{A_0}$.

Відстань від точки A_0 до точки K :

$$d = \sqrt{(x_{A_0} - x_K)^2 + (y_{A_0} - y_K)^2 + (z_{A_0} - z_K)^2}.$$

Знайдем координати точки A_1 , яка розташована на прямій A_0K і віддалена від K на відстань d :

$$x_{A_1} = x_{A_0} + 2(x_K - x_{A_0}) = 2x_K - x_{A_0};$$

$$y_{A_1} = 2y_K - y_{A_0};$$

$$z_{A_1} = 2z_K - z_{A_0}.$$

Рівняння площини Θ , яка проходить через точку A_1 і перпендикулярна до A_0A_1 :

$$(x_K - x_{A_0})(x - x_{A_1}) + (y_K - y_{A_0})(y - y_{A_1}) + (z_K - z_{A_0})(z - z_{A_1}) = 0.$$

Далі знаходимо координати точки M_1 – точки перетину площини Θ з кривою γ . Складаємо рівняння площини Σ_1 – дотичної до поверхні F в точці M_1 .

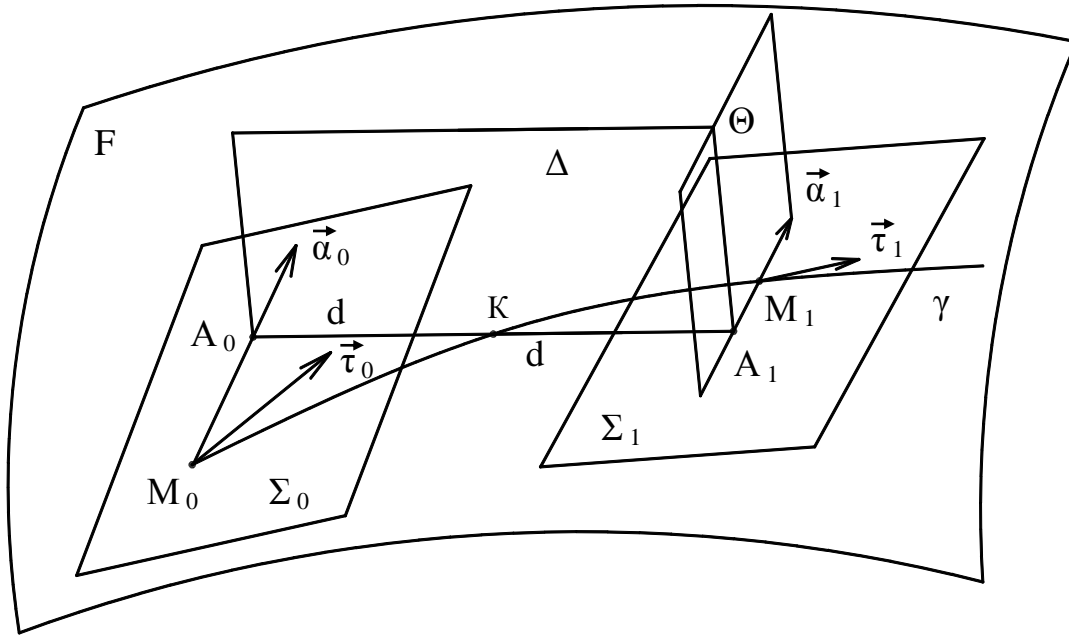


Рис. 1.

Знайдемо лінію перетину площин Θ і Σ_1 – напрям нового вектора a_1 .

У випадку, якщо точка $K \rightarrow M_0$, то $d \rightarrow 0$ і $a_1 \rightarrow a_0$.

Тоді точка M_0 становиться точкою стрікції а пряма A_0A_1 – прямою стрікції.

Наведений алгоритм дозволяє за допомогою виконання невеликої кількості розрахунків виконати геодезично паралельне перенесення заданого вектора вздовж кривої на поверхні і сформуванати векторне поле для подальшого моделювання сітки Чебишева. Точність наведеного способу залежить від вибору точки K і може бути регульована безпосередньо під час побудови відповідними функціями коду розрахункової програми.

Висновки. В роботі запропоновано спосіб геодезично паралельного перенесення вектору вздовж кривої на поверхні, що є важливим питанням для практичної побудови чебишевської сітки на складних криволінійних поверхнях.

Література

1. Норден А.П. Теория поверхностей. М.: ГИТТЛ, 1956. 260 с.
2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии (3-е изд.) М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 428 с.
3. Александров А.Д. Дифференциальная геометрия. М. Наука, 1990. 473 с.
4. Залевський С.В. Геометричне моделювання тканинних наповнювачів текстолітових конструкцій технічних виробів :

автореф дис ... канд. техн. наук : 05.01.01. К.: КНУБА, 2011. 23 с.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ВЕКТОРА ВДОЛЬ КРИВОЙ НА ПОВЕРХНОСТИ

Залевский С.В., Пелеванюк И.Д.

В работе рассматривается один из способов построения геодезически параллельных векторов на кривой поверхности. Решение такой задачи позволяет строить модель сетки Чебышева на поверхности.

Моделью чебышевской сетки назовем сетчатый каркас, нанесенный на поверхность. Он обладает свойствами этой сетки с достаточно малой длиной стороны ячейки.

Актуальность выстраивание модели сетки Чебышева на поверхностях обусловлена все более широким использованием в машиностроении волокнистых композиционных материалов, которые имеют сетчатую структуру. Свойство чебышевской сетки при произвольном сгибании оставаться чебышевской можно использовать для построения выкройки поверхности сложной технической формы.

Касательные векторы к линиям одной семьи сетки Чебышева, проведенные в точках их пересечения с линиями второй семьи геодезически параллельны. Поэтому построение таких векторов вдоль произвольной кривой на поверхности позволит получить модель сетки Чебышева в выбранном направлении семьи сетки.

В работе предложен способ геодезически параллельного переноса вектора вдоль заданной кривой на поверхности. Данная кривая является линией стрижки (горловой) линейчатой поверхности, заданной этим семейством направлений. Предложенный порядок построения позволяет при относительно небольшом количестве вычислений получить векторное поле направлений линий утка. Точность построения можно повышать путем уменьшения линейного параметра построения.

Поскольку окончательным результатом расчетов является создание модели чебышевской сетки и получения выкройки сетчатого покрытия, то возможность корректировки параметров построения в зависимости от кривизны поверхности закладывается в код соответствующей расчетной программы.

Ключевые слова: сетка Чебышева, геодезически параллельный перенос вектора, линия стрижки.

GEODESICALLY PARALLEL TRANSFER OF A VECTOR ALONG THE CURVE ON THE SURFACE

Zalevsky S., Pelevanuk I.

The paper considers one of the ways to construct geodetically parallel vectors on a curved surface. Solving this problem allows us to build a model of the Chebyshev grid on the surface.

The model of the Chebyshev grid is called a mesh frame applied to the surface. It has the properties of this grid with a fairly short side length of the cell.

The urgency of building a model of Chebyshev mesh on surfaces is due to the increasing use in mechanical engineering of fibrous composite materials that have a mesh structure. The property of the Chebyshev grid to remain Chebyshev with arbitrary bending can be used to construct a surface pattern of a complex technical form.

The tangent vectors to the lines of one family of the Chebyshev grid drawn at their points of intersection with the lines of the second family are geodesically parallel. Therefore, the construction of such vectors along an arbitrary curve on the surface will allow to obtain a model of the Chebyshev grid in an arbitrarily chosen direction of the selected grid family.

The method of geodesically parallel vector transfer along a given curve on the surface is proposed in the work. This curve is the line of stretching (throat) of the linear surface given by this family of directions. The proposed construction procedure allows for a relatively small number of calculations to obtain a vector field of the directions of the duck lines. Construction accuracy can be increased by reducing the linear construction parameter.

Since the final result of the calculations is to create a model of the Chebyshev grid and obtain a pattern of mesh coating, the possibility of adjusting the construction parameters depending on the curvature of the surface is embedded in the code of the corresponding calculation program.

Keywords: Chebyshev grid, geodesically parallel vector transfer, stretching line.