

УДК 514.18

**ФОРМОУТВОРЕННЯ БАГАТОВИДУ ІЗ ВРАХУВАННЯМ
ЗАДАНИХ УМОВ**

Усенко В.Г., д.т.н.,

valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442

Воронцов О.В., к.т.н.,

vorontsov@pntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-7339-9196

Усенко І.С., к.т.н.,

irina_usenko@ukr.net ORCID: 0000-0002-6217-4423*Національний університет «Полтавська політехніка
імені Юрія Кондратюка» (Україна)*

В роботі розглядається будова багатовимірного геометричного об'єкта, що моделює систему залежностей багатьох параметрів із залученням геометричного моделювання. Наочне відображення залежностей багатьох змінних у геометричному моделюванні використовує множини ліній як одновимірних багатовидів. У статті розглянуто утворення багатовимірних об'єктів за заданими умовами. Зазначено, що у побудові геометричних об'єктів виникають задачі виконання заданих умов та необхідність моделювання залежностей між усіма або деякою частиною параметрів даної системи. Процес вирішення задачі потребує побудови багатовиду, який інтегрує певні особливості як свої складові за умов їх важливості, а також за заданими багатовидами меншої розмірності. Опрацьовується методика побудови багатовимірних геометричних фігур, що утворюються іншими багатовидами різної розмірності та ваги відповідно до заданих умов шляхом поступової зміни розмірності та числа параметрів у його аналітичному виразі. Залежність коефіцієнтів рівнянь утворюючих геометричних об'єктів меншої розмірності від змінних величин використовується у геометричній моделі багатовимірної функції. У публікації показано особливості структури геометричного багатовимірного об'єкта із використанням множини інших фігур меншої розмірності. Різна кількість параметрів у аналітичному виразі, що описує багатовимірний геометричний об'єкт відповідає множинам інших фігур меншої розмірності у паралельних просторах відповідної координатної системи. Представлено визначення множин ліній, інцидентних багатовимірним фігурам у різних просторах рівня. Структурна багатовимірною об'єкта може використовуватись у розв'язанні складних задач оптимізації з багатьма критеріями у середовищах систем автоматизованого проектування.

Ключові слова: геометричне моделювання, багатовиди, залежності багатьох змінних.

Постановка проблеми. Вивчення зв'язків, що визначаються різними чинниками між змінними величинами різних складних систем є достатньо актуальним [1]. Ці зв'язки відображаються геометричними моделями об'єктів багатовимірного простору. У процесах дослідження систем з багатьма параметрами необхідно удосконалювати їх геометричні моделі для розв'язування різних задач оптимізації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У геометричному моделюванні систем з багатьма параметрами завжди є необхідність їх аналітичного та графічного відображення. Вони можуть бути апроксимованими множинами інших геометричних об'єктів, або їх частинами зі стикуванням по спільних межах [1]. В наукових публікаціях досліджуються нерівномірні раціональні B -сплайни [2], що в геометричному представленні можуть бути відображеними у формі кривих ліній. Різні системи автоматизованого проектування застосовують сплайни NURBS для обміну інформацією [3]. Раціональні B -сплайни однотипно задають геометричні об'єкти у просторі [4].

Формулювання цілей статті. Метою роботи є дослідження структурної будови багатовимірного геометричного об'єкта, що моделює залежності багатьох змінних із застосуванням B -сплайнів.

Основна частина. Побудова об'єктів багатовимірного простору можлива шляхом послідовного збільшення їх розмірності. У методі [6] вираз об'єкта B^b є відомим, а в цьому способі рівняння остаточно складається в кінці формування геометричної моделі. Побудуємо модель деяких залежностей в об'єкті чи процесі, що має початкові дані, що є результатами теоретичних чи практичних досліджень. Розглянемо залежності у формі багатовидів B^1 (одновимірних ліній) в локальній системі координат відповідного простору рівня Π^2 . Одновимірні об'єкти B^1 відображаються $n-b$ своїми проєкціями на графічному зображенні та описуються системами з $n-b$ рівнянь в аналітичному описі. Деяка функція зі змінним аргументом u_1 відповідає впорядкованій множині об'єктів B^1 , описуючи 2-вимірні структурні складові (поверхні) багатовиду B^b . Утворені багатовиди B^2 можуть бути відображені функцією зі змінним аргументом u_2 та увійти до складу 3-вимірних багатовидів. Це утворення відбувається до виведення остаточно аналітичного виразу шуканого багатовимірного об'єкта B^k .

У методі [6] багатовид B^k та його структурні частини B^1, B^2, \dots, B^{b-1} описані в послідовності, що поступово зменшує розмірність геометричних об'єктів. Одновимірні багатовиди B^1 , що є лініями описуються системою з $n-b$ рівнянь:

$$x_{n-b+1} = f_s(N_{(i,j)d}(u); x_1, \dots, x_{n-b+1}; u_1), \quad d=1, \dots, \prod_{i=1}^{b-1} m_i, \quad (1)$$

$$x_{n-b+2} = const, \dots, x_{n-1} = const, x_n = const.$$

де: $u_1 = x_{n-b}$, $N_{i,j}(u)$ – параметричні вирази ліній, d – число виразів $N_{i,j}(u)$, m_i

– число багатovidів B^1 .

Множина ліній B^1 у локальній системі координат просторів рівня Π^{n-k+1} , що паралельні координатному простору, описується у першому рядку (2). Лінії $B_1^2, B_2^2, \dots, B_m^2$ в просторах рівня $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ виражаються:

$$\begin{aligned} &S_{1,1}, S_{2,1}, \dots, S_{m,1} \\ &\dots\dots\dots \\ &S_{1,3}, S_{2,3}, \dots, S_{m,3}. \end{aligned} \tag{2}$$

Ці вирази відображають належність ліній B^2 багатовимірного об'єкта B^b відповідним просторам рівня Π^{n-k+1} , що проходять через точки з певними значеннями координат x_1, \dots, x_n у просторі Π^n . Аналогічно визначаються множини ліній, що належать багатовидам B^q в просторах рівня Π^{n-b+q} . Коли геометричні об'єкти B^q є лініями: $q=1$, то маємо окремий випадок (2) виразу:

$$\begin{aligned} r_i^{b-q}(u_1, \dots, u_q) &= f(a_i^j, u_q, r_i^{q-1}, u_q^j), \quad i=0, \dots, n-b-q. \\ u_b &= const, \dots, u_{q+1} = const, \quad q < b. \end{aligned} \tag{3}$$

Рівняння (1) відповідають різним значенням параметра $u_2=x_{n-b+2}$. Встановимо залежності від цього параметра у функції явного виду

$$N_{i,j}(u) = f(u_2, K_g), \quad s=1, \dots, \prod_{i=1}^{b-1} m_i \tag{4}$$

де: K_g - коефіцієнти виразу, g - кількість коефіцієнтів. Замінімо коефіцієнти K_g залежності (4) у формулі (2) та знайдемо аналітичні вирази багатovidів B^2 зі змінними u_1 та u_2

$$\begin{aligned} u_1 &= x_{n-k} \cdot u_2 = x_{n-k+2} \\ x_{n-k+1} &= f(x_1, \dots, x_{n-k-1}, u_1, u_2, K_g) \\ &\dots\dots\dots \\ x_n &= const, \end{aligned} \tag{5}$$

де: K_g - коефіцієнти формули, $u_2=x_{n-k+2}$. Фігури B^2 описуються виразом (5) (що є поверхнями) у структурі багатовиду B^b . У порівнянні отримані багатovidи B^2 (5) з відповідними значеннями параметра u_3 , знаходиться залежність від нього виразів K_g формули (5):

$$K_g = f_\mu(u_3, a_{vq}), \tag{6}$$

де $u_3 = x_{n-k+3}$.

Збільшення кількості змінних та відповідно розмірності у виразі задає аналітичне представлення фігури B^b :

$$x_{n-k+1} = f(x_1, \dots, x_{n-k+1}, u_1, \dots, u_k, w_i), \tag{7}$$

де: w_i - коефіцієнти рівняння, u_1, u_2, \dots, u_k - аргументи функції, що приймаються координатами x_{n-b}, \dots, x_n багатовимірного простору. У окремому випадку, коли $b=n-1$, то лінії B^1 інцидентні площинам рівня Π^2 .

Коефіцієнти $K_{i,j}$ аналітичного опису об'єкта B^b (9) визначаються з умови

$$\sum_{s=1}^h \delta_{i_s}^2 = \min, i = 1, \dots, n. \quad (12)$$

Висновок. Приведено методику побудови багатовимірних геометричних фігур, що утворюються іншими багатовидами різної розмірності та ваги відповідно до заданих умов. Запропоновано метод побудови багатовиду B^b шляхом поступової зміни розмірності та числа параметрів у його аналітичному виразі. Розглянена структура геометричної моделі має своє практичне запровадження до САПР з метою вирішення оптимізаційних задач з багатьма параметрами.

Література

1. Гумен Н.С. Графо-аналитическое моделирование многопараметрических систем разрывными функциями. *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Вып. 24. К.: КИСИ, 1977. С. 56 – 58.
2. Альберг Дж., Нильсон. Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения М.: Мир, 1972. 316 с.
3. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
4. Вірченко Г.А. Узагальнення структурно-параметричного підходу до геометричного моделювання об'єктів машинобудування: дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01. К.: КНУБА, 2011. 367 с.
5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Мир, 1962. 320 с.
6. Усенко В.Г., Погорілий Д.Ф., Усенко І.С. Особливості структури багатовимірного геометричного об'єкта із компонентами нижчої вимірності. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки*. Мелітополь, 2018. Вип. 13. с. 178-184.

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ МНОГООБРАЗИЯ С УЧЕТОМ ЗАДАНЫХ УСЛОВИЙ

Усенко В.Г., Воронцов О.В., Усенко И.С.

В работе рассматривается устройство многомерного геометрического объекта, моделирующего систему зависимостей многих параметров с привлечением геометрического моделирования. Наглядное отображение зависимостей многих переменных в геометрическом моделировании использует множество линий как одномерных многообразий. В статье рассмотрено образование многомерных объектов по заданным условиям. Отмечено, что в построении геометрических объектов возникают задачи выполнения заданных условий и

необходимость моделирования зависимости между всеми или некоторой частью параметров данной системы. Процесс решения задачи требует построения многообразия, интегрирующего определенные особенности как свои составляющие в условиях их важности, а также по заданным многообразиям меньшей размерности. Разрабатывается методика построения многомерных геометрических фигур, образующихся другими многообразиями разной размерности и веса в соответствии с заданными условиями путем постепенного изменения размерности и числа параметров в его аналитическом выражении. Зависимость коэффициентов уравнений образующих геометрических объектов меньшей размерности переменных величин используется в геометрической модели многомерной функции. В публикации показаны особенности структуры геометрического многомерного объекта с использованием множества других фигур меньшей размерности. Различное количество параметров в аналитическом выражении, описывающее многомерный геометрический объект, соответствует множествам других фигур меньшей размерности в параллельных пространствах соответствующей координатной системы. Представлено определение множеств линий, инцидентных многомерным фигурам в разных уровнях. Структурный многомерный объект может использоваться в решении сложных задач оптимизации со многими критериями в средах систем автоматизированного проектирования.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, многообразия, зависимости многих переменных.

FORMATION OF A VARIETY TAKING INTO ACCOUNT THE SPECIFIED CONDITIONS

Valery Usenko, Oleg Vorontsov, Iryna Usenko

The paper considers the device of a multidimensional geometric object that simulates a system of dependencies of many parameters using geometric modeling. A visual representation of the dependencies of many variables in geometric modeling uses many lines as one-dimensional manifolds. The article discusses the formation of multidimensional objects according to given conditions. It is noted that in the construction of geometric objects there are problems of fulfilling the specified conditions and the need to model the relationship between all or some part of the parameters of a given system. The process of solving the problem requires the construction of a manifold that integrates certain features as its components in terms of their importance, as well as for given manifolds of lower dimension. A technique is being developed for constructing multidimensional geometric figures formed by other manifolds of different dimensions and weights in accordance with specified conditions by

gradually changing the dimension and the number of parameters in its analytical expression. The dependence of the coefficients of the equations of the generating geometric objects of lower dimension of variables is used in the geometric model of a multidimensional function. The publication shows the features of the structure of a geometric multidimensional object using many other figures of lower dimension. A different number of parameters in an analytical expression describing a multidimensional geometric object corresponds to a set of other figures of a lower dimension in parallel spaces of the corresponding coordinate system. The definition of sets of lines incident to multidimensional figures at different levels is presented. The structural multidimensional object can be used in solving complex optimization problems with many criteria in the environments of computer-aided design systems..

Keywords: geometric modeling, the variety, dependencies of many variables.

References

1. Gumen, N.S. (1977) Graph-analytical modeling of multiparametric systems with discontinuous functions. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. K., 24, 56-58 [in Ukrainian].
2. Ahlberg, J., Nilsson, E., Walsh, J. (1972) Theory of splines and its applications. M.: Mir, 316. [in Russian].
3. Rogers, D. Adams, J. (2001) Mathematical foundations of computer graphics. M.: Mir. 604. [in Russian].
4. Virchenko, G.A. (2011) Generalization of the structural-parametric approach to geometric modeling of mechanical engineering objects: Doctor's thesis. K.: KNUBA. [in Ukrainian].
5. Linnik, Yu.V. (1962) The method of least squares and the foundations of the mathematical-statistical theory of observation processing. M.: Mir. 320. [in Russian].
6. Usenko, V.G., Pogoriliy, D.F., Usenko, I.S. (2018) Features of the structure of a flexible geometric object with components of the lower visibility. *Modern Problems of Modeling*. Melitopol, 13, 178-184 [in Ukrainian].