

УДК 515.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРОМЫШЛЕННЫХ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ МАССИВА ТОЧЕК

Гавриленко Е.А., к.т.н.,

yevhen.havrylenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4501-445X

Холодняк Ю.В., к.т.н.,

yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8966-9269

Пыхтеева И.В., к.т.н.,

iryna.pykhtieieva@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-7484-1759

Дереза Е.А., к.т.н.,

olena.dereza@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8933-782X

Ивженко А.В., к.т.н.

oleksandr.ivzhenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-1559-3825

*Таврический государственный агротехнологический университет имени
Дмитрия Моторного (Украина)*

Формирование геометрической модели изделия по реальному физическому образцу требует разработки методов моделирования поверхностей по заданным условиям. Такие методы целесообразно использовать при моделировании сложных динамических поверхностей, к которым относятся поверхности, функциональным назначением которых является взаимодействие со средой. При проектировании динамических поверхностей необходимо обеспечить ламинарный характер обтекания их потоком. При моделировании поверхностей на основе каркаса свойства поверхностей обеспечиваются свойствами его элементов – плоских и пространственных кривых линий. С геометрической точки зрения ламинарное обтекание можно обеспечить за счет закономерного изменения кривизны и кручения вдоль линий, принадлежащих поверхности.

В статье разработан метод формирования линейчатых каркасов поверхностей на основе массивом точек. Из исходного массива точек выделяются подмножества – точечные ряды, на основе которых формируются линейные элементы каркаса поверхности. Каркас формируется на основе семейства направляющих и семейства образующих кривых линий. Предложены способы формирования линейных элементов каркаса с обеспечением регулярного изменения геометрических характеристик вдоль кривой при контроле за возникновением особых точек. Указанные свойства элементов каркаса обеспечивают необходимые свойства поверхности. Разработанный метод опробован при моделировании функциональных поверхностей, ограничивающих межлопаточный канал рабочего колеса турбокомпрессора.

Дальнейшее развитие разрабатываемого метода направлено на повышение его универсальности и возможностей адаптации под

требования конкретных прикладных задач. Такая задача может быть решена наращиванием условий, накладываемых на обвод за счёт увеличения числа параметров формообразования.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая, касательная, монотонное изменение кривизны, нормаль, радиус кривизны, центр кривизны.

Постановка проблемы. На современном этапе развития машиностроения актуальна задача моделирования поверхностей на основе массива точек. Координаты точек получают в результате замеров на физических образцах или рассчитаны исходя из условий работы изделия.

Основное требование к поверхностям изделий, взаимодействующих со средой, – обеспечение заданного характера их обтекания [1]. Такие поверхности будем называть поверхностями с повышенными динамическими качествами или динамическими поверхностями. Повышенные динамические качества необходимы поверхностям, ограничивающим корпусные изделия авиа-, автомобиле-, судостроения, лопатки турбин и смесителей, каналы ДВС, трубопроводы, рабочие органы сельскохозяйственных машин.

При оценке функциональных свойств изделия динамические качества поверхности определяются характеристиками потока среды, возникающего в пограничном слое вдоль поверхности. Основным требованием является закономерный, устойчивый, регламентированный характер обтекания.

Создание геометрической модели такой поверхности предполагает формирование дискретного линейчатого каркаса на основе линий с регулярным и закономерным изменением геометрических характеристик: положений касательных, значений кривизны и кручения.

Анализ последних исследований и публикаций. На данный момент наиболее разработаны методы формирования обводов на основе аналитически заданных функций. При формировании обводов указанными методами степень интерполирующей кривой определяется количеством исходных точек. Увеличение степени кривой и параметрического числа кривой приводит к неконтролируемому возникновению особых точек.

Отсутствие осцилляции при интерполяции любого количества исходных узлов обеспечивает метод формирования обводов участками кривых второго порядка, предложенный в работе [2]. Метод обеспечивает единственное положение касательной в точках стыковки участков обвода. Использование кривых второго порядка гарантирует отсутствие возникновения осцилляции вдоль обвода. Недостатком метода является нарушение регулярности значений кривизны в точках стыковки участков обвода. Этот недостаток определяется второй степенью уравнения кривой.

В работе [3] разработан метод формирования обводов на основе В-сплайнов. Использование В-сплайна обеспечивает максимальную

локальность управления формой кривой по сравнению с другими известными методами непрерывного геометрического моделирования.

Локальная корректировка формы позволяет обеспечить монотонное изменение кривизны вдоль кривой при интерполяции небольшого количества исходных точек. Локальность управления формой В-сплайна уменьшается при увеличении степени уравнения кривой с целью улучшения качества стыковки участков обвода.

Обеспечить закономерное изменение кривизны вдоль обводов сложной конфигурации, состоящих из большого числа участков, формируемых В-сплайном невозможно.

Недостатки методов непрерывного геометрического моделирования ограничивают их возможности по обеспечению требований к формированию линейных элементов моделей динамических поверхностей.

Формулирование целей статьи. Разработка метода формирования основе массива точек каркаса поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой.

Основная часть. Разрабатываемый метод предполагает формирование одномерных обводов на основе области их возможного расположения. Эта область определяется исходя из известных геометрических свойств обвода. Обвод формируется в виде дискретно представленной кривой (ДПК), которая представлена упорядоченным множеством точек.

Плоская ДПК формируется в виде точечного ряда, состоящего из сколь угодно большого числа точек [4-6]. Это исходные точки и точки сгущения, положения которых определяются исходя из условий, накладываемых на формируемую кривую.

Перед сгущением проводится анализ исходного точечного ряда, в результате которого определяются участки, на основе которых может быть сформирована кривая с монотонным изменением кривизны. Полученные участки формируются отдельно и стыкуются между собой. Положения точек сгущения определяются исходя из координат исходных точек и требований, которые накладываются на обвод. Такими условиями являются отсутствие осцилляции, регулярность положений касательных и значений кривизны, монотонное изменение радиусов кривизны вдоль кривой.

Радиусы кривизны в точках ДПК оцениваются с помощью радиусов кривизны кривой Безье ($\vec{R}_i, \overleftarrow{R}_i$) для которой контрольные точки, которые ее задают, совпадают с вершинами базисного треугольника (БТ). БТ ограничен касательными к ДПК, которые проходят через последовательные точки и хордой, которая соединяет эти точки (рис. 1).

Значения радиусов кривизны в точках i и $i+1$ оцениваются по формулам:

$$\vec{R}_i = \frac{a^3}{S}, \quad \leftarrow R_{i+1} = \frac{b^3}{S}, \quad (1)$$

где $a = |i; T|$ и $b = |T; i+1|$ – длины сторон БТ($i, T, i+1$); S – площадь БТ.

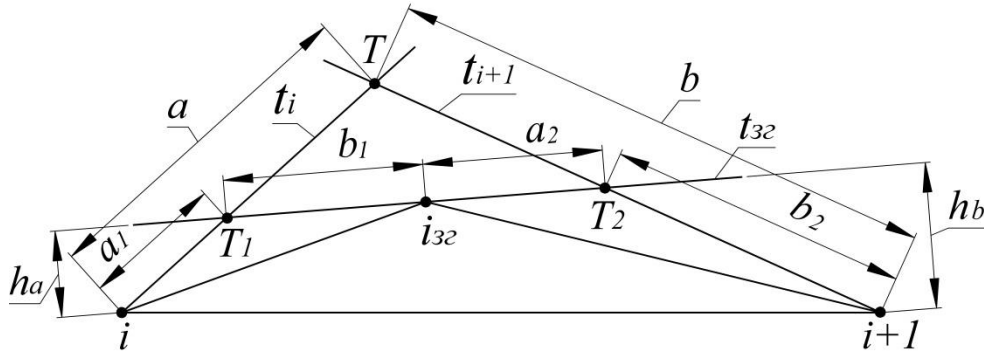


Рис. 1. Формирование БТ сгущения

На каждом шаге сгущения внутри исходного БТ назначается положение точки сгущения и касательной к обводу в этой точке. В результате получаем два БТ сгущения.

Схема сгущения точечного ряда позволяет обеспечить назначенные значения радиусов кривизны в точках ДПК. Для этого точки сгущения внутри БТ назначаются таким образом, чтобы значения радиусов кривизны в точках i и $i+1$, которые определяют БТ сгущения, были равными значениям R_i и R_{i+1} , назначенным в этих точках. С учетом параметров БТ это условие имеет вид [6]:

$$\frac{a^3}{S} = \frac{a_1^3}{S_1} \quad \text{и} \quad \frac{b^3}{S} = \frac{b_2^3}{S_2}, \quad (2)$$

где $a_1 = |i; T_1|$ и $b_2 = |T_2; i+1|$ – длины сторон БТ; S_1 и S_2 – площади БТ.

Для того, чтобы обеспечить регулярность изменения значений кривизны необходимо контролировать, чтобы значения радиусов кривизны, которые в общей точке определяют БТ сгущения были равными. Учитывая параметры БТ, это условие имеет вид:

$$\frac{b_1^2}{a_2^2} = \frac{h_a}{h_b}, \quad (3)$$

где h_a и h_b – расстояния от точек i и $i+1$ до касательной сгущения.

Назначение положений касательных в исходных точках в соответствии с условием (3) позволяет после каждого шага сгущения формировать обвод как составную кривую из дуг кривых Безье, которые стыкуются с обеспечением общей соприкасающейся окружности в точке стыковки. При этом каждый участок кривой Безье, ограниченный последовательными точками, может иметь участок возрастания и участок убывания радиусов кривизны.

Для того, чтобы обеспечить монотонность изменения кривизны

вдоль ДПК, введены дополнительные условия. В исходных точках положения касательных назначаются таким образом, чтобы внутри каждого БТ можно было сформировать монотонную ДПК.

В результате на каждом шаге сгущения значения радиуса кривизны, которое определяется в точке параметрами БТ, больше значения радиуса кривизны в предыдущей точке и меньше, чем в следующей. Таким образом, в результате последовательных сгущений при указанных выполнении условий получим однопараметрическое множество точек, в каждой точке которого существует единственная соприкасающаяся окружность. Радиусы соприкасающихся окружностей монотонно изменяются вдоль ДПК.

Практическое применение разработанной технологии показано на примере проектирования поверхностей межлопаточного канала рабочего колеса турбокомпрессора. Межлопаточный канал рабочего колеса турбокомпрессора ограничен поверхностями ступицы, крышки и соседних лопаток. Исходными данными для моделирования рабочей поверхности лопатки является упорядоченный массив точек, принадлежащих семейству горизонтальных плоскостей.

Исходный массив точек, состоящий из 105 узлов, разбит на 15 исходных плоских ДПК. На рис. 3, б показан график изменения кривизны вдоль горизонтального сечения, сформированного В-сплайном, который интерполирует точечный ряд, состоящий из 58 узлов, полученный нашим методом. На рис. 3, в для сравнения представлен график изменения кривизны вдоль сечения, сформированного В-сплайном, интерполирующим исходный точечный ряд, состоящий из 7 узлов.

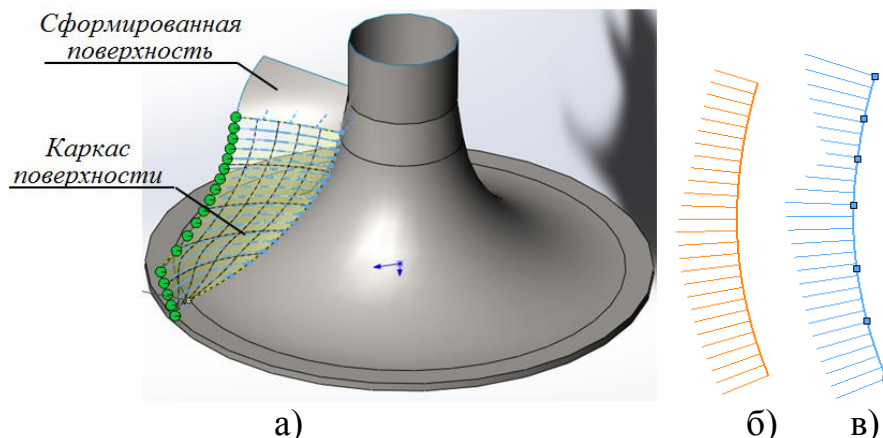


Рис. 3. Формирование каркаса поверхности лопатки

Применение нашего метода позволило уменьшить количество точек перемены направления возрастания кривизны вдоль кривой с 3 у В-сплайна, интерполирующего исходный точечный ряд (рис. 3, в) до 1 у В-сплайна, интерполирующего сформированный точечный ряд (рис. 3, б).

Полученные ДПК интерполированы В-сплайном в пакете трехмерного параметрического моделирования SolidWorks. После этого с помощью

стандартных функций сформирована модель рабочей поверхности лопатки. На основе полученной модели с помощью функций САМ-пакетов создается управляющая программа для станков с ЧПУ.

Выводы. В работе предложен метод формирования каркасов поверхностей, заданных массивом точек, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. В результате исследований получены следующие результаты.

1. Разработан способ формирования плоских обводов, которые с заданной точностью представляют кривые линии с заданными геометрическими свойствами: регулярное изменение вдоль кривой значений кривизны при минимальном по условиям задачи числом особых точек: точек перегиба, точек перемены направления возрастания вдоль кривой значений кривизны. Сформированные плоские обводы образуют семейство кривых линий, являющихся частным положением образующей линии, которая описывает при своем движении моделируемую поверхность.

2. Разработанный метод опробован при моделировании функциональных поверхностей, ограничивающих межлопаточный канал рабочего колеса турбокомпрессора.

Литература

1. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно-каркасных поверхностей. М.: Машиностроение, 1979. 248 с.
2. Chekalin, A.A., Reshetnikov, M.K., Shpilev, V.V., Borodulina, S.V. Design of Engineering Surfaces Using Quartic Parabolas. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. 221(1):012015.
3. Hoschek, J., Müller, R. Turbine blade design by lofted B-spline surfaces. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000. vol. 119, no. 1–2, pp. 235-248.
4. Найдиш А.В., Балюба І.Г., Верещага В.М., Спірінцев Д.В. Науково-методологічні основи варіативного дискретного геометричного моделювання. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2019. Вип.13. С. 114-123.
5. Navrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technology*. 2018. 1, 4(91), 76–82.
6. Холодняк Ю.В., Гавриленко Є.А., Івженко О.В., Найдиш А.В. Технологія моделювання поверхонь складних технічних виробів за заданими умовами. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь: ТДАТУ імені Дмитра Моторного, 2019. Вип. 19, т. 2. С. 257-263.

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ ПРОМИСЛОВИХ ВИРОБІВ НА ОСНОВІ МАСИВУ ТОЧОК

Холодняк Ю.В., Гавриленко Е.А., Пихтєєва І.В., Дереза О.О.,
Івженко О.В.

Формування геометричної моделі виробу по реальному фізичному зразку потребує розробки методів моделювання поверхонь за заданими умовами. Такі методи доцільно використовувати при моделюванні складних динамічних поверхонь, до яких відносяться поверхні, функціональним призначенням яких є взаємодія з середовищем. При проектуванні динамічних поверхонь необхідно забезпечити ламінарний характер обтікання їх потоком. При моделюванні поверхонь на основі каркаса властивості поверхонь забезпечуються властивостями його елементів - плоских і просторових кривих ліній. З геометричної точки зору ламінарне обтікання можна забезпечити за рахунок закономірної зміни кривини та скруту уздовж ліній, що належать поверхні.

У статті розроблено метод формування лінійчатих каркасів поверхонь на основі масиву точок. З вихідного масиву точок виділяються підмножини - точкові ряди, на основі яких формуються лінійні елементи каркаса поверхні. Каркас формується на основі сімейства напрямних і сімейства твірних кривих ліній. Запропоновано способи формування лінійних елементів каркаса із забезпеченням регулярної зміни геометричних характеристик уздовж кривої при контролі за виникненням особливих точок. Зазначені властивості елементів каркасу забезпечують необхідні властивості поверхні. Розроблений метод випробувано при моделюванні функціональних поверхонь, що обмежують межлопаточний канал робочого колеса турбокомпресора. Подальший розвиток може бути методу направлено на підвищення його універсальності і можливостей адаптації під вимоги конкретних прикладних задач. Така задача може бути вирішена нарощуванням умов, що накладаються на обвід за рахунок збільшення числа параметрів формоутворення.

Ключові слова: дискретно представлена крива, дотична, монотонна зміна кривини, нормаль, радіус кривини, центр кривини.

MODELING THE WORKING SURFACES OF INDUSTRIAL PRODUCTS BASED ON AN ARRAY OF POINTS

Yuliia Kholodniak, Yevhen Havrylenko, Iryna Pykhtieieva,
Olena Dereza, Oleksandr Ivzhenko

The formation of a geometric model of a product according to a real physical sample requires the development of methods for modeling surfaces according to specified conditions. It is advisable to use such methods when modeling complex dynamic surfaces, which include surfaces whose functional purpose is to interact with the environment. When designing dynamic surfaces,

it is necessary to ensure the laminar nature of the flow around them. When modeling surfaces based on a wireframe, the properties of surfaces are provided by the properties of its elements - flat and spatial curved lines. From a geometrical point of view, laminar flow can be achieved due to the regular change in curvature and torsion along the lines belonging to the surface.

The article has developed a method for forming ruled frameworks of surfaces based on an array of points. From the original array of points, subsets are selected - point rows, on the basis of which linear elements of the surface frame are formed. The wireframe is based on a guideline family and a curved line generator family. Methods for the formation of linear elements of the frame with the provision of regular changes in geometric characteristics along the curve while monitoring the occurrence of singular points are proposed. The specified properties of the framing elements provide the required surface properties. The developed method was tested when modeling functional surfaces that limit the interscapular channel of a turbocharger impeller. Further development of the developed method is aimed at increasing its versatility and adaptability to the requirements of specific applied problems. This problem can be solved by increasing the conditions imposed on the bypass by increasing the number of shaping parameters.

Key words: discretely represented curve, tangent, monotonic change of curvature, normal, radius of curvature, center of curvature.

Referenses

1. Osipov V.A. (1979) Machine methods of designing continuously-frame surfaces. M.: Mashinostroenie, 248 [in Russian]
2. Chekalin, A.A., Reshetnikov, M.K., Shpilev, V.V., Borodulina, S.V. (2017) Design of Engineering Surfaces Using Quartic Parabolas. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 221(1):012015. [in English]
3. Hoschek, J., Müller, R. (2000) Turbine blade design by lofted B-spline surfaces. Journal of Computational and Applied Mathematics, 119, 1–2, 235-248. [in English]
4. Naidysh A.V. Baliuba I.H. Vereshchaha V.M. Spiritsev D.V. (2019) Scientific and methodological bases of variative discrete geometric modeling. Suchasni problemy modeliuвання. Melitopol, 13, 114-123. [in Ukrainian]
5. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. (2018) Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. Eastern-European Journal of Enterprise Technology, 1, 4(91), 76–82. [in English]
6. Kholodniak Yu.V. Havrylenko Ye.A. Ivzhenko O.V. Naidysh A.V. (2019) Technology of modeling surfaces of complex technical products according to specified conditions. Pratsi tavriskoho derzhavnoho Ahrotekhnolohichnoho Universytetu. Melitopol, 19, 2, 257-263. [in Ukrainian]