

УДК 004.925.8; 514.8

ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ОГЛЯДОВОСТІ НА КАРТИННИХ ПОВЕРХНЯХ І В ПАНОРАМНИХ РЕЛЬЄФАХ

Даниленко В.Я.,

vladdanyl@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4952-7498

Шоман О.В., д.т.н.,

olgasho@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3660-0441

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут» (Україна)

Розподіл геометричних понять часто визначається наявністю геометричних властивостей, що залишаються незмінними при тих чи інших перетвореннях, і наявністю властивостей, які цими перетвореннями порушуються. Щодо проєктивної геометрії, то вона вивчає властивості, які залишаються незмінними при проєктивних перетвореннях. Такими є, наприклад, прямолінійність, подвійне відношення чотирьох точок однієї прямої та ін. Відомо, що при проєктивних перетвореннях змінюються не тільки довжини та кути, але навіть паралельні прямі можуть перейти в перетинні. Своєрідними виглядають стосунки між перетвореннями тривимірного R^3 та двовимірного (картинна поверхня) R^2 просторів, а також відносини між елементами тривимірного простору та шарами цього ж простору (рельєфами). Рельєф – частина простору R^3 , яку пропонується визначати R^{2-3} . Залежно від глибини рельєфу R^{2-3} розрізняють такі види рельєфних зображень – повний рельєф, барельєф та горельєф. Повний рельєф формується при порівняно великій глибині рельєфного простору (від кількох десятків сантиметрів до кількох метрів). В повному рельєфі елементи предметів, що зображуються, чітко відділені один від одного, а саме зображення зазвичай охоплює всю глибину рельєфного простору. Барельєф (низький, або плоский рельєф) виникає при малій глибині рельєфу – від кількох міліметрів (в медальйонах) до кількох сантиметрів (в настінних барельєфах). Різновиди барельєфів – камеї та інталії. Їх виконують на дорогоцінному камінні: камею – у вигляді опуклого, а інталію – у вигляді вдавленого або різьбленого зображення. Горельєф (високий рельєф) – зображення, яке займає проміжну позицію між повним рельєфом і барельєфом. У зв'язку з цим в горельєфі деякі предмети або їхні елементи можуть відділятися від задньої поверхні рельєфу. При побудові кругових рельєфних панорам в просторі, обмеженому циліндричними, конічними або сферичними поверхнями, використовуються центральні відображення. Об'єднуючими ці види рельєфів є аналогічні для всіх трьох видів відображення Φ в площинах Π , перпендикулярних до осей симетрії названих поверхонь. Щодо практичної сторони використання панорамних

рельєфів, то ефективним може виглядати формування картин оглядовості зовнішнього простору з місць водіїв транспортних засобів (операторів), а також з місць пасажирів.

Ключові слова: відображення, подвійне відношення чотирьох точок однієї прямої, шар простору, кругова рельєфна панорама, оглядовість оточуючого простору.

Постановка проблеми. Встановлення того чи іншого геометричного коду – проєкційного апарата – дозволяє одержати певний вид проєкційних зображень [1, 2] як на поверхнях простору (на картинах), так і в шарах простору (в рельєфах). Специфіка рельєфних зображень [3–5] полягає в тому, що просторові об'єкти відображуються знову ж таки в просторі, хоча й зі зміною відносних розмірів. Іншими словами, просторові об'єкти відображуються в шар простору – і навпаки. Це надає можливість одержувати рельєфні зображення різних типів: еліптичного Φ_e ; параболічного Φ_n ; гіперболічного Φ_c . Під час зорового аналізу просторових об'єктів виникає необхідність у використанні циліндричного, конічного та сферичного рельєфів. Відомо, що суттєвою складовою оглядовості просторових об'єктів із кабін транспортних засобів [6, 7] є забезпечення оператора компонентами зорової інформації. Для формування цих компонентів важливим стає використання зображень в шарах простору, тобто в панорамних (кругових) рельєфах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зазвичай геометричний факт можна викладати і за методом координат, і без допомоги цього методу. Для вивчення фактів не обов'язково дотримуватись одного якого-небудь методу – щоразу слід обирати той спосіб, який у певний момент є найзручнішим і швидше приводить до мети. Історія досліджень панорамних рельєфів демонструє використання можливостей синтетичного [8] і аналітичного [9] підходів до розгляду особливостей того чи іншого типу рельєфів. Ускладнення задач проєктування технічних об'єктів активізує розвиток способів об'ємно-графічного моделювання. Однією з суттєвих проблем проєктування транспортних засобів є визначення оптимальної оглядовості придорожного простору водіями і пасажирами. Для цього існує низка способів: графічні, електрографічні, фотографічні та ін. [10, 11]. Спільним недоліком названих способів є те, що вони можуть застосовуватися тільки в період експлуатації машини і не можуть бути використані повною мірою на стадії проєктування. Зазначеного недоліку допомагають позбутися панорамні рельєфи. Вони дозволяють визначати оглядовість машин і автомобільних доріг на основі графічних та аналітичних проєктних даних.

Формулювання цілей статті. Виявити особливості формування рельєфних зображень. Надати характеристики прямих і обернених перетворень рельєфів. Розглянути особливості об'ємно-графічного моделювання зорової інформації. Визначити можливості сучасних підходів

до оцінки та коригування оглядовості з місць водіїв і пасажирів на основі проєктних матеріалів.

Основна частина. Розглядаючи співвідношення причина – наслідок, всі задачі математичного моделювання можна умовно розподілити на два великі класи: прямі задачі (відомі причини, необхідно знайти наслідки) і обернені (відомі наслідки, треба знайти причини) [12]. Обернені задачі мають деякі неприємні (з математичних позицій) особливості. По-перше, вони, як правило, нелінійні. По-друге, розв'язки обернених задач зазвичай неєдинісні. Тому забезпечення єдиного розв'язку часто потребує надлишкової експериментальної інформації. По-третє, обернені задачі не завжди є коректними. В них відсутня неперервна залежність від вихідних даних (в порівнянні з прямими задачами). За таких умов на перший план при розв'язуванні обернених задач виходять способи математичної обробки вихідної інформації.

З'ясуємо характер формування зображень на картинних поверхнях і в рельєфах. На картинній поверхні Σ' визначення проєкції M' точки M (пряма задача) відбувається однозначно (рис. 1).

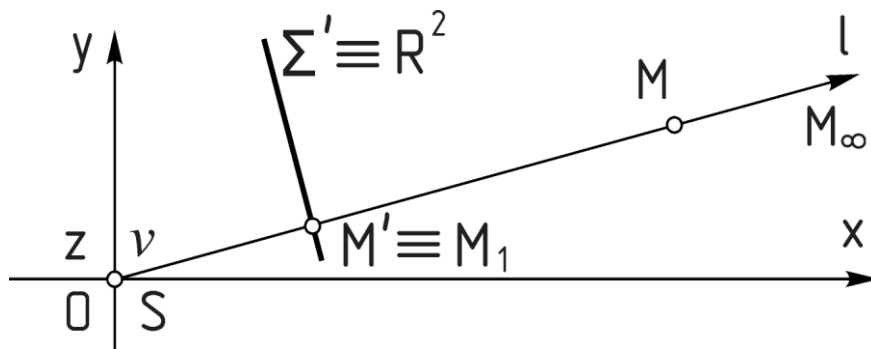


Рис. 1. Схема відношення трьох точок S, M', M однієї прямої

Знаходження ж M , маючи M' (обернена задача), потребує наявності простого відношення

$$v = \frac{SM}{SM'}, \quad (1)$$

що пов'язує три точки S, M', M однієї прямої (рис. 2).

Щодо панорамних рельєфів, то розв'язання прямої та оберненої задач спирається на використання подвійного відношення чотирьох точок A, B', C, D однієї прямої (рис. 3, а–в). Випадок на рис. 3, а показує загальну ситуацію, коли D – об'єкт, B' – рельєфне зображення об'єкта D в межах кіл $r_1 \leftrightarrow r_2$ поверхонь обертання Γ' і Δ' . Випадок на рис. 3, б демонструє розташунок B' на колі поверхні Γ' . Випадок на рис. 3, в надає розташунок B' на колі поверхні Δ' .

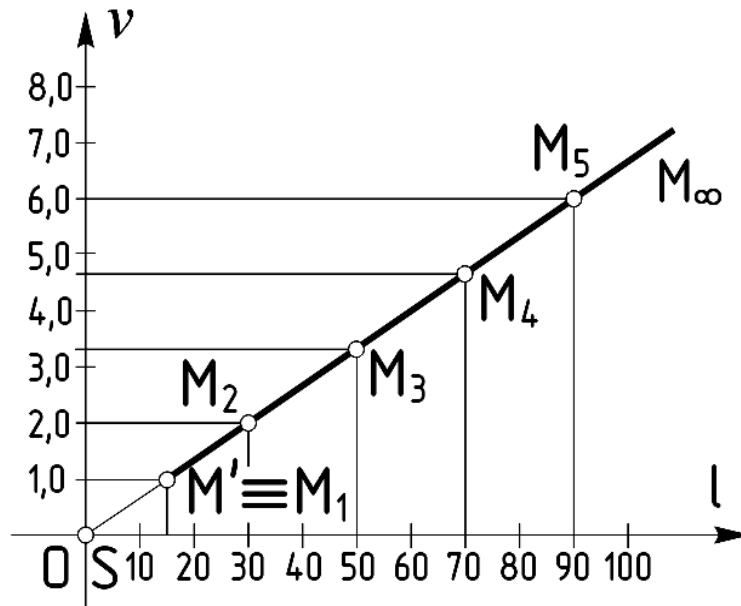


Рис. 2. Приклад графіка лінійного зв'язку коефіцієнта v (відношення трьох точок прямої) з центром проєкціювання S і точками M' та M (M_1, M_2, \dots)

Очевидно, що центральне проєкціювання в загальному випадку змінює не тільки довжини прямолінійних відрізків, а й прості відношення трійок точок. Проте воно зберігає складні відношення четвірок точок, що належать одній прямій.

Нехай A, B', C, D – довільна четвірка точок на прямій l , на якій певний напрям прийнято за додатний. Назвемо точки A, B' базисними, C, D – розділяючими (подільними). При цьому вважатимемо A, C першими, B', D – другими в кожній парі. Назвемо складним відношенням четвірки A, B', C, D (позначатимемо w , або $(AB'CD)$) число

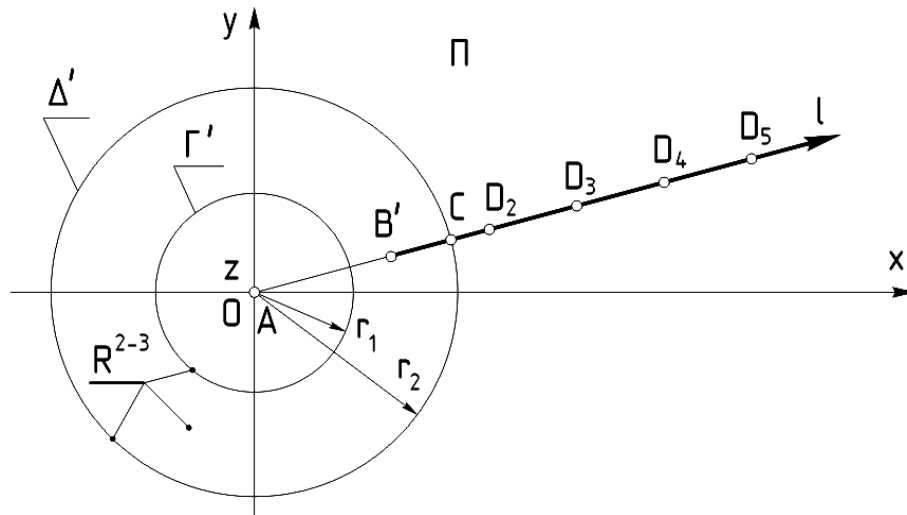
$$w = (AB'CD) = \frac{AC}{CB'} \cdot \frac{AD}{DB'} = \frac{AC \cdot DB'}{CB' \cdot AD} = (CDAB'). \quad (2)$$

Через AC, CB', AD, DB' позначимо довжини відрізків.

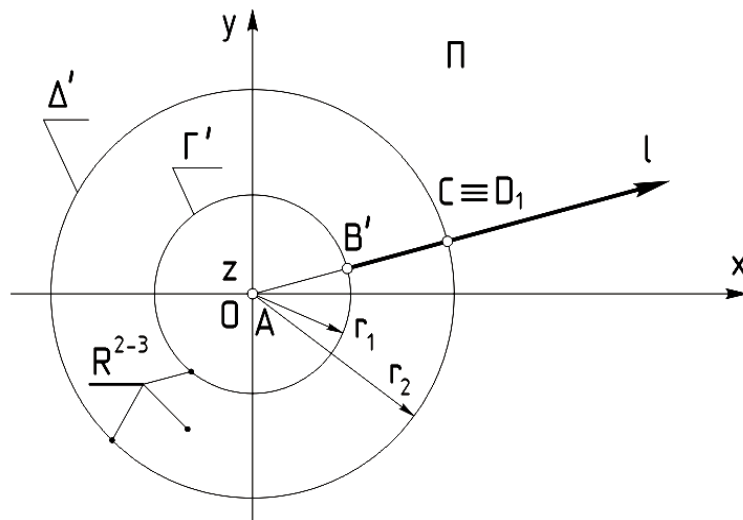
Коли задано складне відношення w і три точки на прямій, причому вказано, які з них є базисними, то четверта точка визначається однозначно (при вказаному порядку точок).

Нехай задано точки A, B', C , а шуканою є точка D . Тоді з рівності $\frac{AC}{CB'} \cdot \frac{AD}{DB'} = w$ випливає, що (обернена задача) за умови $AD = AB' + B'D$ маємо:

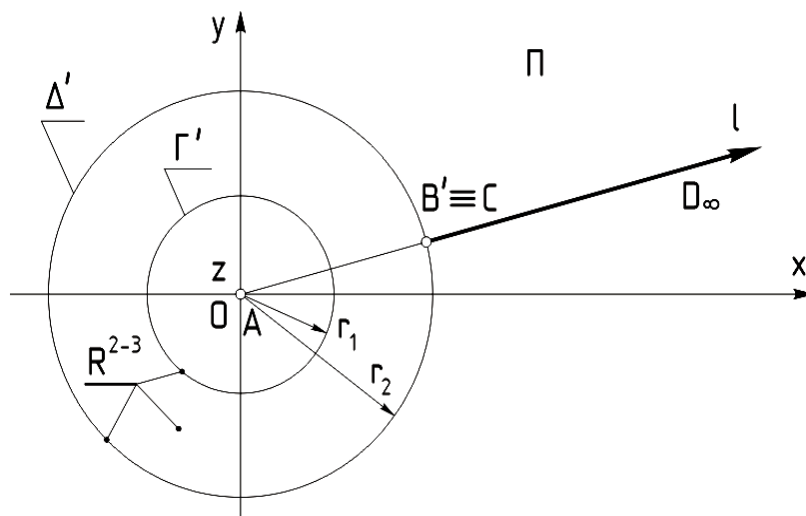
$$-B'D = \frac{AB'}{\frac{1}{w} \cdot \frac{AC}{CB'} + 1}. \quad (3)$$



a)



б)



в)

Рис. 3. Схеми подвійного відношення чотирьох точок A, B', C, D однієї прямої: а) проміжний розташунок B' , б) розташунок B' на колі поверхні Γ' , в) розташунок B' на колі поверхні Δ'

Якщо ж задано на одній прямій три точки A, C, D (пряма задача), одержуємо за умови $CB' = DB' - DC$:

$$DB' = \frac{DC}{1 - \frac{1}{w} \cdot \frac{AC}{AD}} \quad (4)$$

Оскільки довжини відрізків беремо з відповідними знаками ($-B'D = DB'$), то рівностями (3) і (4) точки D і B' визначаються однозначно. Під час вирішення прямої та оберненої задач (за співвідношеннями рис. 3) бажано обирати величину w (2) в межах $1,25 \div 2,00$ (рис. 4).

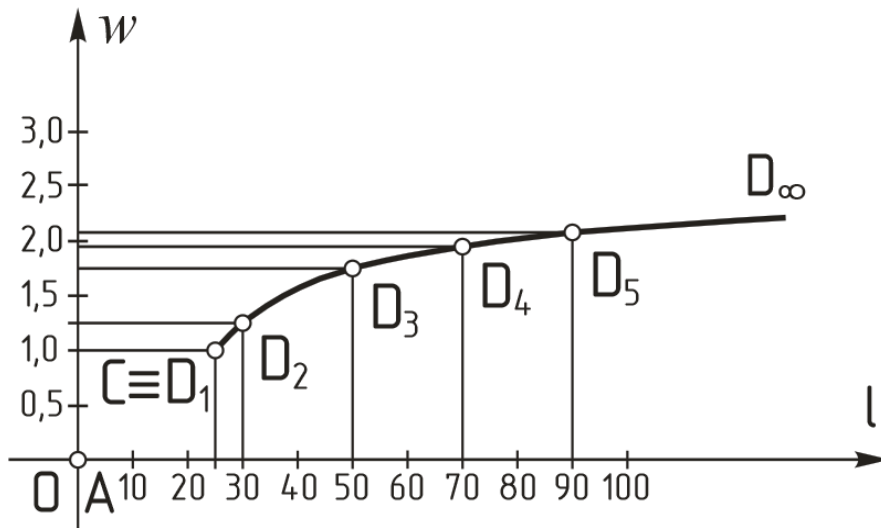


Рис. 4. Приклад графіка нелінійного зв'язку коефіцієнта w (подвійне відношення чотирьох точок прямої) з центром проєкціювання A і об'єктом D (D_1, D_2, \dots)

Таким чином, панорамні рельєфні зображення об'єкта D формуються в межах від B' , що належить поверхні Γ' , коли $D \equiv C$, до B' , яка належить поверхні Δ' , коли D розташована в нескінченності.

Рис. 5 надає можливість співставити структури трьох і чотирьох точок однієї прямої.

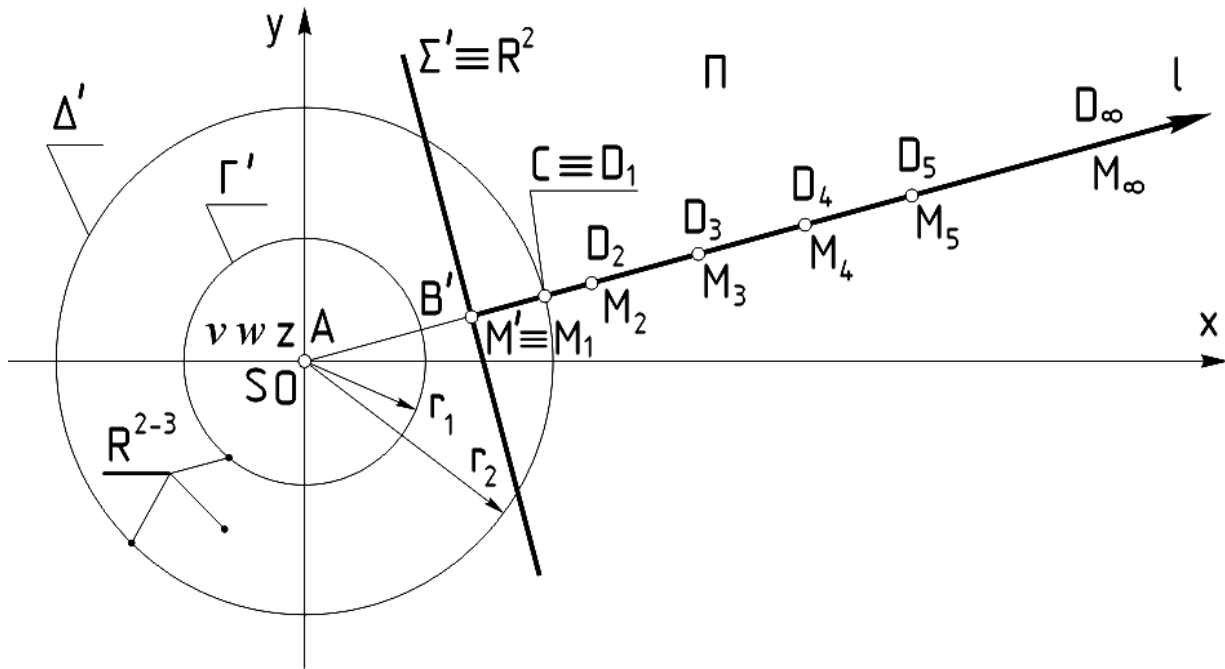
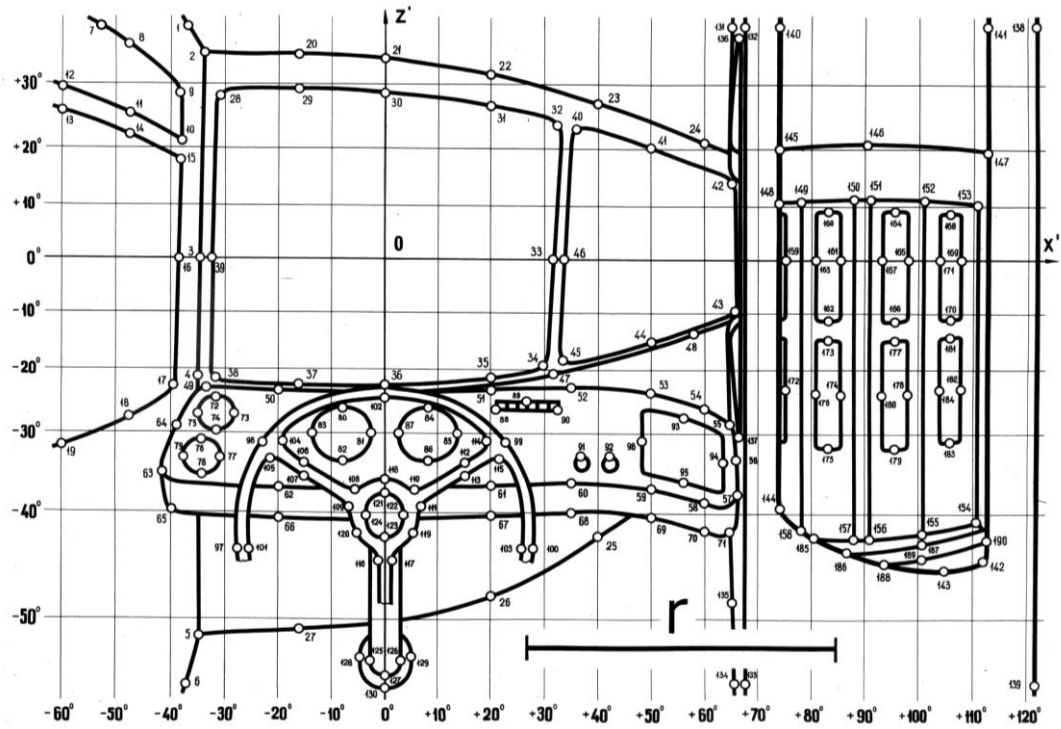


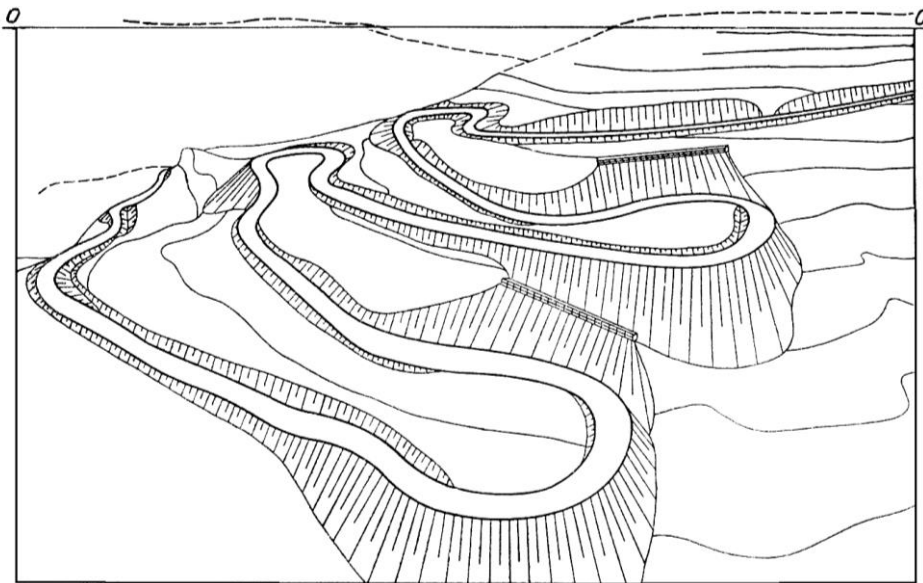
Рис. 5. Схема співставлення трьох точок $S, M', M (M_1, M_2, \dots)$ і чотирьох точок $A, B', C, D (D_1, D_2, \dots)$ однієї прямої

Відомо, що сприйняття людиною того чи іншого об'єкта або процесу складається з низки етапів – грубого розрізнення загальних контурів і пропорцій, уточнення форми, послідовного розпізнавання [13] окремих деталей, починаючи з крупних, і, нарешті, остаточного і повного сприйняття. Погляд переміщується на наступний об'єкт спостереження (рис. 6) після того, як досягнуто ступінь впливу попереднього на умови руху. Водій організовує спостереження таким чином, щоб оцінити всі фактори, які визначають можливий режим руху по дорозі. Саме для організації комфортного спостереження важливим компонентом допомоги конструкторам і проектувальникам має стати побудова наочних [14] панорамних рельєфів – одного зі способів ефективною оцінки майбутніх об'єктів за їх зоровим сприйняттям.

Висновки. Об'ємно-графічне моделювання є результатом графічного запису (кодування) певних просторових ситуацій. Такий запис надає можливість змістовно доповнювати моделі позиційного аналізу об'єктів при розв'язуванні задач зорової інформації. З розширенням використання рельєфних перспектив зростають і вимоги до способів виконання нелінійних зображень в шарах простору. Нелінійні перетворення панорамних рельєфів є основою для коригування оглядовості транспортних засобів. Слід зазначити, що процес сприйняття дорожнього руху є складним і мало дослідженим. Тому прямі та обернені перетворення панорамних рельєфів стають невід'ємними елементами з'ясування зорових якостей транспортних засобів з місць водіїв та пасажирів.



а)



б)

Рис. 6. Зорове сприйняття оточуючого простору:
а) водіями, б) пасажирами

Виконання масиву панорамних рельєфів дозволяє коригувати (за допомогою обернених перетворень) варіанти оглядовості транспортних засобів на стадії проектування, тобто на стадії, коли ще можна внести зміни у відповідні проекти. Все це спонукає проводити подальші дослідження, спрямовані на удосконалення апарата об'ємно-графічного моделювання.

Література

1. Кованцов М.І. Проективна геометрія. Київ: Вища шк., 1985. 368 с.
2. Вальков К.И. Проекционный схематизм – инструмент и метод. Ленинград: ЛИСИ, 1988. 83 с.
3. Вишняков А.В. К вопросу построения рельефных изображений. *Прикладная геометрия и инженерная графика: Сборник научных трудов*. Киев: Будівельник, 1965. Вып. 2. С. 45–49.
4. Макаренко В.Ф. Рельефная перспектива. *Труды конференции вузов Северного Кавказа. «Прикладная геометрия»*. Новочеркасск, 1967. С. 100–107.
5. Михно О.Д. К вопросу исследования отображений, применяемых при построении рельефных панорам. *Прикладная геометрия и инженерная графика: Сборник научных трудов*. Киев: Будівельник, 1970. Вып. 11. С. 132–139.
6. Проценко В.Б. Обзорность средств транспорта. *Техническая эстетика*. 1970. № 7.
7. Кавун Ю.М. К вопросу обзорности средств транспорта. *Прикладная геометрия и инженерная графика: Сборник научных трудов*. Киев: Будівельник, 1973. Вып. 16. С. 127–130.
8. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. Москва: Просвещение, 1969. 368 с.
9. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. Москва: Наука, 1968. 176 с.
10. Тернов С., Бескровний О. Аналітичне забезпечення плоского моделювання дорожньо-транспортних ситуацій. *National law journal: theory and practice*. Науково-практичне правове видання Республіки Молдова. № 3(25). 2017. С. 125–129. Режим доступу: <http://jurnaluljuridic.in.ua/archive/2017/3/28.pdf>
11. Гончар А.І., Федосєнков С.Г., Шундель О.І., Нестеренко Л.В. Розрахунок форми обвідної відбитого сигналу на основі складної математичної моделі відбиття й розсіювання сигналу *Океанографічний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану)*. 1(12). 2019. С. 49–62. Режим доступу: <https://oceanographic-journal.org.ua/index.php/journal/article/view/7/3>
12. Ватульян А.О. Математические модели и обратные задачи. *Соросовский образовательный журнал*. 1998. № 11. С. 143–148.
13. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Моделювання просторових діапазонів освітленості з допомогою панорамних рельєфів. *Сучасні проблеми моделювання: Збірник наукових праць*. Мелітополь: МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2017. Вип. 9. С. 21–25.
14. Даниленко В.Я. Розробка алгоритмів лінійних та нелінійних перетворень для зображення об'єктів автомобільних доріг. *Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць*. Харків: ХДУХТ, 2007. Вип. 18. С. 203–208.

DIRECT AND INVERSE MAPPINGS OF OBJECTS OF VISIBILITY ON IMAGE SURFACES AND IN PANORAMIC RELIEFS

Volodymyr Danylenko, Olga Shoman

The distribution of geometric concepts is often determined by the presence of geometric properties that remain unchanged under certain transformations, and the presence of properties that are violated by these transformations. As for projective geometry, it studies properties that remain unchanged under projective transformations. Such are, for example, straightness, the double ratio of four points of one straight line, etc. It is known that not only lengths and angles change during projective transformations, but even parallel lines can intersect. The relations between the transformations of the three-dimensional R^3 and two-dimensional (image surface) R^2 spaces, as well as the relations between the elements of the three-dimensional space and the layers of the same space (reliefs), look peculiar. The relief is part of the R^3 space, which is proposed to be determined by R^{2-3} . Depending on the depth of the R^{2-3} relief, the following types of relief images are distinguished: full relief, bas-relief, and high relief. A full relief is formed at a relatively large depth of the relief space (from several tens of centimeters to several meters). In full relief, the elements of the depicted objects are clearly separated from each other, and the image itself usually covers the entire depth of the relief space. Bas-relief (low, or flat relief) occurs at a small relief depth – from a few millimeters (in medallions) to a few centimeters (in wall bas-reliefs). Varieties of bas-reliefs – cameos and intaglios. They are made on precious stones: the cameo is in the form of a convex image, and the intaglio is in the form of a depressed or carved image. High relief is an image that occupies an intermediate position between full relief and bas-relief. In this regard, in the high relief, some objects or their elements can be separated from the back surface of the relief. When constructing circular relief panoramas in the space limited by cylindrical, conical or spherical surfaces, central mappings are used. What unites these types of reliefs are similar for all three types of mappings Φ in planes Π perpendicular to the axes of symmetry of that surfaces. Regarding the practical side of the use of panoramic reliefs, it can be effective to create visibility of the external space from the seats of vehicle drivers (operators), as well as from the seats of passengers.

Keywords: mapping, double ratio of four points of one straight line, layer of space, circular relief panorama, visibility of the surrounding space.

References

1. Kovantsov, M.I. (1985). *Projective geometry*. Kyiv: Vyscha shk. [in Ukrainian]
2. Valkov, K.Y. (1988). *Projective schematism – tool and method*. Leningrad: LISI [in Russian]

3. Vishniakov, A.V. (1965). On the question of constructing relief images. *Prikladnaia heometriia i inzheniernaia hrafika*, 2, 45–49 [in Russian]
4. Makarienko, V.F. (1967). Relief perspective. *Trudy konfierentsii vuzov Severnoho Kavkaza. «Prikladnaia heometriia»* (pp. 100–107). Novocherkassk [in Russian]
5. Mikhno, O.D. (1970). On the question of the study of mappings used in the construction of relief panoramas. *Prikladnaia heometriia i inzheniernaia hrafika*, 11, 132–139 [in Russian]
6. Protsenko, V.B. (1970). Visibility of vehicles. *Tiekhnichieskaia estetika*, 7 [in Russian]
7. Kavun, Yu.M. (1973). On the question of visibility of vehicles. *Prikladnaia heometriia i inzheniernaia hrafika*, 16, 127–130 [in Russian]
8. Chietvierukhin, N.F. (1969). *Projective geometry*. Moskva: Prosvieshchieniie [in Russian]
9. Pohorielov, A.V. (1968). *Analytic geometry*. Moskva: Nauka [in Russian]
10. Ternov, S., & Beskrovnyi, O. (2017). Analytical support for flat modeling of traffic situations. *National law journal: theory and practice*, 3(25), 125–129 Retrieved from: <http://jurnaluljuridic.in.ua/archive/2017/3/28.pdf> [in Ukrainian]
11. Honchar, A.I., Fedoseienkov, S.H., Shundel, O.I., & Nesterenko, L.V. (2019). Calculation of the contour shape of the reflected signal based on a complex mathematical model of signal reflection and dispersion. *Okeanohrafichnyi zhurnal (Problemy, metody ta zasoby doslidzhen Svitovoho okeanu)*, 1(12), 49–62. Retrieved from: <https://oceanographic-journal.org.ua/index.php/journal/article/view/7/3> [in Ukrainian]
12. Vatulian, A.O. (1998). Mathematical models and inverse problems. *Sorosovskii obrazovatielnyi zhurnal*, 11, 143–148 [in Russian]
13. Danylenko, V.Ya., & Shoman, O.V. (2017). Modeling spatial ranges of illumination using panoramic relief. *Suchasni problemy modeliuvannia*, 9, 21–25 [in Ukrainian]
14. Danylenko, V.Ya. (2007). Development of algorithms of linear and non-linear transformations for the representation of highway objects. *Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia*, 18, 203–208 [in Ukrainian]