

УДК 004.023

## УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ПРОСТОРОВОЇ ОБРОБКИ ТОЧКОВИХ МНОЖИН НА ПЛОЩИНІ

Дашкевич А.О., к.т.н.,

[dashkewich.a@gmail.com](mailto:dashkewich.a@gmail.com), ORCID: 0000-0002-9963-0998

Охотська О.В.

[lenaohotskaya@gmail.com](mailto:lenaohotskaya@gmail.com), ORCID: 0000-0002-4810-2810

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (Україна)

*Роботу присвячено розробці універсального підходу до розв'язання задач просторової обробки точкових множин на площині, до яких можна віднести задачі визначення сусідства точок, відстаней між точками, визначення взаємовпливу точок, визначення входження точок до деяких областей довільної геометричної форми, визначення метричних та просторових характеристик точкових множин, визначення розташувань точок на основі заданих метричних обмежень та генерація точкових множин. В таких задачах існує необхідність ефективного з точки зору часу обчислень розв'язання просторових задач на точкових множинах із великою кількістю точок, наприклад, визначення відстаней між об'єктами, пошук найближчих або найвіддаленіших об'єктів, визначення взаємовпливу об'єктів в залежності від їхніх взаємних розташувань. Існуючі методи для розв'язання подібних задач базуються на використанні методів математичної оптимізації, є витратними за часом і не надають точних розв'язків. В роботі представлено узагальнений метод для розв'язання задач просторової обробки точкових множин на площині за рахунок використання просторової хеш-таблиці та масиву-акумулятору для зберігання дискретизованої регулярної сітки, які дозволяють за лінійний від кількості точок час визначати усі точки множини, що входять до деякої області впливу. Лінійність досягається за рахунок ланцюгових відображень координат точок з простору хешів до простору дискретизованої сітки. Представлений підхід складається з наступних кроків: формування критерію взаємної досяжності точок на основі обраної метрики; визначення розмірності дискретизованої сітки; індексація точок сітки; нанесення областей впливу заданої форми на сітку; визначення точок, що належать нанесеним областям; аналіз вагових значень в масиві-акумуляторі.*

*Ключові слова: просторова обробка, точкова множина, взаємовплив точок, дискретизована регулярна сітка, просторове хешування.*

**Постановка проблеми.** В багатьох сучасних практичних задачах виникає необхідність ефективного зберігання та обробки великих точкових

масивів. До таких задач можна віднести задачі стерео зору та сегментації [1, 2], розташування джерел освітлення та сенсорів із урахуванням покриття місцевості [3-5], визначення видимості об'єктів [6-8], симуляції людських потоків [9, 10] та планування міських середовищ [11], моделювання нанесення плівкових матеріалів на поверхні [12], планування шляху та формації груп роботів [13]. В таких задачах існує необхідність розв'язання просторових задач на великих масивах точкових даних, наприклад, визначення відстаней між об'єктами, пошук найближчих або найвіддаленіших об'єктів, визначення взаємовпливу об'єктів в залежності від їхніх взаємних розташувань.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання ефективності визначення просторових відносин між точками розглядаються в багатьох сучасних дослідженнях, зокрема, при визначенні відносних розташувань об'єктів із урахуванням видимості [8, 14]. При цьому, в багатьох випадках подібні задачі розв'язуються із використанням методів математичної оптимізації [4, 12, 13], але такі методи не надають можливості визначення точних розв'язків і є витратними з точки зору обчислювальної складності. В роботах [1, 2, 6] було запропоновано методи обробки точкових даних на основі використання просторових структур даних для пошуку ефективних розв'язків задач сегментації цифрових зображень, зіставлення точкових множин та визначення положень камери для проведення відеозйомки із використанням безпілотних літальних апаратів. Вказані задачі можуть бути представлені як задачі обробки точкових множин у двовимірному просторі, тож запропоновані способи вимагають подальшого розвитку з точки зору узагальнення геометричних підходів для розв'язання задач на площині.

**Формулювання цілей статті.** Розробка узагальненого методу для ефективного розв'язання задач просторової обробки точкових множин на площині.

**Основна частина.** В роботі вдосконалено та систематизовано підхід, запропонований в [1, 2, 6], для розв'язання просторових задач на площині. Сформулюємо задачу просторової обробки точкових множин: для точкової множини  $P = \{p_1, \dots, p_N\} \in Z^2$ , яка задана точками  $p_i = (x, y) \in P$ , та деякої метрики (Евклідової, манхеттенської, Чебишева тощо), для точки  $p_i \in P$ , пари точок  $(p_i, p_j) \in P$  або для довільної підмножини точок  $P \in P$  множини визначити значення функції:

$$f(m(p_i, p_j) \leq r_i), \quad (1)$$

де  $m(\cdot)$  – метрика,  $r_i$  – задана порогова відстань.

В якості прикладів функції  $f$  можуть бути наведені:

- визначення сусідства пари точок  $p_i$  та  $p_j$  або  $p_i$  та  $P$  або відстаней між вказаними об'єктами;
- визначення взаємовпливу  $p_i$  на  $p_j$  або  $p_i$  та  $P$ ;
- визначення входження точки  $p_i$  до деякої довільної області, заданої як  $P$ ;

- визначення положення точки  $p$ , такої що точка  $p_i$  або точки  $P$  є досяжними із  $p$ ;
- визначення метричних та просторових характеристик точок в  $P$ ;
- визначення розташувань точок на основі заданих метричних обмежень та генерація точкових множин.

Наведені приклади пропонується розв'язувати за наступною схемою:

1) нанесемо точки  $P$  на прямокутну піксельну сітку  $G$  розміром  $w \times h$  із наступними параметрами:  $w$  – ширина сітки,  $h$  – висота сітки;

2) сформуємо двовимірний цілочисельний масив-акумулятор  $A$  такого ж розміру, що й  $G$ , кожна комірка якого на початку проініціалізована нульовим значенням;

3) дискретизуємо та внесемо в просторову хеш-таблицю  $H = \langle h, v \rangle$  усі точки сітки  $g=(x, y) \in G$ , для індексації запропоновано наступну схему розрахунку просторового хешу:

$$h = i \cdot t + j, \quad (2)$$

де  $i = \left\lfloor \frac{y}{s_y} \right\rfloor, j = \left\lfloor \frac{x}{s_x} \right\rfloor, i, j \in \mathbb{Z}^2$  – дискретизовані координати точки  $g$ ;  $s_x, s_y$  – розміри сітки дискретизації;  $t$  – кількість комірок в дискретизованій сітці вздовж кожної із координатних осей в загальному випадку  $t = w$ . В якості значень  $v$  хеш-таблиці зберігатимемо множини індексів точок множини  $P$ , які мають відповідне значення хешу  $h$ , додатково в хеш-таблиці можливе збереження будь-яких даних, потрібних для розв'язання задачі;

4) навколо кожної  $p_i \in P$  наносимо область впливу  $C$  заданої геометричної форми (в залежності від обраної метрики коло, квадрат або ромб) сформовану із точок  $g_j \in C$  за умови:

$$m(g_j, p_i) \leq r_t, \quad (3)$$

збільшимо значення в комірці із індексами  $g_j=(g_x, g_y)$  кожної точки масиву  $A$  на одиницю. Після нанесення усіх областей на сітку  $G$  значення  $w$  у комірках масиву-акумулятору  $A$  визначатимуть кількість точок множини  $P$ , які є досяжними із точки, координати якої відповідають індексам комірки. Для розширення функціональності методу можливе завдання довільної форми області  $C$ , для якої не виконуватиметься умова (3);

5) визначимо значення хешу  $h_g$  кожної точки  $g_j \in C$  за виразом (2) та визначимо індекси відповідних точок  $p_i \in P$ , які входять до  $C$  як:

$$(i, p_i \in C) \in v | (h_g = h_{p_i}), \quad (4)$$

6) для розв'язання вищенаведених просторових задач проводимо аналіз масиву-акумулятору на основі таких правил:

$w_a | a \in A = 0, \forall p \in P, m(p, a) \geq r_t$  – жодна точка  $P$  не є досяжною із даної комірки,

$w_a = 1, \exists p \in P, m(p, a) \leq r_t$  – одна точка  $P$  є досяжною із даної комірки,

$w_a = n, n > 1, \exists p_{k, k=1..n} \in P, m(p_k, a) \leq r_t$  – із даної комірки є досяжною деяка підмножина із  $n$  точок  $P \in P$ ,

$w_a > w_t$  – кількість точок підмножини  $P' \in P$ , які є досяжними із даної комірки перевищує деяке задане порогове значення, що може бути інтерпретоване як висока густина точок навколо цієї точки.

**Висновки.** В ході виконання роботи було запропоновано узагальнений метод для розв'язання задач просторової обробки точкових множин на площині за рахунок використання проміжних структур даних: хеш-таблиці та масиву-акумулятору, які дозволяють за лінійний від кількості точок час визначати усі точки множини  $P$ , що входять до області впливу точки  $p_i$ . Лінійність досягається за рахунок ланцюгових відображень координат точок  $P$  та областей  $C$  з простору хеш-значень до простору дискретизованої сітки масиву-акумулятору.

### *Література*

1. Dashkevich A. Semantic Segmentation of a Point Clouds of an Urban Scene. *Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2019)*. Volume I: Main Conference, 2019. Pp. 208–217. URI: <http://ceur-ws.org/Vol-2362/>.
2. Dashkevich A., Vorontsova D., Rosokha S. Finding a Strong Key Point Correspondences in Large-Scale Images and Depth Maps. *Proceedings of the 15th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer (ICTERI-2019)*. Volume I: Main Conference, 2019. Pp. 519–524. URI: <http://ceur-ws.org/Vol-2387/>.
3. Tekdas O., Isler V. Sensor placement for triangulation-based localization. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 2010. Vol. 7, No. 3. P. 681–685.
4. Nilsson U., Ogren P., Thunberg J. Optimal positioning of surveillance uavs. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008. 2539–2544 p.
5. Liu Y., Zhou C., Cheng Y. S2U: an efficient algorithm for optimal integrated points placement in hybrid optical-wireless access networks. *Computer Communications*. 2011. Vol. 34, No. 11. P. 1375–1388.
6. Дашкевич А.О. Шоман О.В. Метод визначення множини розташунків дрону для забезпечення максимальної видимості місцевості. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки*. Мелітополь, 2020. Вип. 18. С. 99–105.
7. Jing W., Shimada K. Model-based view planning for building inspection and surveillance using voxel dilation, medial objects, and random-key genetic algorithm. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2018. Vol. 5, No. 3. P. 337–347.
8. Wang W., Tang B., Fan X. Efficient visibility analysis for massive observers. *Procedia Computer Science*. 2017. Vol. 111. P. 120–128.
9. Zhou S., Chen D., Cai W. Crowd modeling and simulation technologies. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*. 2010. Vol. 20,

- No. 4. P. 1–35.
10. Xu M.-L., Jiang H., Jin X.-G., Deng Z. Crowd simulation and its applications: recent advances. *Journal of Computer Science and Technology*. 2014. Vol. 29, No. 5. P. 799–811.
  11. Drettakis G., Roussou M., Reche A., Tsingos N. Design and evaluation of a real-world virtual environment for architecture and urban planning. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*. 2007. Vol. 16, No. 3. P. 318–332.
  12. Peng Z., Huifeng N., Jun G., Lina W. The trajectory optimization of spray gun for spraying painting robot based on surface curvature properties. Springer International Publishing, 2017. 331–339 p. ISBN 978-3-319-38789-5.
  13. Elshamli A., Abdullah H. A., Areibi S. Genetic algorithm for dynamic path planning. Niagara Falls, Ont., Canada : IEEE, 2004. 677–680 p. ISBN 978-0-7803-8253-4.
  14. Fishman J., Haverkort H., Toma L. Improved visibility computation on massive grid terrains. Seattle, Washington : ACM Press, 2009. 121 p. ISBN 978-1-60558-649-6.

## **ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ ТОЧЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ НА ПЛОСКОСТИ**

Дашкевич А.А., Охотская Е.В.

*Работа посвящена разработке универсального подхода к решению задач пространственной обработки точечных множеств на плоскости, к которым можно отнести задачи определения соседства точек, расстояний между точками, определение взаимовлияния точек, определение вхождения точек в некоторые области произвольной геометрической формы, определение метрических и пространственных точечных характеристик. множеств, определение расположений точек на основе заданных метрических ограничений и генерация точечных множеств. В таких задачах существует необходимость эффективного с точки зрения времени вычисления решения пространственных задач на точечных множествах с большим количеством точек, например, определение расстояний между объектами, поиск ближайших или удаленных объектов, определение взаимовлияния объектов в зависимости от их взаимных расположений. Существующие методы решения подобных задач базируются на использовании методов математической оптимизации, являются затратными по времени и не предоставляют точных решений. В работе представлен обобщенный метод для решения задач пространственной обработки точечных множеств на плоскости за счет использования пространственной хэши-таблицы и массива-аккумулятора для хранения дискретизированной регулярной сетки, позволяющих за линейное от количества точек время определять все*



*точки множества, входящие в некоторую область воздействия. Линейность достигается за счет цепных отображений координат точек из пространства хешей в пространство дискретизированной сетки. Представленный подход состоит из следующих шагов: формирование критерия взаимной досягаемости точек на основе выбранной метрики; определение размерности дискретизированной сетки; индексация точек сетки; нанесение областей воздействия заданной формы на сетку; определение точек, принадлежащих нанесенным областям; анализ весовых значений в массиве-аккумуляторе.*

*Ключевые слова: пространственная обработка, точечное множество, взаимовлияние точек, дискретизированная регулярная сетка, пространственное хеширование.*

## **GENERALIZED APPROACH FOR SPATIAL PROCESSING OF POINT SETS ON A PLANE**

Andrii Dashkevych, Olena Okhotska

*The work is devoted to the development of a universal approach to solving problems of spatial processing of point sets on a plane, which include problems of determining the neighborhood of points, distances between points, determining the interaction of points, determining the occurrence of points in some areas of arbitrary geometric shape, determining metric and spatial characteristics sets, determining the location of points based on given metric constraints and generating point sets. In such problems there is a need for time-efficient computation of spatial problems on point sets with a large number of points, for example, determining the distances between objects, finding the nearest or farthest objects, determining the interaction of objects depending on their mutual locations. Existing methods for solving such problems are based on the use of mathematical optimization methods, are time consuming and do not provide exact solutions. The paper presents a generalized method for solving problems of spatial processing of point sets on a plane by using a spatial hash table and an array-accumulator to store a discretized regular grid, which allows to determine all points of a set included in some areas of influence. Linearity is achieved by chain mappings of the coordinates of points from the hash space to the space of the sampled grid. The presented approach consists of the following steps: formation of the criterion of mutual reachability of points on the basis of the chosen metric; determining the dimension of the discretized grid; indexing of grid points; drawing areas of influence of a given shape on the grid; identification of points belonging to the applied areas; analysis of weight values in the array-battery.*

*Keywords: spatial processing, point set, interaction of points, discretized regular grid, spatial hashing.*

### *References*

1. Dashkevich, A., (2019). Semantic Segmentation of a Point Clouds of an Urban Scene. Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS–2019). Volume I: Main Conference, 208–217. Retrieved from: <http://ceur-ws.org/Vol-2362/>. [in English]
2. Dashkevich, A., Vorontsova, D., Rosokha, S., 2019. Finding a Strong Key (2019) Point Correspondences in Large-Scale Images and Depth Maps. Proceedings of the 15th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer (ICTERI–2019). I, 519–524. Retrieved from: <http://ceur-ws.org/Vol-2387/>. [in English]
3. Tekdas, O., Isler, V. (2010) Sensor Placement for Triangulation-Based Localization. IEEE Trans. Automat. Sci. Eng. 7, 681–685. Retrieved from <https://doi.org/10.1109/TASE.2009.2037135>. [in English]
4. Nilsson, U., Ogren, P., Thunberg, J. (2008) Optimal positioning of surveillance UGVs. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2539–2544 p. [in English]
5. Liu, Y., Zhou, C., Cheng, Y. (2011) S2U: An efficient algorithm for optimal integrated points placement in hybrid optical-wireless access networks. Computer Communications 34, 1375–1388. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2011.02.005>. [in English]
6. Dashkevich, A., Shoman, O. (2020) Method of determining the set of drone positions to cover maximum visibility of the location. Modern problems of modeling. Melitopol, 18, 99–105. [in Ukrainian]
7. Jing, W., Shimada, K. (2018) Model-based view planning for building inspection and surveillance using voxel dilation, Medial Objects, and Random-Key Genetic Algorithm. Journal of Computational Design and Engineering 5, 337–347. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.jcde.2017.11.013>. [in English]
8. Wang, W., Tang, B., Fan, X., Mao, H., Yang, H., Zhu, M. (2017). Efficient visibility analysis for massive observers. Procedia Computer Science 111, 120–128. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.06.018>. [in English]
9. Zhou, S., Chen, D., Cai, W., Luo, L., Low, M.Y.H., Tian, F., Tay, V.S.-H., Ong, D.W.S., Hamilton, B.D. (2010) Crowd modeling and simulation technologies. ACM Trans. Model. Comput. Simul. 20, 1–35. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/1842722.1842725>. [in English]
10. Xu, M.-L., Jiang, H., Jin, X.-G., Deng, Z. (2014) Crowd Simulation and Its Applications: Recent Advances. J. Comput. Sci. Technol. 29, 799–811.

- Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s11390-014-1469-y>. [in English]
11. Drettakis, G., Roussou, M., Reche, A., Tsingos, N. (2007) Design and Evaluation of a Real-World Virtual Environment for Architecture and Urban Planning. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments* 16, 318–332. Retrieved from: <https://doi.org/10.1162/pres.16.3.318>. [in English]
  12. Peng, Z., Huifeng, N., Jun, G., Lina, W. (2017) The Trajectory Optimization of Spray Gun for Spraying Painting Robot Based on Surface Curvature Properties, in: Balas, V.E., Jain, L.C., Zhao, X. (Eds.), *Information Technology and Intelligent Transportation Systems*. Springer International Publishing, Cham, 331–339. [in English]
  13. Elshamli, A., Abdullah, H.A., Areibi, S. (2004) Genetic algorithm for dynamic path planning. Niagara Falls, Ont., Canada : IEEE, 677–680 ISBN 978-0-7803-8253-4. [in English]
  14. Fishman, J., Haverkort, H., Toma, L. (2009) Improved visibility computation on massive grid terrains. *Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems - GIS '09*, ACM Press, Seattle, Washington, 121. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/1653771.1653791>. [in English]