УДК 514.18

МОДЕЛЮВАННЯ І КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПОРЦІЙ ПОВЕРХОНЬ НА ОСНОВІ КРИВИХ 5-ГО СТЕПЕНЯ

Бадаєв Ю.І., д.т.н.,
ybad0228.gmail.com, ORCID:0000-0002-1415-9739
Лагодіна Л.П., к.т.н.,
lplahodina@gmail.com, ORCID:0000-0003-4012-836X
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна)

В роботі розглядається побудова порції поверхні на основі застосування кривої п'ятого степеня за заданими двома точками і першими та другими похідними в них. Це дає змогу задати кривину на границях порції поверхні.

На основі цієї кривої можна побудувати полосу поверхні за заданими двома граничними кривими і заданими першими і другими похідними в них. Також можна побудувати порцію поверхні за заданими чотирма точками і першими та другими похідними в них по двом напрямкам - уздовж і поперек порції поверхні. Порція поверхні за чотирма точками дає змогу будувати гладку поверхню із другим порядком гладкості на заданому списку точок в тривимірному просторі. Крім того завдання першої і другої похідних дає змогу задавати кривизну.

В цьому випадку можна спочатку задати перші похідні, а другі визначаться за формулою кривизни.

Вказані полоси і порції поверхонь вигідно застосовувати в проектуванні поверхонь машин і агрегатів, які працюють у рухомому середовищі (поверхні літаків, автомобілів, суден), в яких важливо завдання закону зміни кривини уздовж поверхні.

Закон зміни кривизни дуже важливий в цьому випадку, тому що злам кривизни по поверхні наслідує турбулентний зрив потоку рухомого середовища, що збільшує спротив агрегату рухомому середовищу. Збільшення спротиву рухомому середовищу спричиняє зменшення швидкості руху. А при застосуванні в літакобудуванні зрив рухомого середовища може спричинити до піке і катастрофи літака.

У роботі було доведено, що на основі кривої 5-го степеня можна будувати полоси і порції поверхонь із заданими кривизнами на границях. Також розроблена комп'ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD, яка реалізує побудову цієї порції поверхні.

Ключові слова: полоса поверхні, порції поверхні , крива п'ятого степеня за заданими двома точками і першими та другими похідними в них.

Постановка проблеми. Побудова полоси та порції поверхні на основі застосування кривої п’ятого степеня за заданими двома очками і першими та другими похідними в них.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботі [1] даються різноманітні засоби моделювання порцій поверхонь. Але не розглядаються умови задання поверхні із заданим законом зміни кривизни уздовж поверхні.

Формулювання цілей статті.Метою статті є моделювання полос і порцій поверхонь із заданими кривизнами по границям поверхні.

Основна частина.\В роботі [2] пропонується векторно-параметрична крива п’ятого степеня за заданими двома точками і першими і другими похідними в цих точках.

Будемо шукати криву п’ятого степеня у вигляді:

$$y=\alpha_0(u)y_0+\alpha_1(u)y_1+h[\beta_0(u)y'_0+\beta_1(u)y'_1]+h^2[\gamma_0(u)y''_0+\gamma_1(u)y''_1], \quad (1)$$

де y_0,y_1 - задані ординати точок *0, 1;*

y_0',y_1' - задані перші похідні в точках *0, 1;*

y_0'',y_1''- задані другі похідні в точках *0, 1;*

$h = (x_1-x_0)$ – різниця між абсцисами точок *0, 1;*

$u=(x - x_0)/ (x_1 - x_0)$;

$\alpha_0(u)$, $\alpha_1(u)$, $\beta_0(u)$, $\beta_1(u)$, $\gamma_0(u)$, $\gamma_1(u)$ – функції п’ятого степеня від параметра *u*.

$$\alpha_0(u)=1-10u^3+15u^4-6u^5; \quad (2.1)$$

$$\alpha_1(u)=10u^3-15u^4+6u^5; \quad (2.2)$$

$$\beta_0(u)=u-6u^3+8u^4-3u^5; \quad (2.3)$$

$$\beta_1(u)=-4u^3+7u^4-3u^5; \quad (2.4)$$

$$\gamma_0(u) =0.5u^2-1.5u^3+1.5\,u^4-0.5\,u^5; \quad (2.5)$$

$$\gamma_1(u) =0.5u^3-u^4+0.5u^5. \quad (2.6)$$

Розроблена комп’ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD, яка реалізує побудову цієї кривої.

Тестовий приклад показаний на рис. 1.

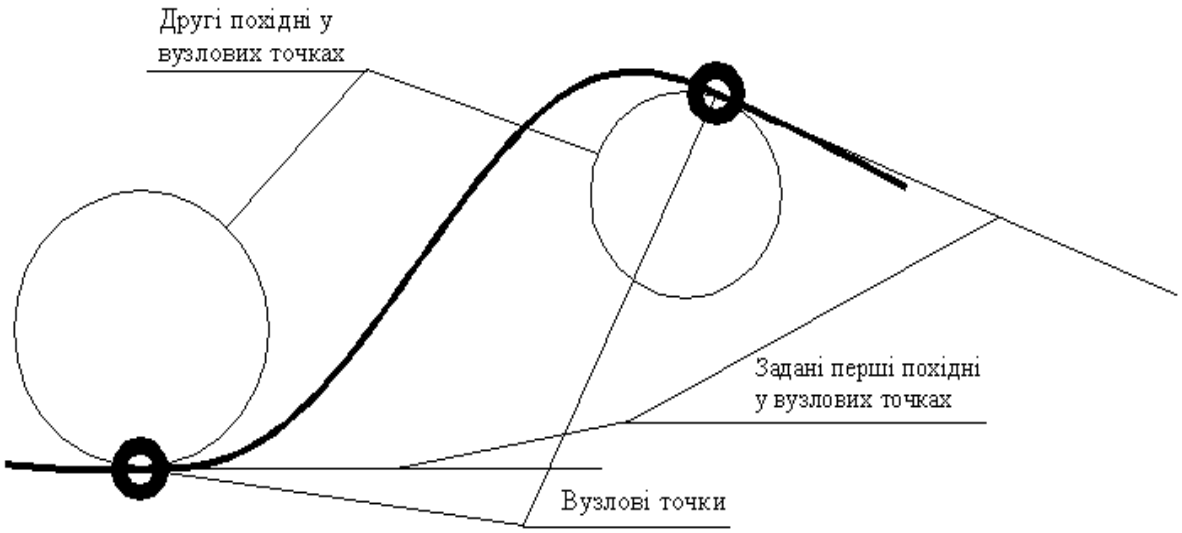

Рис. 1. Тестовий приклад сегмента полінома 5-ого степеня

Також розроблена комп'ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD, яка реалізує побудову цієї порції поверхні.

На рис.2 показаний приклад такої порції поверхні.

Для задання полоси поверхні візьмемо кубічну криву Фергюссона:

$$r(u) = A_0(u)r_0 + A_1(u)r_1 + B_0(u)r_0'^u + B_1(u)r_1'^u,$$

де

$$A_0(u) = 1 - 3u^2 + 2u^3,$$
$$A_1(u) = 3u^2 - 3u^3,$$
$$B_0(u) = u - 2u^2 + u^3,$$
$$B_1(u) = u_2 - u^3.$$

Будемо переміщувати r_0, r_1, r'_0, r'_1 за формулою (1), але вже за зміною параметра v.

Будемо мати наступне задання:

$$\left[A_0(u)\ \ A_1(u)\ B_0(u)\ B_1(u)\right]\begin{bmatrix} r_{00}\, r_{01}\, r_{00}^u\ \ r_{01}^u\, r_{00}^{uv}\ \ r_{01}^{uv} \\ r_{10}\, r_{11}\, r_{10}^u\, r_{11}^u\, r_{10}^{uv}\, r_{11}^{uv} \\ r_{00}^{uuv}\, r_{01}^{uuv}\, r_{00}^{uuv}\, r_{01}^{uuv}\, r_{10}^{uuv}\, r_{11}^{uvv} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha_0(v) \\ \alpha_1(v) \\ \beta_0(v) \\ \beta_1(v) \\ \gamma_0(v) \\ \gamma_1(v) \end{bmatrix}.$$

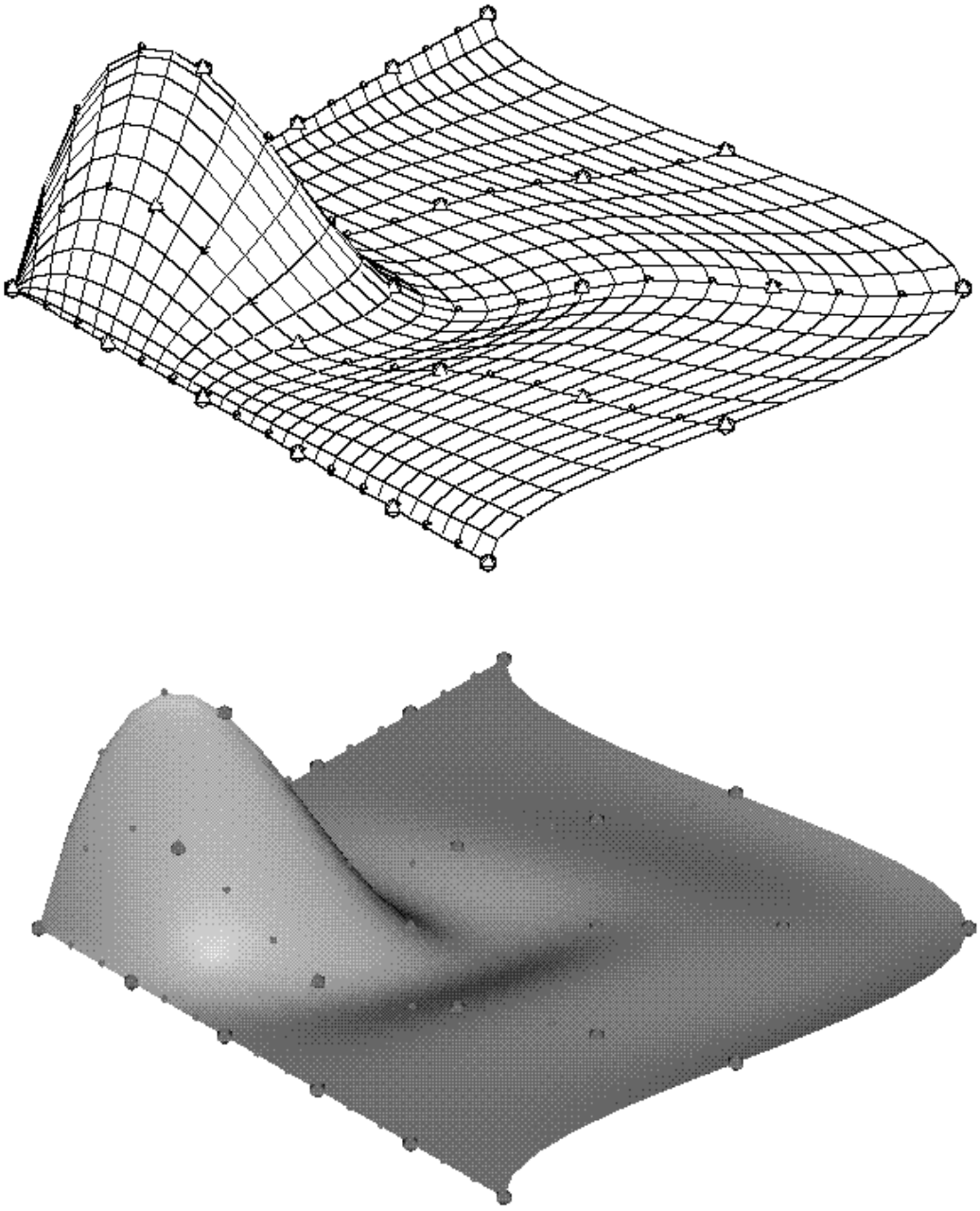

Рис.2. Приклад порції поверхні на основі кривих п’ятого степеня за заданими двома точками і першими та другими похідними в них

Також розроблена комп’ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD, яка реалізує побудову цієї полоси поверхні.

Приклад цієї полоси представлений на рис.3.

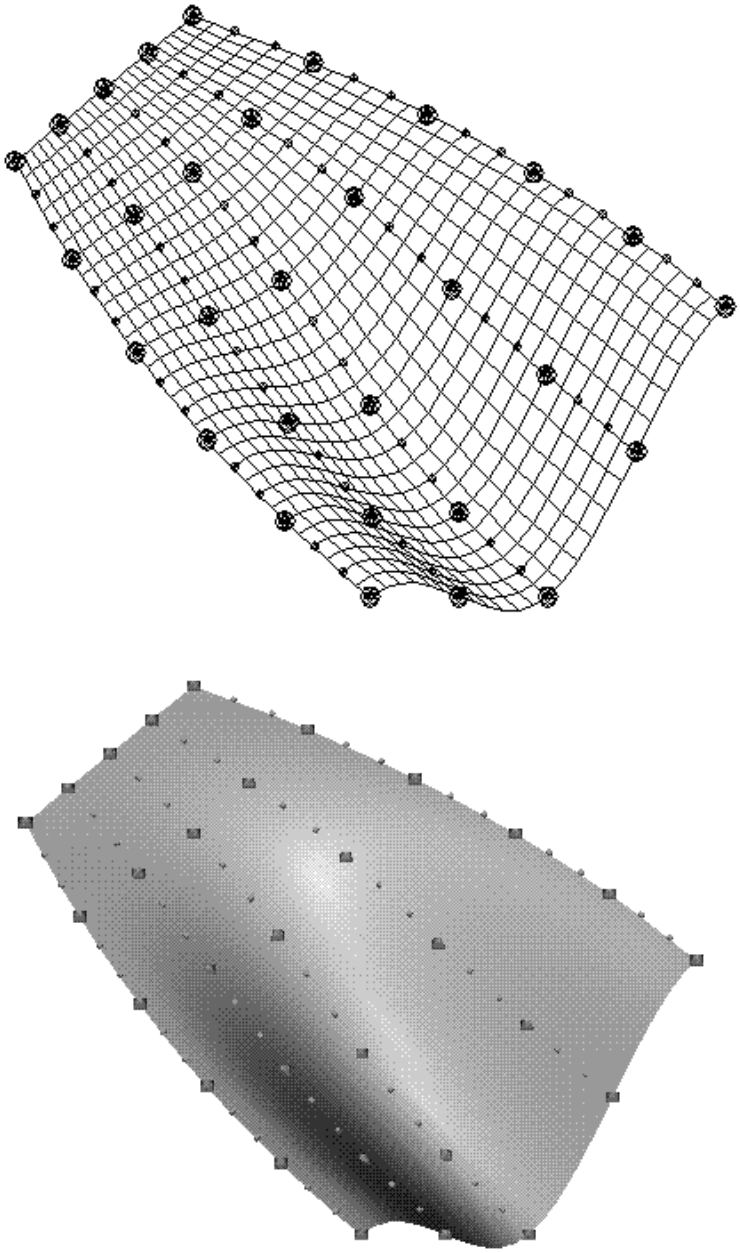

Рис.3. Приклад полоси поверхні на основі кубічної кривої Фергюссона і кривих п’ятого степеня за заданими двома точками і першими та другими похідними в них

Висновки. Таким чином, бачимо, що на основі кривої 5-го степеня можна будувати полоси і порції поверхонь із заданими кривизнами на границях.

Література

1. Голованов. Н.Н. Геометрическое моделирование. М.: Физматлит, 2002. 472 с.
2. Бадаев Ю.И., Ковтун А.М. Специальные сплайны из полиномов третьей, четвертой и пятой степеней в геометрическом моделировании: монография. О.: Феникс, 2011. 316 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПОРЦИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ КРИВЫХ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ

Бадаев Ю.И., Лагодина Л.П.

В работе рассматривается построение порции поверхности на основе применения кривой пятой степени по заданным двум точкам и первыми и вторыми производными в них. Это позволяет задать кривизну на границах порции поверхности.

На основе этой кривой можно построить полосу поверхности с заданными двумя предельными кривыми и заданными первыми и вторыми производными в них. Также можно построить порцию поверхности с заданными четырьмя точками и первыми и вторыми производными в них по двум направлениям - вдоль и поперек порции поверхности. Порция поверхности по четырем точкам позволяет строить гладкую поверхность со вторым порядком гладкости на заданном списке точек в трехмерном пространстве. Кроме того задание первой и второй производных позволяет задавать кривизну. В этом случае можно сначала задать первые производные, а вторые определятся по формуле кривизны.

Указанные полосы и порции поверхностей выгодно применять в проектировании поверхностей машин и агрегатов, работающих в движущейся среде (поверхности самолетов, автомобилей, судов), в которых важно задание закона изменения кривизны вдоль поверхности

Закон изменения кривизны очень важен в этом случае, потому что излом кривизны по поверхности приводит к турбулентному срыву потока движущейся среды, что увеличивает сопротивление агрегата подвижной среде. Увеличение сопротивления подвижной среде приводит к уменьшению скорости движения. А при применении в самолетостроении срыв движущейся среды может привести к пике и катастрофе самолета. В работе было доказано, что на основе кривой 5-й степени можно строить полосы и порции поверхностей с заданными кривизнами на границах. Также разработана компьютерная программа на языке AutoLISP в среде системы AutoCAD, которая реализует построение этой порции поверхности.

Ключевые слова: полоса поверхности, порции поверхности, кривая пятой степени по заданным двум точкам и первыми и вторыми производными в них.

SIMULATION AND COMPUTER IMPLEMENTATION OF SURFACES ON THE BASIS OF CURVES OF THE 5TH DEGREE

Yuri Badayev, Ludmila Lagodina

The paper considers the construction of the surface potion on the basis of the application of the fifth degree curve for given two points and the first and second derivatives in them.

This allows you to set the curvature at the boundaries of the surface portion. On the basis of this curve it is possible to construct a strip of a surface on the set two boundary curves and the set first and second derivatives in them.

It is also possible to construct a portion of the surface at given four points and the first and second derivatives in them in two directions - along and across the portion of the surface.A portion of the surface at four points allows you to build a smooth surface with a second order of smoothness on a given list of points in three-dimensional space.

In addition, specifying the first and second derivatives allows you to specify the curvature.In this case, you can first specify the first derivatives, and the second will be determined by the formula of curvature.

These strips and portions of surfaces are advantageous to use in the design of surfaces of machines and units operating in a moving environment (surfaces of aircraft, cars, ships), in which it is important to specify the law of curvature along the surface.

The law of curvature change is very important in this case, because the fracture of the curvature on the surface mimics the turbulent disruption of the flow of the moving medium, which increases the resistance of the unit to the moving medium.

Increasing resistance to the moving medium causes a decrease in speed.And when used in aircraft construction, the failure of the moving environment can lead to a peak and a plane crash.

It was proved in the work that on the basis of a curve of the 5th degree it is possible to construct strips and portions of surfaces with given curvatures at the boundaries. Also, a computer program in the AutoLISP language has been developed in the environment of the AutoCAD system, which implements the construction of this portion of the surface.

Keywords: surface strip, surface portions, fifth degree curve for given two points and the first and second derivatives in them.

References

1.Golovanov, N.N.(2002) *Geometric modeling*. Moscow: Fizmatlit [in Russian].

2. Badaev, Yu.I., Kovtun, A.M. *Special splines from polynomials of third, fourth and fifth degrees in geometric modeling*: monograph. O .: Phoenix [in Russian].