УДК 514.18

КОМПОЗИЦІЙНІ МАТРИЦІ – ГЕОМЕТРИЧНА ФІГУРА

Павленко О.М., к.т.н.*
alexander8944@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8646-2622
Муртазієв Е.Г, к.пед.н.*
ernest_gaf@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2154-5523
Лисенко К.Ю., к.т.н.*
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352
Верещага В.М., д.т.н.
vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна, м. Запоріжжя)
Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдиша

Надано означення композиційної матриці-геометрична фігура та її позначення. Означено коло геометричних фігур – це дискретно задані криві лінії, дискретно задані поверхні та дискретно задані геометричні тіла, для яких утворюватимуться компоматриці-геометрична фігура.

Надано записи утворення однорозмірної компоматриці-геометрична фігура для окремої кривої лінії без урахування та з урахуванням параметричних напрямів. При цьому, розглядаються варіанти як неперервної так і дискретної кривих ліній. Розроблено також варіанти позначення компоматриць-геометрична фігура для кривих, що входять до складу поверхонь та геометричних тіл з урахуванням їхніх параметричних напрямів. Розроблено варіанти позначень дворозмірних компоматриць-геометрична фігура для поверхонь, що є окремими геометричними утвореннями і для поверхонь, які входять до складу геометричного тіла. При цьому, розглядаються варіанти поверхонь, що містять тільки неперервні каркаси ліній або тільки дискретні каркаси ліній, або змішаний варіант і дискретні, і неперервні за різними параметричними напрямами. Розроблено позначення трирозмірних композиційних матриць-геометрична фігура для геометричного тіла яке утворюється трьома каркасами лише дискретних ліній або лише каркасами неперервних ліній, або змішаний варіант – за одним параметричним напрямом каркас неперервних ліній, а за іншим є каркас дискретних ліній. Також розроблено позначення компоматриць-геометрична фігура для геометричного тіла, що утворюється неперервною або дискретною поверхнею і каркасом неперервних або дискретних ліній. Розроблено також варіанти позначення трирозмірних компоматриць-геометрична фігура для геометричного тіла, що задається каркасом точок, упорядкованих у каркаси дискретних ліній. Надано пояснення щодо утворення

---

* Науковий консультант – д.т.н., професор Верещага В.М.

компоматриць-геометрична фігура для геометричного тіла, яке є суцільно неперервним. Ця компоматриця-геометрична фігурає основою для утворення трипараметричного точкового поліному, який композиційно інтерполює точки геометричного тіла як на його поверхні так і всередині нього.

Ключові слова: Компоматриця-геометрична фігура, компоматриця точкова, компоматриця параметрична.

Постановка проблеми. Компоматриця-геометрична фігура утворюється шляхом множення компоматриці точкової на відповідну компоматрицю параметричну. Утворюються компоматриці-геометрична фігура для дискретно заданих кривих ліній, для дискретно заданих поверхонь довільної форми, для дискретно заданих геометричних тіл. При цьому, кожний із названих геометричних об’єктів може містити і кратні точки. На основі компоматриць-геометрична фігура утворюються однопараметричні точкові поліноми для кривих ліній, двопараметричні точкові поліноми для поверхонь і трипараметричні точкові поліноми для геометричних тіл. Усе це різноманіття варіантів і геометричних об’єктів, і точкових поліномів вимагає наявної систематизації компоматриць-геометрична фігура. Отже, актуальною проблемою є систематизація усіх видів компоматриць-геометрична фігура для кривих ліній, поверхонь і геометричних тіл.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теорія композиційного геометричного моделювання дістала розвиток у роботах [1-5]. Також розглядаються питання щодо параметричних композиційних матриць у роботі [6], щодо точкових компоматриць у роботі [7]. Однак, у цих роботах не розглядаються питання щодо систематизації компоматриць-геометрична фігура. Отже, актуальним є питання щодо систематизації та системного викладення відомостей відносно видів компоматриць-геометрична фігура та умовного їхнього позначення.

Формулювання цілей статті. Здійснити систематизацію компомазиційних матриць геометричної фігури та їхніх умовних позначень для можливих видів цих компоматриць.

Основна частина. Композиційною матрицею-геометрична фігура є компоматриця, що утворена множенням відповідних компоматриць точкової та параметричної, створених на основі цієї геометричної фігури.

Позначаються компоматриці геометричної фігури прописними літерами з долішнім індексом: “Ф”, які узято у подвійні квадратні дужки – $[\![M_{\Phi}]\!]$. Усю решту інших атрибутів щодо їхнього позначення будемо деталізувати під час вкладення подальшого матеріалу цієї статті.

У даній статті розглядатимемо як геометричні фігури – дискретно задані криві лінії, дискретно задані поверхні та дискретно задані геометричні тіла.

1) Нехай для дискретно заданої кривої лінії утворені компоматриці

точкова і параметрична: $[[A_{\underline{i}}]]_{i=1,n}$ та $[[p_{\underline{i}}(t)]]_{i=1,n}$, $0 \le t \le t_n$. Це однорозмірні компоматриці, відповідно, точкова і параметрична для окремо розташованої кривої лінії без визначення параметричного напряму. Тоді компоматриця-геометрична фігура матиме вигляд:

$$[[M_{\Phi}]]_{l} = [[A_i \cdot p_{\underline{i}}(t)]]_{i=1,n},\ 0 \le t \le t_n. \qquad (1)$$

Це однорозмірна компоматриця-геометрична фігура для неперервного подання окремо розташованої кривої лінії без визначення її параметричного напряму. Для дискретного подання кривої лінії компоматриця (1) матиме наступний вигляд:

$$[[M_{\Phi}]]_{l} = [[A_i \cdot p_{\underline{i}}(t_i)]]_{i=1,n},\ t_1 \le t_i \le t_n. \qquad (2)$$

Це однорозмірна компоматриця-геометрична фігура для дискретного подання окремо розташованої кривої лінії без визначення її параметричного напряму.

Про те, що (1) і (2) є однорозмірними компоматрицями є наявність одного підкомпоматричного індексу: "l" та долішнього індексу: "i".

Надамо позначення аналогічних компоматриць для кривих ліній, що зорієнтовані за параметричними напрямами.

$$[[L_{\Phi}]]_{l} = [[A_i \cdot p_{\underline{i}}(u)]]_{i=1,l},\ 0 \le u \le u_l. \qquad (3)$$

Це однорозмірна компоматриця-геометрична фігура для неперервної кривої лінії як геометричної фігури, що зорієнтована у параметричному напрямі u.

$$[[M_{\Phi}]]_{m} = [[A_j \cdot q_{\underline{j}}(v)]]_{j=1,m},\ 0 \le v \le v_m. \qquad (4)$$

Те саме для параметричного напряму v.

$$[[N_{\Phi}]]_{n} = [[A_k \cdot r_{\underline{k}}(w)]]_{k=1,n},\ 0 \le w \le w_n. \qquad (5)$$

Однорозмірні компоматриці-геометрична фігура (3), (4), (5) формалізують неперервні криві лінії за відповідними параметричними напрямами. Запишемо аналогічні компоматриці для дискретних кривих ліній.

$$\begin{aligned} &[[L_{\Phi}]]_{l} = [[A_i \cdot p_{\underline{i}}(u_i)]]_{i=1,l},\ u_1 \le u_i \le u_l; \\ &[[M_{\Phi}]]_{m} = [[A_j \cdot q_{\underline{j}}(v_j)]]_{j=1,m},\ v_1 \le v_j \le v_m; \\ &[[N_{\Phi}]]_{n} = [[A_k \cdot r_{\underline{k}}(w_k)]]_{k=1,n},\ w_1 \le w_k \le w_n. \end{aligned} \qquad (6)$$

Дискретизація у (6) неперервних кривих ліній (3), (4), (5) здійснюється за рахунок надання параметрам відповідних долішніх індексів: u_i, v_j, w_k.

2) Дворозмірні компоматриці-геометрична фігура.

2.1. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складаються з каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *u* і з каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *v*. Тобто, вказана поверхні є зорієнтованою відносно параметричної площини *uv*.

$$\underset{l\times 1}{[\![L_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m}}{[\![A_{ij}\cdot p_{ij}(u, v_j)]\!]},\ 0 \le u \le u_l;\ v_1 \le v_j \le v_m. \quad (7)$$

2.2. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складається з каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *u* і з каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *v*.

$$\underset{1\times m}{[\![L_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m}}{[\![A_{ij}\cdot p_{ij}(u_i, v)]\!]},\ u_1 \le u_i \le u_l;\ 0 \le v \le v_m. \quad (8)$$

2.3. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, утвореної дискретним каркасом точок, який упорядкований двома каркасами дискретних ліній за параметричними напрямами *u* та *v*.

$$\underset{l\times m}{[\![L_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m}}{[\![A_{ij}\cdot p_{ij}(u_i, v_j)]\!]},\ u_1 \le u_i \le u_l;\ v_1 \le v_j \le v_m. \quad (9)$$

2.4. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складається із каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *u* і з каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *w*. Тобто вказана поверхні є зорієнтованою відносно параметричної площини *uw*.

$$\underset{l\times 1}{[\![M_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, k=\overline{1,n}}{[\![A_{ik}\cdot q_{ik}(u, w_k)]\!]},\ 0 \le u \le u_l; w_1 \le w_k \le w_n. \quad (10)$$

2.5. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складається із каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *w* і з каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *u*. Тобто вказана поверхня є зорієнтованою відносно параметричної площини *uw*.

$$\underset{1\times n}{[\![M_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, k=\overline{1,n}}{[\![A_{ik}\cdot q_{ik}(u_i, w)]\!]},\ u_1 \le u_i \le u_l; 0 \le w \le w_n. \quad (11)$$

2.6. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, утвореної дискретним каркасом точок, який упорядкований двома каркасами дискретних ліній за параметричними напрямами *u* і *w*.

$$\underset{l\times n}{[\![M_{\Phi}]\!]} = \underset{i=\overline{1,l};\, k=\overline{1,n}}{[\![A_{ik}\cdot q_{ik}(u_i, w_k)]\!]},\ u_1 \le u_i \le u_l; w_1 \le w_k \le w_n. \quad (12)$$

2.7. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складається із каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *v* із каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *w*. Тобто, вказана поверхня є зорієнтованою відносно параметричної площини *vw*.

$$\underset{m\times 1}{[\![N_{\Phi}]\!]} = \underset{j=\overline{1,m};\, k=\overline{1,n}}{[\![A_{jk}\cdot r_{jk}(v, w_k)]\!]},\ 0 \le v \le v_m; w_1 \le w_k \le w_n. \quad (13)$$

2.8. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, що складається із каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом *v* і з каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом *w*. Тобто, вказана поверхні є зорієнтованою відносно параметричної площини *vw*.

$$\underset{1\times n}{[\![N_{\Phi}]\!]} = \underset{j=\overline{1,m};\, k=\overline{1,n}}{[\![A_{jk}\cdot r_{jk}(v_j, w)]\!]},\ v_1 \le v_j \le v_m; 0 \le w \le w_n. \quad (14)$$

2.9. Дворозмірна компоматриця-геометрична фігура для поверхні, утвореної дискретним каркасом точок, який упорядкований двома каркасами дискретних ліній за параметричними напрямами u і w.

$$\underset{m\times n}{[[N_{\Phi}]]} = \underset{j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{jk}\cdot r_{jk}(v_j, w_k)\right]\!\right]},\ v_1 \le v_j \le v_m;\, w_1 \le w_k \le w_n. \qquad (15)$$

2.10. Усі компоматриці-геометрична фігура для поверхонь (7), …, (15) дискретно задають поверхні за відповідними напрямами. Покажемо усі варіанти неперервного завдання поверхонь, що включають усі розглянуті вище варіанти (7), …, (15).

$$\left.\begin{array}{l}\underset{l\times m}{[[L_{\Phi}]]} = \underset{i=\overline{1,l};\,j=\overline{1,m}}{\left[\!\left[A_{ij}\cdot p_{ij}(u,v)\right]\!\right]},\ 0\le u\le u_l;\ 0\le v\le v_m.\\ \underset{l\times n}{[[M_{\Phi}]]} = \underset{i=\overline{1,l};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{ik}\cdot q_{ik}(u,w)\right]\!\right]},\ 0\le u\le u_l;\ 0\le w\le w_n.\\ \underset{m\times n}{[[N_{\Phi}]]} = \underset{j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{jk}\cdot r_{jk}(v,w)\right]\!\right]}\,0\le v\le v_m;\ 0\le w\le w_n.\end{array}\right] \qquad (16)$$

Тут у дужках (16) вказано параметри, що визначають параметричну площину, відносно якої є зорієнтованою відповідна поверхня.

3) Трирозмірні композиційні матриці-геометрична фігура для геометричного тіла.

3.1. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складаються з каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом u і двох каркасів дискретних ліній за параметричними напрямами v та w.

$$\underset{l\times 1\times 1}{[[L_{\Phi}]]} = \underset{i=\overline{1,l};\,j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{ijk}\cdot p_{ijk}(u, v_j, w_k)\right]\!\right]},0\le u\le u_l;\ v_1\le v_j\le v_m;\ w_1\le w_k\le w_n. \qquad (17)$$

3.2. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складаються з каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом u, каркасу неперервних ліній за напрямом v і каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом w.

$$\underset{1\times m\times 1}{[[M_{\Phi}]]} = \underset{i=\overline{1,l};\,j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{ijk}\cdot p_{ijk}(u_i, v, w_k)\right]\!\right]},\ u_1\le u_i\le u_l;\ 0\le v\le v_m; \qquad (18)$$

$$w_1\le w_k\le w_n.$$

3.3. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складається з двох каркасів дискретних ліній за параметричними напрямами u і v і каркасу неперервних ліній за параметричним напрямом w.

$$\underset{1\times 1\times n}{[[N_{\Phi}]]} = \underset{i=\overline{1,l};\,j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left[\!\left[A_{ijk}\cdot p_{ijk}(u_i, v_j, w)\right]\!\right]},\ u_1\le u_i\le u_l;\ v_1\le v_j\le v_m;\ 0\le w\le w_n. \qquad (19)$$

В усіх трьох розглянутих випадках (17), (18), (19) каркаси неперервних ліній є дискретними.

3.4. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складається із двох каркасів неперервних ліній за напрямами u і v та каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом w. Тобто, поверхні, що входять до складу геометричного тіла, є зорієнтованими відносно параметричної площини uv, а за параметричним напрямом w множина цих неперервних поверхонь є дискретною.

$$\underset{l\times m\times 1}{\left[\left[M_{\Phi}\right]\right]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left\lfloor\left\lfloor A_{ijk}\cdot p_{ijk}\left(u,v,w_k\right)\right\rfloor\right\rfloor}, 0\le u\le u_l\,;\ 0\le v\le v_m\,;\ w_1\le w_k\le w_n\,. \qquad (20)$$

3.5. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складається із двох каркасів неперервних ліній за напрямами u і w та каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом v. Тобто, поверхні, що входять до складу геометричного тіла, є зорієнтованими відносно параметричної площини uw, а за параметричним напрямом v множина цих неперервних поверхонь є дискретною.

$$\underset{l\times 1\times n}{\left[\left[L_{\Phi}\right]\right]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left\lfloor\left\lfloor A_{ijk}\cdot p_{ijk}\left(u,v_j,w\right)\right\rfloor\right\rfloor}, 0\le u\le u_l\,;\ v_1\le v_j\le v_m\,;\ 0\le w\le w_n\,. \qquad (21)$$

3.6. Трирозмірні компоматриці-геометрична фігура для геометричного тіла, що складається із двох каркасів неперервних ліній за напрямами v і w та каркасу дискретних ліній за параметричним напрямом u. Тобто, поверхні, що входять до складу геометричного тіла, є зорієнтованими відносно параметричної площини vw, а за параметричним напрямом u множина цих неперервних поверхонь є дискретною.

$$\underset{1\times m\times n}{\left[\left[N_{\Phi}\right]\right]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left\lfloor\left\lfloor A_{ijk}\cdot p_{ijk}\left(u_i,v,w\right)\right\rfloor\right\rfloor}, u_1\le u_i\le u_l\,;\ 0\le v\le v_m\,;\ 0\le w\le w_n\,. \qquad (22)$$

В усіх трьох розглянутих випадках (20), (21), (22) каркаси неперервних поверхонь дискретно задають геометричне тіло, тому що у кожного з випадків за одним із параметричних напрямів крива лінія є дискретною.

3.7. Для того, щоб неперервно задати геометричне тло, компоматриця-геометрична фігура має містити неперервними усі три параметри:

$$\underset{l\times m\times n}{\left[\left[L_{\Phi}\right]\right]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left\lfloor\left\lfloor A_{ijk}\cdot a_{ijk}\left(u,v,w\right)\right\rfloor\right\rfloor}, 0\le u\le u_l\,;\ 0\le v\le v_m\,;\ 0\le w\le w_n\,. \qquad (23)$$

Точковий поліном, що утворюватиметься з використанням компоматриці геометричної фігури (23), неперервно інтерполюватиме точки геометричного тіла як на його поверхні так і всередині нього. При цьому, таке буде здійснюватись одним рівнянням цього точкового поліному.

3.8. Трирозмірна компоматриця геометричної фігури для геометричного тіла, що утворюється дискретним каркасом точок, який упорядкований трьома каркасами ліній за параметричними напрямами u, v та w.

$$\underset{l\times m\times n}{\left[\left[M_{\Phi}\right]\right]} = \underset{i=\overline{1,l};\, j=\overline{1,m};k=\overline{1,n}}{\left\lfloor\left\lfloor A_{ijk}\cdot p_{ijk}\left(u_i,v_j,w_k\right)\right\rfloor\right\rfloor}, u_1\le u_i\le u_l\,;\ v_1\le v_j\le v_m\,; \qquad (24)$$

$$w_1\le w_k\le w_n\,.$$

Усі наведені види компоматриць-геометрична фігура являють собою:

1) основу для утворення однопараметричних точкових поліномів з метою композиційної інтерполяції дискретно заданих кривих ліній;

2) основу для утворення двопараметричних точкових поліномів з метою компоінтерполяції поверхонь довільної форми;

3) основу для утворення трипараметричних точкових поліномів для аналітичного подання, у точковій формі, рівнянь геометричних тіл довільної форми.

Висновки. У найбільш повному та системному викладі розроблено варіанти однорозмірних, дворозмірних і трирозмірних композиційних матриць-геометрична фігура, що дозволить безпомилково утворювати однопараметричні, двопараметричні та трипараметричні точкові поліноми, які композиційно інтерполюватимуть, відповідно, криві лінії, поверхні та геометричні тіла довільної форми.

Література

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108с.
3. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис…к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.
6. Павленко О.М. Параметричні композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. КНУБА. Київ, 2023, с. 91-96.
7. Лисенко К.Ю. Точкові композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. КНУБА. Київ, 2023, с. 97-99.

COMPOSITION MATRICES - GEOMETRIC FIGURE

Oleksandr Pavlenko, Ernest Murtaziiev, Kseniia Lysenko, Viktor Vereshchaha

The definition of the composite matrix-geometric figure and its notation are given. The circle of geometric figures is defined - these are discretely specified curved lines, discretely specified surfaces and discretely specified geometric bodies, for which the compomatrix-geometric figure will be formed.

Records of the formation of a one-dimensional compomatrix-geometric figure for a separate curved line without taking into account and taking into account parametric directions are provided. At the same time, variants of both continuous and discrete curved lines are considered. Variants of notation of composite matrices-geometric figure for curves included in the composition of *surfaces and geometric bodies, taking into account their parametric directions, have also been developed. Variants of designations of two-dimensional compomatrix-geometric figure for surfaces that are separate geometric formations and for surfaces that are part of a geometric body have been developed. At the same time, options for surfaces containing only continuous frames of lines or only discrete frames of lines, or a mixed version of both discrete and continuous in different parametric directions are considered. The notation of three-dimensional composite matrices-a geometric figure for a geometric body formed by three frames of only discrete lines or only frames of continuous lines, or a mixed version - a frame of continuous lines along one parametric direction, and a frame of discrete lines along the other, has been developed. Also developed is the notation of compomatrixes-a geometric figure for a geometric body formed by a continuous or discrete surface and a framework of continuous or discrete lines. Variants of notation of three-dimensional compomatrices have also been developed - a geometric figure for a geometric body given by a frame of points arranged in a frame of discrete lines. An explanation is provided for the formation of compomatrixes-a geometric figure for a geometric body that is continuously continuous. This compo-geometric matrix appears as the basis for the formation of a three-parameter point polynomial, which compositionally interpolates the points of a geometric body both on its surface and inside it.*

Keywords: Compomatrix-geometric figure, point compomatrix, parametric compomatrix.

References

1. Adoniev, Ye. (2018) Composite method of geometric modeling of multifactorial systems: Dr. thesis K.: KNUBA. [in Ukrainian].
2. Vereshchaga, V. (2017) Composite geometric modeling: Monograph. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
3. Vereshchaga, V., Naidysh, A., Adoniev, Ye., Lysenko, K. (2019) Fundamentals of composite geometric modeling: a textbook. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
4. Lysenko, K. (2022) Theoretical foundations of the methods of formation of compositional lines and surfaces: Ph.D. Kyiv. KNUBA. [in Ukrainian].
5. Pavlenko, O. (2022) Comparative analysis of composite interpolation with traditional methods. *Applied geometry and engineering graphics*. K., 103, 162-174 [in Ukrainian].
6. Pavlenko, O. (2023) Parametric composite matrices. *Collection of theses of reports of the XVII International Scientific and Practical Conference "Obukhov Readings" March 30, 2023*. KNUBA. Kyiv, 91-96 [in Ukrainian].
7. Lysenko, K. (2023) Point composite matrices. *Collection of theses of reports of the XVII International Scientific and Practical Conference "Obukhov Readings" March 30, 2023*. KNUBA. Kyiv, 97-99 [in Ukrainian].