

УДК 514.18+721.02.23

СТРАТЕГИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕДОСТУПНОЙ ТОЧКИ ОБЪЕКТА

Браилов А.Ю., д.т.н.

brailov@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5021-8372

Панченко В.И.*

gb126t@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5939-832X

*Одесский профессиональный колледж компьютерных технологий
(Украина)*

В настоящем исследовании разработаны стратегии определения параметров недоступной точки объекта. Выявлена проблема и поставлены первостепенные задачи. Сутью проблемы является объективное противоречие между необходимостью расположения точек A и B – центров визирных труб оптических приборов, – в одной и той же горизонтальной плоскости Π_1 и отсутствием реальной возможности выполнить такое одинаковое одноуровневое расположение без погрешности. Цель исследования – разработать стратегии определения положения недоступной точки объекта в минимальной области между скрещивающимися визирными лучами. Задачи статьи: 1. Разработать стратегии определения положения недоступной точки объекта в минимальной области между скрещивающимися визирными лучами. 2. Выполнить экспериментальную проверку разработанных стратегий.

В предлагаемом оптимизационном подходе разработана комбинированная трехмерная геометрическая модель со скрещивающимися визирными лучами. Определяемые точки C и C' располагаются в областях $[C_{DM}, C_{EM}]$, $[C'_{DM}, C'_{EM}]$ минимального расстояния ρ_{\min} между скрещивающимися визирными лучами. Оптимизационная задача определения координат недоступной точки объекта в пространстве сводится к задаче определения граничных точек минимального расстояния между двумя скрещивающимися визирными лучами. Предложено три стратегии выбора положения недоступной точки $C(x_C, y_C, z_C)$ в найденной минимальной области $[C_{DM}, C_{EM}]$. Искомая точка $C(x_C, y_C, z_C)$ может, например, располагаться в середине минимального отрезка $[C_{DM}, C_{EM}]$. Предложенный подход проверен на экспериментальных данных.

Ключевые слова: объект, точка, экстремум, визирный луч, стратегия, геометрическая модель, аналитическая модель.

* Научный руководитель – д.т.н., с.н.с, проф. Браилов А.Ю.

Постановка проблемы. Формирование паспорта (удостоверения, сертификата) реконструируемых или восстанавливаемых исторических объектов требует определения их геометрических параметров. Примерами таких параметров являются высота объекта и размеры охранной зоны. Поскольку параметры исторического объекта заносятся в публичные справочные документы, разработка эффективных *стратегий определения положения недоступной точки объекта в минимальной области между скрещивающимися визирными лучами* актуальна [1-3].

Основная проблема заключается в объективном *противоречии* между необходимостью расположения точек A и B – центров визирных труб оптических приборов, – в одной и той же горизонтальной плоскости Π_1 и отсутствием реальной возможности выполнить такое одинаковое одноуровневое расположение без погрешности (Рис. 1).

Анализ последних исследований и публикаций. Для определения координат недоступных точек объекта, в соответствии с построенной геометрической моделью [1, 2, 3], геодезическими оптическими приборами производятся измерения углов α , α' и γ , γ' в двух различных точках A и B (Рис. 1). Точки A и B центров визирных труб оптических приборов располагаются в разных вертикальных плоскостях ACC_1 , BCC_1 и в одной и той же горизонтальной плоскости Π_1 .

В предложенной геометрической модели измерений [4, 5] визирный луч AD принадлежит плоскости ACC_1 , которая совпадает с профильной плоскостью проекций Π_3 . Профильная плоскость проекций Π_3 перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций Π_1 (Рис. 1). Точка A располагается в начале O прямоугольной системы координат $Oxyz$ [5, 6]. Поэтому для совмещения точки B с горизонтальной плоскостью проекций Π_1 целесообразно точку A считать *базовой точкой горизонтального уровня*.

Размещение точки B , позиционированием оптического прибора, в горизонтальной плоскости Π_1 относительно точки A всегда осуществляется с некоторой погрешностью Δz . Поэтому необходимо разработать средства, которые компенсируют объективно существующее противоречие между необходимостью расположения точек A и B – центров визирных труб оптических приборов, – в одной и той же горизонтальной плоскости Π_1 и отсутствием реальной возможности выполнить такое одинаковое одноуровневое расположение без погрешности.

Формулирование целей статьи. Цель настоящего исследования – разработать стратегии определения положения недоступной точки объекта в минимальной области между скрещивающимися визирными лучами.

Задачи статьи: 1. Разработать стратегии определения положения недоступной точки объекта в минимальной области между скрещивающимися визирными лучами.

2. Выполнить экспериментальную проверку разработанных стратегий для реконструируемого исторического здания.

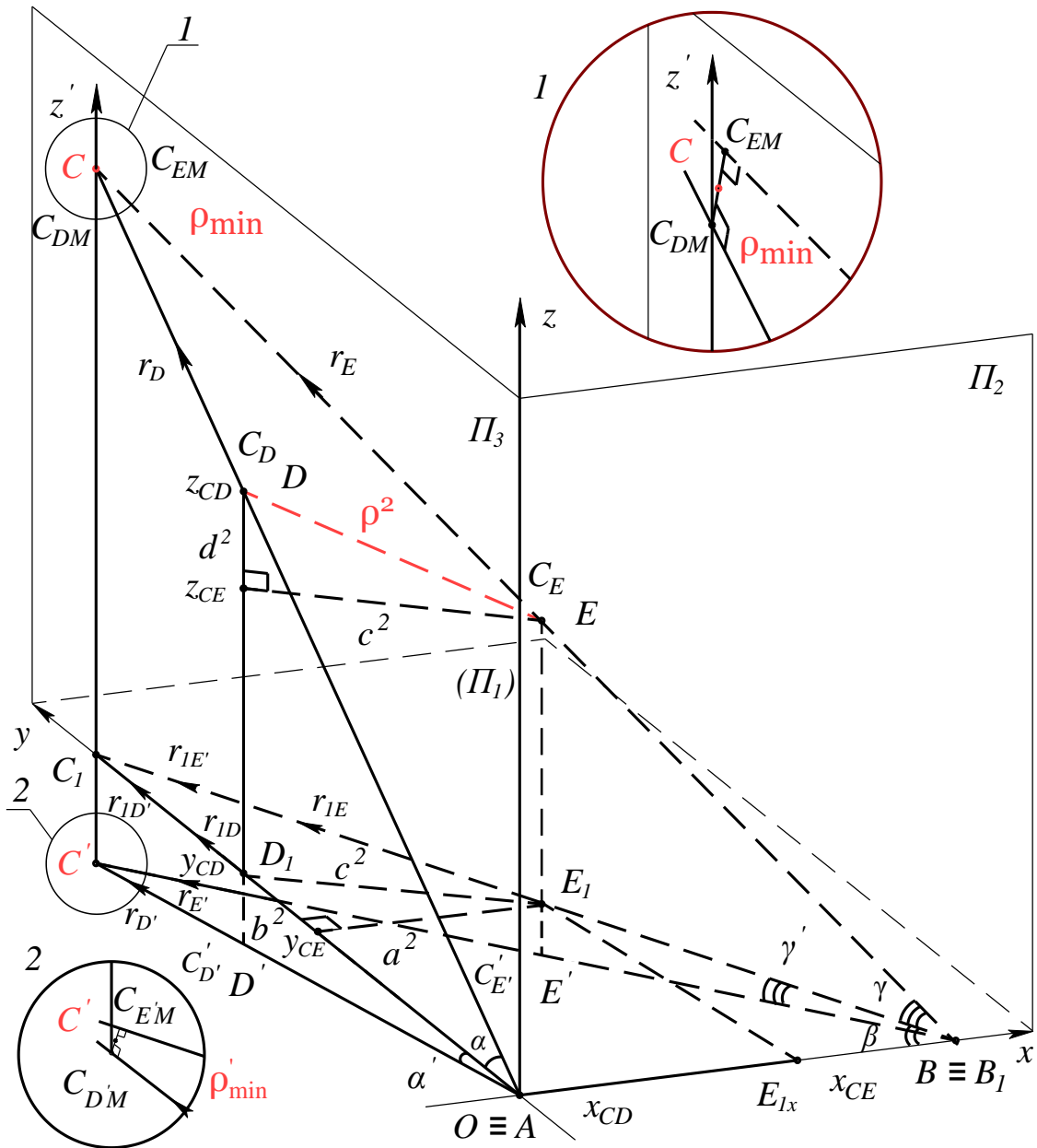


Рис. 1. Комбинированная геометрическая модель определения расстояний CC_1 и $C'C_1$ относительно горизонтальной плоскости ABC_1 .

Основная часть. Первым шагом в разрешении выявленной проблемы является разработанный оптимизационный подход к определению координат недоступных точек объекта [3, 7].

Суть разработанного оптимизационного подхода заключается в том, что между двумя скрещивающимися, а не пересекающимися, визирными лучами AD и BE определяются координаты x_{DM} , y_{DM} , z_{DM} , x_{EM} , y_{EM} , z_{EM} граничных точек $C_{DM}(x_{DM}, y_{DM}, z_{DM})$, $C_{EM}(x_{EM}, y_{EM}, z_{EM})$ минимальной

области $[C_{DM}, C_{EM}]$.

Получены формулы для определения координат $x_{DM}, y_{DM}, z_{DM}, x_{EM}, y_{EM}, z_{EM}$, граничных точек $C_{DM}(x_{DM}, y_{DM}, z_{DM}), C_{EM}(x_{EM}, y_{EM}, z_{EM})$, для которых расстояние $\rho(C_{DM}, C_{EM})$ между двумя скрещивающимися лучами AD и BE минимально ρ_{min} (1) и (2):

$$\begin{cases} x_{DM} = r_{Dx} \cdot t_{DM} + x_D, \\ y_{DM} = r_{Dy} \cdot t_{DM} + y_D, \\ z_{DM} = r_{Dz} \cdot t_{DM} + z_D. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{EM} = r_{Ex} \cdot t_{EM} + x_E, \\ y_{EM} = r_{Ey} \cdot t_{EM} + y_E, \\ z_{EM} = r_{Ez} \cdot t_{EM} + z_E. \end{cases} \quad (2)$$

В формуле (1) x_D, y_D, z_D – координаты произвольной точки $D(x_D, y_D, z_D)$ визирного луча AD ; $r_{Dx}=x_D-x_A, r_{Dy}=y_D-y_A, r_{Dz}=z_D-z_A$ – координаты направляющего вектора $\mathbf{r}_D(r_{Dx}, r_{Dy}, r_{Dz})$, x_A, y_A, z_A – координаты точки $A(x_A, y_A, z_A)$; t_{DM} – параметр, определяющий положение точки D для минимального расстояния в точке C_{DM} между скрещивающимися лучами AD и BE .

В формуле (2) x_E, y_E, z_E – координаты произвольной точки $E(x_E, y_E, z_E)$ визирного луча BE ; $r_{Ex}=x_E-x_B, r_{Ey}=y_E-y_B, r_{Ez}=z_E-z_B$ – координаты направляющего вектора $\mathbf{r}_E(r_{Ex}, r_{Ey}, r_{Ez})$, x_B, y_B, z_B – координаты точки $B(x_B, y_B, z_B)$; t_{EM} – параметр, определяющий положение точки E для минимального расстояния в точке C_{EM} между скрещивающимися лучами AD и BE .

Для определения значений параметров t_{DM} и t_{EM} решается полученная система уравнений (3):

$$\begin{cases} (r_{Dx}^2 + r_{Dy}^2 + r_{Dz}^2) \cdot t_{DC} - (r_{Ex} \cdot r_{Dx} + r_{Ey} \cdot r_{Dy} + r_{Ez} \cdot r_{Dz}) \cdot t_{CE} = \\ = -[(x_D - x_E) \cdot r_{Dx} + (y_D - y_E) \cdot r_{Dy} + (z_D - z_E) \cdot r_{Dz}] \\ - (r_{Dx} \cdot r_{Ex} + r_{Dy} \cdot r_{Ey} + r_{Dz} \cdot r_{Ez}) \cdot t_{CD} + (r_{Ex}^2 + r_{Ey}^2 + r_{Ez}^2) \cdot t_{CE} = \\ = (x_D - x_E) \cdot r_{Ex} + (y_D - y_E) \cdot r_{Ey} + (z_D - z_E) \cdot r_{Ez} \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку визирные лучи AD и BE направлены в исследуемую точку $C(x_C, y_C, z_C)$, то минимальная область $[C_{DM}, C_{EM}]$ содержит эту недоступную точку (рис. 1).

Вторым шагом в разрешении проблемы и достижении цели является разработка стратегий выбора положения точки $C(x_C, y_C, z_C)$ в найденной минимальной области $[C_{DM}, C_{EM}]$.

Стратегии определения координат недоступной точки объекта разработаны для минимального перпендикуляра между скрещивающимися

визирными лучами.

Для определения координат x_C, y_C, z_C недоступной точки $C(x_C, y_C, z_C)$ объекта на перпендикуляре $[C_{DM}, C_{EM}]$ между двумя скрещивающимися визирными лучами AD и BE предложено несколько стратегий.

Стратегия 1. В качестве искомым координат x_C, y_C, z_C точки C могут выбираться координаты x_{DM}, y_{DM}, z_{DM} , граничной точки C_{DM} , поскольку геодезическая станция A располагается в горизонтальной плоскости Oxy . Визирный луч AD , направленный в реальную недоступную точку C , принадлежит профильной плоскости Oyz . Луч AD станции A образует в профильной плоскости Oyz с осью Oy измеряемый угол α :

$$x_C = x_{DM}, \quad y_C = y_{DM}, \quad z_C = z_{DM}. \quad (4)$$

Координаты x_{EM}, y_{EM}, z_{EM} точки C_{EM} используются для расчета абсолютной и относительной погрешностей:

$$\Delta_x = |x_{DM} - x_{EM}|, \quad \Delta_y = |y_{DM} - y_{EM}|, \quad \Delta_z = |z_{DM} - z_{EM}|. \quad (5)$$

$$\sum_x = \frac{\Delta_x}{x_{DM}} \cdot 100, \quad \sum_y = \frac{\Delta_y}{y_{DM}} \cdot 100, \quad \sum_z = \frac{\Delta_z}{z_{DM}} \cdot 100. \quad (6)$$

Стратегия 2. В качестве искомым координат x_C, y_C, z_C точки C выбираются координаты точки, расположенной в середине перпендикуляра между скрещивающимися визирными лучами:

$$x_C = (x_{DM} + x_{EM})/2, \quad y_C = (y_{DM} + y_{EM})/2, \quad z_C = (z_{DM} + z_{EM})/2. \quad (7)$$

Для "серединной" стратегии абсолютные и относительные погрешности вычисляются по формулам:

$$\Delta_x = |x_{DM} - x_{EM}|/2, \quad \Delta_y = |y_{DM} - y_{EM}|/2, \quad \Delta_z = |z_{DM} - z_{EM}|/2. \quad (8)$$

$$\sum_x = \frac{\Delta_x}{x_C} \cdot 100, \quad \sum_y = \frac{\Delta_y}{y_C} \cdot 100, \quad \sum_z = \frac{\Delta_z}{z_C} \cdot 100. \quad (9)$$

Стратегия 3. Адаптивная стратегия определения координат x_C, y_C, z_C недоступной точки C позволяет получить результат по критерию заданной относительной погрешности, изменяя измеренные угловые параметры γ, γ' геодезической станции B .

Такие изменения наиболее адекватны разработанным геометрической и компьютерной моделям, поскольку скрещивание визирного луча BE геодезической станции B с визирным лучом AD геодезической станции A вызваны, главным образом, технологическими экспериментальными погрешностями установки геодезической станции B в горизонтальной плоскости Oxy .

Разработанная трехмерная комбинированная геометрическая модель и оптимизационный метод решения задачи в компьютерной реализации позволяют легко обнаружить погрешности экспериментального измерения начальных данных $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', AB$ для определения координат недоступной точки.

Поэтому в проведенных исследованиях разработан адаптивный алгоритм решения поставленной задачи.

Разработка адаптивного алгоритма определения координат недоступной точки объекта является *третьим шагом* в разрешении проблемы компенсации погрешностей проводимых измерений.

Суть адаптивного алгоритма заключается в оптимизационном изменении значений начальных данных α , α' , β , γ , γ' , AB , при которых абсолютные и относительные погрешности координат недоступной точки удовлетворяют заданным заказчиком величин погрешностей (0,0001 – 1,2%).

Для разработанной геометрической модели измерений (рис. 1) координаты x_C , $x_{C'}$ точек C , C' целесообразно принимать равными нулю ($x_C = 0$, $x_{C'} = 0$), так как визирные лучи AD , AD' принадлежат профильной плоскости Π_3 . Все точки плоскости Π_3 с визирными лучами AD , AD' имеют координату абсцисс со значением ноль.

Предлагаемый теоретический подход экспериментально проверен при реконструкции "Дома Руссова" в городе Одессе, Украина (рис. 2).

Определялись координаты самой высокой точки C шпиля на крыше здания от нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 и точки C' уровня земли относительно нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 .

На основании прямых измерений четырех параметров: углов α , β , γ , расстояния AB и данных разработанной геометрической модели получают значения координат четырех исходных точек A , B , D , E . Координаты этих четырех точек являются исходными данными для определения координат самой высокой точки C шпиля на крыше здания от нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 .



Рис. 2. Лицевой фасад "Дома Руссова" в городе Одессе, Украина

В соответствии с предложенной геометрической моделью (рис. 1) экспериментально теодолитом ЗТ5КП (№71923А) измерены углы $\alpha = 21,18^\circ$, $\beta = 63,9^\circ$, $\gamma = 19,5^\circ$ и расстояние между точками A и B — $AB = 45600$ мм.

Расстояние между точками A и D_1 принималось равным 10000 мм и

между точками B и E_1 15000 мм — $y_D = AD_1 = 10000$ мм, $BE_1 = 15000$ мм.

В соответствии с разработанной трехмерной геометрической моделью измерений (Рис. 1) все три координаты точки A равны нулю — $x_A = 0$, $y_A = 0$, $z_A = 0$.

Координаты y_B и z_B точки B и координата x_D точки D также равны нулю — $y_B = 0$, $z_B = 0$, $x_D = 0$. Координата z_D точки D и координаты y_E , z_E и x_E точки E рассчитываются по формулам —

$$z_D = |AD_1| \cdot \operatorname{tg} \alpha = 10000 \cdot 0,3875 = 3875 \text{ мм};$$

$$y_E = |BE_1| \cdot \sin \beta = 15000 \cdot 0,8985 = 13470 \text{ мм};$$

$$z_E = |BE_1| \cdot \operatorname{tg} \gamma = 15000 \cdot 0,3634 = 5312 \text{ мм};$$

$$x_E = |AB| - |BE_1| \cdot \cos \beta = 45600 - 15000 \cdot 0,4399 = 39001 \text{ мм}.$$

На основании полученных координат всех четырех исходных точек $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$, $D(x_D, y_D, z_D)$, $E(x_E, y_E, z_E)$ решается оптимизационная задача определения минимального расстояния между скрещивающимися визирными лучами AD и BE (рис. 1).

Рассчитываются координаты x_{DM}, y_{DM}, z_{DM} , x_{EM}, y_{EM}, z_{EM} точек $C_{DM}(x_{DM}, y_{DM}, z_{DM})$, $C_{EM}(x_{EM}, y_{EM}, z_{EM})$, для которых расстояние $\rho(C_{DM}, C_{EM})$ между двумя скрещивающимися лучами AD и BE минимально ρ_{\min} — $x_{DM} = 0$ мм; $x_{EM} = 7,61$ мм; $y_{DM} = 93279$ мм; $y_{EM} = 93066$ мм; $z_{DM} = 36149$ мм; $z_{EM} = 36699$ мм.

Искомая точка $C(x_C, y_C, z_C)$ располагается в середине минимального отрезка $[C_{DM}, C_{EM}]$.

Поэтому её координаты легко рассчитываются — $x_C = 3,81$ мм, $y_C = 93172,1$ мм, $z_C = 36423,8$ мм.

Абсолютная погрешность расчетов по каждой из координат составляет $\Delta x = 3,81$ мм, $\Delta y = 106,5$ мм, $\Delta z = 275,7$ мм. Относительная погрешность решения экстремальной задачи равна $\Sigma_x = 100$ %, $\Sigma_y = 0,11$ %, $\Sigma_z = 0,75$ %. Для $\Sigma_x = 0,9$ % $x_C = 0,034$ мм.

Разработанная *комбинированная* геометрическая модель объединяет модели, расположенные выше и ниже нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 [6-7].

Часть параметров являются общими параметрами как для геометрической модели, расположенной выше нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 , так и для геометрической модели, расположенной ниже нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 .

Таковыми общими параметрами для верхней части и нижней части модели являются угол $\beta = 63,9^\circ$ и расстояние $AB = 45600$ мм. Поэтому для определения координат точки C' уровня земли до нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 измерять эти параметры не нужно.

В соответствии с предложенной геометрической моделью (Рис. 1) для определения параметров точки C' теодолитом ЗТ5КП (№71923А) измерены углы $\alpha' = 1,5^\circ$, $\gamma' = 1,33^\circ$.

Координата $x_{D'}$ точки D' равна нулю — $x_{D'} = 0$. Координата $z_{D'}$ точки D' и координаты $y_{E'}$, $z_{E'}$ и $x_{E'}$ точки E' рассчитываются по формулам —

$z_{D'} = |AD_1| \cdot \operatorname{tg} \alpha' = 261,86 \text{ мм};$ $y_{E'} = y_E = |BE_1| \cdot \sin \beta = 13470,41 \text{ мм};$
 $z_{E'} = |BE_1| \cdot \operatorname{tg} \gamma' = 349,1 \text{ мм};$ $x_{E'} = x_E = |AB| - |BE_1| \cdot \cos \beta = 39001 \text{ мм}.$

На основании полученных координат всех четырех исходных точек $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$, $D'(x_{D'}, y_{D'}, z_{D'})$, $E'(x_{E'}, y_{E'}, z_{E'})$ решается задача определения минимального расстояния между скрещивающимися визирными лучами AD' и BE' (рис. 1).

Рассчитываются координаты $x_{D'M}, y_{D'M}, z_{D'M}$, $x_{E'M}, y_{E'M}, z_{E'M}$ точек $C'_{D'M}(x_{D'M}, y_{D'M}, z_{D'M})$, $C'_{E'M}(x_{E'M}, y_{E'M}, z_{E'M})$, для которых расстояние $\rho(C'_{D'M}, C'_{E'M})$ между двумя скрещивающимися лучами AD' и BE' минимально ρ_{min} — $x_{D'M} = 0 \text{ мм};$ $y_{D'M} = 93080,5 \text{ мм};$ $z_{D'M} = 2437,4 \text{ мм};$
 $x_{E'M} = 0,0136 \text{ мм};$ $y_{E'M} = 93081,15 \text{ мм};$ $z_{E'M} = 2412,5 \text{ мм}.$

Пусть искомая точка $C'(x_{C'}, y_{C'}, z_{C'})$ располагается в середине минимального отрезка $[C'_{D'M}, C'_{E'M}]$ и её отклонение от профильной плоскости находится в пределах одного процента срединного отклонения по оси абсцисс Ox . Тогда её координаты легко рассчитываются — $x_{C'} = 0,0068 \text{ мм};$ $y_{C'} = 93080,8 \text{ мм};$ $z_{C'} = 2424,95 \text{ мм}.$

Абсолютная погрешность расчетов по каждой из координат составляет $\Delta'_x = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ мм} = 0,0068 \text{ мм};$ $\Delta'_y = 0,325 \text{ мм};$ $\Delta'_z = 12,45 \text{ мм}.$ Относительная погрешность решения экстремальной задачи равна $\Sigma'_x = 100 \text{ %};$ $\Sigma'_y = 0,0004 \text{ %};$ $\Sigma'_z = 0,5 \text{ %}.$ Для $\Sigma'_x = 0,9 \text{ %}$ $x_{C'} = 0,00006 \text{ мм}.$

Таким образом, расстояние от точки C шпиля на крыше здания до нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 равно $36423,8 \text{ мм} - CC_1 = 36423,8 \text{ мм}.$ Расстояние от точки C' уровня земли до нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 равно $2424,95 \text{ мм} - C'C_1 = 2424,95 \text{ мм}.$

Суммарное значение расстояний ($C'C = CC_1 + C'C_1$) от самой высокой точки C шпиля на крыше здания до нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 ($CC_1 = 36423,8 \text{ мм}$) и расстояния от точки C' уровня земли до нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 ($C'C_1 = 2424,95 \text{ мм}$) равно расстоянию от уровня земли (точка C') до точки C шпиля на крыше здания "Дома Руссова" в городе Одессе — $C'C = 36423,8 + 2424,95 = 38848,75 \text{ мм}.$

Выводы. 1. Разработанная *комбинированная* геометрическая модель объединяет модели, расположенные выше и ниже нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 с визирными лучами одной и той же высотной отметки. Такая модель позволяет определять параметры объекта с наиболее общим расположением относительно прибора.

2. Часть параметров являются общими параметрами как для геометрической модели, расположенной выше нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 , так и для геометрической модели, расположенной ниже нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 .

Таковыми общими параметрами для верхней части и нижней части модели являются угол β и расстояние AB . Поэтому для определения координат точки C' уровня земли относительно нулевой горизонтальной плоскости ABC_1 измерять эти параметры, угол β и расстояние AB , не нужно.

3. Только *шесть* исходных параметров (углы $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \gamma'$, расстояние $x_B = AB$) разработанной *комбинированной* геометрической модели определяются *прямыми измерениями*. Значения еще *девяти* исходных параметров ($x_A = 0, y_A = 0, z_A = 0, y_B = 0, z_B = 0, x_D = x_{D'} = 0, y_D = y_{D'} = AD_I = 10000$ мм) *непосредственно* позволяет задать предложенная *комбинированная* геометрическая модель. И *шесть* параметров рассчитываются на основании измеренных параметров и простейших *геометрических соотношений* ($z_D = |AD_I| \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3875$ мм; $z_{D'} = |AD_I| \cdot \operatorname{tg} \alpha' = 261,86$ мм; $x_E = x_{E'} = |AB| - |BE_I| \cdot \cos \beta = 39001$ мм; $y_E = y_{E'} = |BE_I| \cdot \sin \beta = 13470$ мм; $z_E = |BE_I| \cdot \operatorname{tg} \gamma = 5312$ мм; $z_{E'} = |BE_I| \cdot \operatorname{tg} \gamma' = 349,1$ мм).

4. Предложено три стратегии выбора положения недоступной точки $C(x_C, y_C, z_C)$ в найденной минимальной области $[C_{DM}, C_{EM}]$.

5. Суть адаптивного алгоритма заключается в оптимизационном изменении значений начальных данных $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', AB$, при которых абсолютные и относительные погрешности координат недоступной точки удовлетворяют заданным заказчиком величин погрешностей.

6. Абсолютная погрешность расчетов координат недоступной точки реконструируемого объекта приемлема в строительстве.

7. Низкая относительная погрешность расчетов координат недоступной точки доказывает высокую эффективность предложенных оптимизационного подхода и стратегий.

Литература

1. Браилов А. Ю. Инженерная геометрия. Киев: Каравелла, 2016. 472 с.
2. Brailov, A. Yu. (2016) Engineering Graphics. Theoretical Foundations of Engineering Geometry for Design. Springer International Publishing. 340 p. (ISBN 978-3-319-29717-0, DOI: 10.1007/978-3-319-29719-4).
3. Brailov, A. Yu., Panchenko, V. I. (2021) Determination of Parameters of an Inaccessible Point of an Object. Proceedings of the Nineteenth International Conference on Geometry and Graphics (41th Anniversary – San Paulo, BRAZIL). Germany: Springer, Tiergartenstrase 17, 69121 Heidelberg, 2021, © Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2021. Advances in Intelligent Systems and Computing 1296, AISC 1296, 911–915. DOI: (2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63403-2_83).
4. Brailov, A. Yu. (2019) Geometry of conjugation of curvilinear channels of the parts. Proceedings of the Eighteenth International Conference on Geometry and Graphics (40th Anniversary – Milan, ITALY). Germany: Springer, Tiergartenstrase 17, 69121 Heidelberg, 2019, © Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing 809, AISC 809, 2171–2175. DOI: 10.1007/978-3-319-95588-9_195.
5. Браилов А. Ю., Панченко В. И. Комбинированная геометрическая модель в оптимизационном подходе определения параметров

недоступной точки объекта. Прикладные вопросы математического моделирования. Херсон: ХНТУ, 2020. Том 3. № 2.1. С. 27-38. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.2.

6. Браилов А. Ю., Панченко В. И. Комбинированная геометрическая модель для определения высоты объекта. *Материалы XXI международной конференции по математическому моделированию (г. Херсон, 14-18 сентября 2020 года)*. Херсон: ХНТУ, 2020. С. 63-65.
7. Браилов А. Ю., Панченко В. И. Оптимизационный подход к определению параметров недоступной точки объекта. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К.: КНУБА, 2020. Вип. 99. С. 43-55.

СТРАТЕГІЇ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕДОСТУПНОЇ ТОЧКИ ОБ'ЄКТА

Браілов О. Ю., Панченко В. І.

У даному дослідженні розроблено стратегії визначення параметрів недоступної точки об'єкта. Виявлено проблему і поставлені першочергові задачі.

Суттю проблеми є об'єктивне протиріччя між необхідністю розташування точок A і B – центрів візорних труб оптичних приладів, – в одній і тій же горизонтальній площині Π_1 і відсутністю реальної можливості виконати таке однакове однорівневе розташування без похибки. Мета дослідження – розробити стратегії визначення положення недоступної точки об'єкта в мінімальній області між мимобіжними візорними променями.

Задачі статті: 1. Розробити стратегії визначення положення недоступної точки об'єкта в мінімальній області між мимобіжними візорними променями. 2. Виконати експериментальну перевірку розроблених стратегій.

У запропонованому оптимізаційному підході розроблена тривимірна геометрична модель з мимобіжними візорними променями для визначення координат недоступної точки об'єкта. Визначаємі точки C і C' розташовуються в областях $[C_{DM}, C_{EM}]$, $[C'_{DM}, C'_{EM}]$ мінімальної відстані ρ_{min} між мимобіжними візорними променями.

Оптимізаційна задача визначення координат недоступної точки об'єкта в просторі зводиться до задачі визначення мінімальної відстані між двома мимобіжними візорними променями.

Задача має єдине розв'язання, якщо візорні промені не паралельні.

Пошук екстремуму функції відстані між двома візорними променями, і саме мінімуму, має реальну геометричну інтерпретацію. Функція відстані $\rho = f(t_{C'D'}, t_{C'E'})$ досягає свого екстремуму ρ_{min} , коли її часткові похідні по кожній змінній дорівнюють нулю. Тому вирішується

система диференціальних рівнянь.

Запропоновано три стратегії вибору положення недоступної точки $C(x_C, y_C, z_C)$ в знайденій мінімальній області $[C_{DM}, C_{EM}]$. Визначаєма точка $C'(x_{C'}, y_{C'}, z_{C'})$ може, наприклад, розташовуватися в середині мінімального відрізка $[C'_{DM}, C'_{EM}]$.

Запропонований підхід перевірений на реальних експериментальних даних.

Ключові слова: об'єкт, точка, екстремум, візирний промінь, стратегії, геометрична модель, аналітична модель.

STRATEGIES FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF AN INACCESSIBLE POINT OF AN OBJECT

Aleksandr Brailov, Vitaliy Panchenko

In the present research the strategies to the determination of the parameters of an inaccessible point of an object is developed. The common issues are revealed and essential steps of their resolution are identified.

The essence of the problem is an objective contradiction between a requirement for the location of points A and B of the centers of the sighting tubes of optical devices in the same horizontal plane P_1 and the lack of a real possibility to perform such to achieve this an identical one-level arrangement without error.

The aim of the study is to develop strategies for determining the position of an inaccessible point of an object in the minimum domain between intersecting sighting rays as well as an adaptive algorithm for determining the values of the parameters of an inaccessible point under the given absolute and relative errors.

To achieve this aim, the following problems are formulated and solved in the paper: 1. Develop strategies for determining the position of the inaccessible point of the object in the minimum domain between the intersecting sighting rays. 2. Carry out an experimental test of the developed strategies.

In the proposed optimizing approach, the three-dimensional geometrical model with crossed directional rays for the determination of coordinates of the inaccessible point of an object is developed. It is discussed that points C and C', coordinated of which to be determined, locates in domain $[C_{DM}, C_{EM}]$, $[C'_{DM}, C'_{EM}]$ of the minimum distance ρ_{min} between crossed directional rays.

The optimizing problem of the determination of coordinates of an inaccessible point of an object in space is reduced to a problem of the determination of the minimum distance between two crossed directional rays.

It's known from the theory of function of multiple variables that function $\rho = f(t_{C'D'}, t_{C'E'})$ reaches its extremum ρ_{min} when its partial derivatives by each variable are equal to zero.

Three strategies for selecting the position of the inaccessible point $C(x_C, y_C, z_C)$ in the found minimum region $[C_{DM}, C_{EM}]$ are proposed. The required point $C'(x_{C'}, y_{C'}, z_{C'})$ can be located, for example, in the middle of the minimum segment $[C'_{DM}, C'_{EM}]$.

The proposed approach is verified using real experimental data.

Keywords: an object, point, extremum, directional ray, collimating ray, coordinates, strategies, geometrical model, analytical model.

References

1. Brailov, A. Yu. (2016) *Engineering Geometry*. Kiev: Karavella [in Russian].
2. Brailov, A. Yu. (2016) *Engineering Graphics. Theoretical Foundations of Engineering Geometry for Design*. Springer International Publishing. 340 p. (ISBN 978-3-319-29717-0, DOI: 10.1007/978-3-319-29719-4).
3. Brailov, A. Yu., Panchenko, V. I. (2021) Determination of Parameters of an Inaccessible Point of an Object. Proceedings of the Nineteenth International Conference on Geometry and Graphics (41th Anniversary – San Paulo, BRAZIL). Germany: Springer, Tiergartenstrasse 17, 69121 Heidelberg, 2021, © Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2021. *Advances in Intelligent Systems and Computing 1296*, AISC 1296, 911-915. DOI: (2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63403-2_83)
4. Brailov, A. Yu. (2019) Geometry of conjugation of curvilinear channels of the parts. Proceedings of the Eighteenth International Conference on Geometry and Graphics (40th Anniversary – Milan, ITALY). Germany: Springer, Tiergartenstrasse 17, 69121 Heidelberg, 2019, © Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2019. *Advances in Intelligent Systems and Computing 809*, AISC 809, 2171-2175. DOI: (2019. https://doi.org/10.1007/978-3-319-95588-9_195).
5. Brailov, A. Yu., Panchenko, V. I. (2020) The combined geometrical model in the optimizing approach to determination the parameters of an inaccessible point of an object. *Applied questions of mathematical modelling*. Kherson: KNTU, Vol 3, № 2.1, 27-38. ISSN 2618-0332. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.2 [in Russian].
6. Brailov, A. Yu., Panchenko, V. I. (2020) The combined geometrical model to determine the height of an object. *Materials of the XXI International Conference on Mathematical Modeling* (c. Kherson, 14-18 september 2020 year). Kherson: KNTU, 63-65 [in Russian].
7. Brailov, A. Yu., Panchenko, V. I. (2020) The optimizing approach to determination the parameters of an inaccessible point. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. Kiev: KNUSA, 99, 43-55 [in Russian].