

УДК 004.925.8; 514.8

## КОНЦЕПЦІЇ ПОШИРЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ НА МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І ПРОЦЕСІВ

Шоман О.В., д.т.н.,

[olgasho@ukr.net](mailto:olgasho@ukr.net), ORCID: 0000-0002-3660-0441

Даниленко В.Я.,

[vladdany1@ukr.net](mailto:vladdany1@ukr.net), ORCID: 0000-0003-4952-7498

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут» ( Україна)

*Логічною основою для подання інформації в прикладних галузях є геометричні об'єкти. Тому в кожній із науково-практичних задач передусім вивчається її геометричний зміст. Формування концептуального підходу починається з пошуку класичного наукового підґрунтя для можливостей використання саме геометричної термінології та технологій геометричного моделювання і комп'ютерної графіки. Актуальним і перспективним залишається пошук взаємозв'язку підходів, методів, технологій, розроблених у різних галузях науки – від класичних підходів щодо вивчення явищ в природничих науках до експериментів та виготовлення зразків продукції в техніці. Розглянуто загальний підхід до визначення концепцій застосування геометричної технології для моделювання різних за фізичною природою об'єктів і процесів. Основою розгляду виступила теорія узагальнених паралельних множин. Підтверджено, що концептуальні підходи «променевий» і «хвильовий» дозволили поширити використання геометричних методів на досить велике коло задач різних науково-практичних галузей. Обрана стратегія має науковий ґрунт, який доведений класичними фізико-математичними дослідженнями, що в історичному аспекті охоплюють не одне десятиліття. Запропоновано певну систематизацію задач геометричного моделювання, які вже розв'язано або ще потребують проведення досліджень і застосування нових методів і технологій, та які розв'язуються на основі теорії узагальнених паралельних множин і мають походження з різних науково-практичних галузей. Моделювання в цих задачах спрямовано на множини геометричних об'єктів, зокрема, наприклад, на точкові множини, сітки, сім'ї ліній і поверхонь. Для формування узагальнених наукових концепцій в галузі геометричного моделювання і застосування геометричних технологій, що пов'язуються з дослідженнями фізичних об'єктів і процесів, спільними вхідними даними можуть бути математичні моделі (поняття, теореми, твердження), з одного боку, і феноменологічні описи цих об'єктів і процесів – з іншого.*

*Ключові слова:* геометричне моделювання, теорія узагальнених паралельних множин, фізичні об'єкти і процеси, промені, хвильові фронти, сім'ї ліній і поверхонь.

**Постановка проблеми.** Кожна реальна задача моделювання є, як правило, комплексною. Вміщує багато чинників. Врахувати всі їх в одному розв'язанні викликає складнощі, оскільки арсенал засобів обмежується можливостями певної галузі, в якій розробляється та чи інша теорія разом з її практичним забезпеченням. Актуальним і перспективним залишається пошук взаємозв'язку підходів, методів, технологій, розроблених у різних галузях науки – від класичних підходів щодо вивчення явищ в природничих науках до експериментів та виготовлення зразків продукції в техніці.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Останніми роками багато теорій в галузі прикладної геометрії розробляли, виходячи з практичних питань, причому не лише від потреб розвитку та реалізації методів і підходів геометричного моделювання [1–6]. Часто теоретичні дослідження пов'язувались, на перший погляд, із зовсім не геометричними проблемами з інших галузей науки і технологій [7–10].

**Формулювання цілей статті.** Визначити можливості сучасних підходів до використання понять геометричного моделювання. Виявити особливості формування єдиного підходу до геометричного моделювання систем різних фізичних об'єктів. Надати характеристики задач, що розв'язуються на основі теорії узагальнених паралельних множин і мають походження з різних науково-практичних галузей.

**Основна частина.** Дослідження та розробка методів моделювання перебігу тих чи інших за своєю природою явищ і процесів починаються з формування наукової проблеми, яка спирається, в свою чергу, на актуальні практичні невирішені проблеми і потреби. В кожній галузі науки на перший план виходять ті формулювання і наукове підґрунтя, що є предметом саме тієї галузі. Звідси формуються твердження, положення, термінологія, підходи, концепції, апарат моделювання. Якщо розглядати прикладну геометрію як галузь в цілому, то спільною для всіх досліджень можна назвати мету одержання візуального результату. На відміну від загально математичного, геометричне моделювання надає можливості уникати складнощів розрахункових методів і полегшує сприйняття результатів досліджень через їхню наочність. До того ж геометричні образи (об'єкти), їхні перетворення, виконують функцію заміни розрахункового математичного апарата на візуальний геометричний під час опису реальних об'єктів і перебігу явищ і процесів.

В Україні відомі наукові школи з прикладної геометрії розвивають методи і підходи геометричного моделювання, формуючи відповідні теорії. Для створення і розвитку кожної теорії вибудовується концепція (концептуальний підхід), що визначає напрям досліджень, теоретичне та

практичне підґрунтя, початкову базу із системи понять і постулатів.

Розвиток наукових шкіл з прикладної геометрії в Україні продовжує демонструвати широкий простір для впровадження результатів своїх досліджень. Таким чином, можна навіть зазначити, що прикладна геометрія залишається такою, що має точки дотику майже до всіх інших галузей. А це означає, що «геометричний» зміст присутній в широкому спектрі задач різної природи та походження.

Не винятком стала і теорія узагальнених паралельних множин [1], до розвитку якої зробили вагомий внесок науковці під керівництвом професора Леоніда Куценка. Саме в цій теорії сформувався єдиний підхід до геометричного моделювання систем об'єктів різного фізичного походження і різних за своєю природою явищ і процесів. Формування загальної концепції цих наукових досліджень як раз базується на взаємозв'язку понятійного апарата, математичного змісту і технологій моделювання в прикладній геометрії та в інших сферах науково-практичних знань. В кожній із науково-практичних задач передусім вивчається її геометричний зміст. Формування концептуального підходу починається з пошуку класичного наукового підґрунтя.

Наведемо пояснення [1]. Так, теорія узагальнених паралельних множин спирається на класичні концепції – так звані «променеви» і «хвильову», які походять із зовсім не геометричної галузі знань – з фізики. Саме подання перебігу передачі променевої енергії в середовищі геометрична оптика здавна використовує поняття з геометрії для опису перебігу цього процесу. Якщо інтерпретувати ці концепції з метою визначення концепції геометричного моделювання, то, стисло, геометричний зміст їх виявився пов'язаним, по-перше, з визначенням просторових ліній, які моделюють поширення енергії від точки до точки за найкоротший час, і, по-друге, з визначенням поверхонь, які моделюють поширення енергії від однієї множини точок до іншої з часом.

На рис. 1 зображено відому схему, що пояснює класичні концепції на основі понять геометричної оптики. Позначення на цьому рисунку такі (ріманова метрика):  $q_0$  і  $q$  – перша і друга (до якої дійшов промінь за час  $t$ )

точки середовища,  $p = \frac{\partial S}{\partial q}$  – вектор нормальної повільності фронту

Гамільтона;  $\{q: Sq_0(q) = t\}$  – множина точок, до яких дійшла енергія в середовищі на момент часу  $t$ , тобто хвильовий фронт;  $Sq_0(q)$  – оптична довжина шляху між точками середовища. Для характеристики поширення енергії у фізичному середовищі відомим поняттям є функція дії  $S_{q_0, t_0}(q, t) = \int_{\gamma} L dt$  уздовж екстремалі  $\gamma$ , що сполучає точки  $(q_0, t_0)$  і  $(q, t)$ , яка

згідно з теоремою Гамільтона – Якобі задовольняє нелінійному

диференціальному рівнянню першого порядку в частинних похідних

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(\frac{\partial S}{\partial q}, q, t\right) = 0 \quad (H - \text{функція Гамільтона}).$$

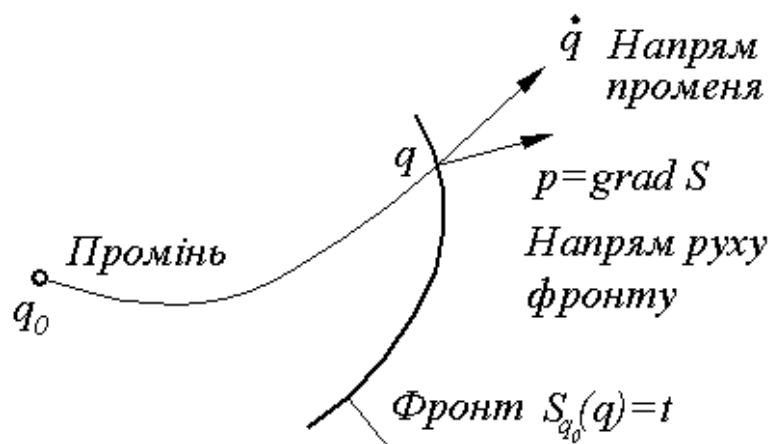


Рис. 1. Схема «променевої» і «хвильової» концепцій поширення енергії в середовищі

З позицій фізичних характеристик середовища модель передачі енергії крізь нього зв'язується з характеристиками ізотропності в різних точках. Тоді розглядають в кожній точці різну швидкість і відповідний напрям перебігу променя. Виходить, для геометричної моделі потрібно знати вектори швидкості і координати точок середовища. Звідси випливає «променева» концепція, якій відповідає ситуація, де вектор швидкості  $q$  як раз характеризує локальний характер поширення енергії. Тим самим визначається напрямок променя. За відомими напрямками перебігу променів в кожній точці формується індикатриса векторів швидкості, що є характеристикою фізичних властивостей середовища.

Вивчення умов і характеристик хвильового фронту є ознакою «хвильової» концепції. Вона розширила предмет і об'єкти для моделювання. Хвильові фронти, що змінюються з часом, подаються як сім'ї поверхонь або ліній. В теорії узагальнених паралельних множин встановлене підґрунтя зв'язує геометричне моделювання і фізико-математичні підходи і поширює геометричну технологію моделювання на об'єкти різного фізичного походження.

Запропонуємо певну систематизацію задач геометричного моделювання, які вже розв'язано або ще потребують проведення досліджень і застосування нових методів і технологій, та які розв'язуються на основі теорії узагальнених паралельних множин і мають походження з різних науково-практичних галузей. Зауважимо, що моделювання в цих задачах спрямовано на множини геометричних об'єктів, зокрема, наприклад, на точкові множини, сітки, сім'ї ліній і поверхонь.

Задачі проєкційної природи. В цих задачах реалізовано концепцію використання променів як апарата геометричного моделювання. Слід сюди

віднести і класичні, «суто геометричні» методи розв'язання з метою одержання проєкційних зображень об'єктів [11], а також методи з використанням апарата проєкціювання для науково-практичних впроваджень (наприклад, впровадження для визначення форм-факторів при променевому енергообміні) [2–5].

Задачі оглядовості та видимості. В розв'язанні такого типу задач також використовується «променевий» підхід, оскільки співставляється розташунок точок, які належать одній просторовій лінії (в окремому випадку – прямолінійному променю). Крім прикладних задач в галузі проєктування транспортних засобів і доріг [7, 12], до цього кола задач можна віднести задачі визначення взаємної видимості поверхонь об'єктів енергообміну [2], що реалізовано через застосування методу нормальних рівнянь, але дослідження потребують свого розвитку у вигляді геометричної технології моделювання.

Задачі візуалізації, зокрема в галузі технологій комп'ютерного зору. Простір представляється точковими множинами. Пропонуються нові методи просторової обробки точкових множин [9, 10], представлення сіткових геометричних моделей на цілочисельних сітках, визначення розташунок точок у точкових множинах, співставлення належності точок до геометричних областей різної конфігурації і різного виміру.

Задачі побудови геометричних моделей фізичних полів [1, 6]. Якщо в цих задачах досліджуються локальні процеси передачі енергії або зміни фізичного параметру в просторі (зміна значення напору, тиску, заряду, струму вздовж окремо визначеної лінії), то підходи до розв'язання таких задач ґрунтуються на «променевій» концепції. Проте якщо формується модель, де елементами є не точки вздовж лінії, а самі лінії або поверхні, і метод розв'язання забезпечує одержання сім'ї ліній або поверхонь (наприклад, еквіпотенціальних), то для встановлення зв'язку між геометричною теорією і фізичним описом слугує «хвильовий» концептуальний підхід.

Задачі формоутворення граничних поверхонь і ліній розділу [1, 6]. Це широке коло задач, що прямо впливають з проблем моделювання інших прикладних галузей. Оскільки йдеться про геометричне подання наочних розв'язків у вигляді сімей поверхонь і ліній, то саме «хвильова» концепція є фундаментом для визначення зв'язку між геометричними методами і описом процесів різної природи (фізичної, механічної та ін.).

**Висновки.** Розглянуто загальний підхід до визначення концепцій застосування геометричної технології для моделювання різних за фізичною природою об'єктів і процесів. Основою розгляду виступила теорія узагальнених паралельних множин. Підтверджено, що концептуальні підходи «променевий» і «хвильовий» дозволили поширити використання геометричних методів на досить велике коло задач різних науково-практичних галузей. Для формування узагальнених наукових концепцій в галузі геометричного моделювання і застосування

геометричних технологій, що пов'язуються з дослідженнями фізичних об'єктів і процесів, спільними вхідними даними можуть бути математичні моделі (поняття, теореми, твердження), з одного боку, і феноменологічні описи цих об'єктів і процесів, з іншого.

### *Література*

1. Шоман О.В. Паралельні множини в геометричному моделюванні явищ і процесів. Монографія. Харків: НТУ «ХПІ», 2007. 288 с.
2. Самарін В.О., Шоман О.В. Обчислення локальних кутових коефіцієнтів випромінювання для каналової гвинтової поверхні. *Праці Таврійського держ. агротехнол. ун-ту*. Мелітополь: ТДАТУ, 2012. Вип. 4. Т. 55. С. 200–207.
3. Шоман О.В., Даниленко В.Я. Аналіз геометричної інформації, що використовується в моделюванні взаємодії оптичного випромінювання з середовищем. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2020. Вип. 19. С. 194–201.
4. Шоман О.В., Даниленко В.Я. Дослідження геометричних схем багатопарового оптичного середовища. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2021. Вип. 22. С. 197–206.
5. Куценко Л.М., Калиновський А.Я., Сухарькова О.І., Бордюженко С.Я., Журавський М.М. Визначення на основі методу Нусельта теплового потоку від поверхні обертання. *Проблеми надзвичайних ситуацій*. 2023. № 1(37). С. 348–368.
6. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Розрахункові сітки як результат геометричних перетворень. *Геометричне моделювання та інформаційні технології*. Миколаїв: МНУ імені В. О. Сухомлинського, 2018. № 2 (6), жовтень 2018. С. 24–29.
7. Тернов С., Бескровний О. Аналітичне забезпечення плоского моделювання дорожньо-транспортних ситуацій. *National law journal: theory and practice. Науково-практичне правове видання Республіки Молдова*. № 3(25). 2017. С. 125–129. Режим доступу: <http://jurnaluljuridic.in.ua/archive/2017/3/28.pdf>
8. Гончар А.І., Федосєнков С.Г., Шундель О.І., Нестеренко Л.В. Розрахунок форми обвідної відбитого сигналу на основі складної математичної моделі відбиття й розсіювання сигналу. *Океанографічний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану)*. 1(12). 2019. С. 49–62. Режим доступу: <https://oceanographic-journal.org.ua/index.php/journal/article/view/7/3>
9. Dashkevych A., Vorontsova D., Rosokha S. An approach for the determination of drone positions set with maximal terrain visibility. *CEUR Workshop Proceedings*. 3013. 2021. Pp. 64–73.
10. Дашкевич А.О., Шоман О.В. Метод визначення множини розташувань дрону для забезпечення максимальної видимості місцевості. *Сучасні*

- проблеми моделювання*. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2020. Вип. 18. С. 99–105.
11. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Проекційне моделювання геометричних об'єктів. Харків: ПП «Технологічний центр», 2021. 324 с.
  12. Даниленко В.Я., Шоман О.В. Прямі та обернені відображення об'єктів оглядовості на картинних поверхнях і в панорамних рельєфах. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2022. Вип. 24. С. 52–62.

## **CONCEPTS OF THE SPREAD OF GEOMETRIC TECHNOLOGY TO THE MODELING OF PHYSICAL OBJECTS AND PROCESSES**

Olga Shoman, Volodymyr Danylenko

*The logical basis for presenting information in applied fields is geometric objects. Therefore, in each of the scientific and practical problems, first of all, its geometric content is studied. The formation of a conceptual approach begins with the search for a classical scientific basis for the possibilities of using geometric terminology and technologies of geometric modeling and computer graphics. The search for the interconnection of approaches, methods, technologies developed in various fields of science remains relevant and promising - from classical approaches to the study of phenomena in the natural sciences to experiments and production of product samples in engineering. A general approach to defining the concepts of applying geometric technology for modeling objects and processes of different physical nature is considered. The basis of consideration was the theory of generalized parallel sets. It has been confirmed that the conceptual approaches "radial" and "wave" made it possible to extend the use of geometric methods to a fairly large range of problems in various scientific and practical fields. The chosen strategy has a scientific basis, which is proven by classical physical and mathematical research, which in the historical aspect covers more than one decade. A certain systematization of geometric modeling problems, which have already been solved or still require research and the application of new methods and technologies, and which are solved on the basis of the theory of generalized parallel sets and have their origins in various scientific and practical fields, is proposed. Modeling in these problems is aimed at sets of geometric objects, in particular, for example, point sets, grids, families of lines and surfaces. For the formation of generalized scientific concepts in the field of geometric modeling and the application of geometric technologies related to the study of physical objects and processes, common input data can be mathematical models (concepts, theorems, statements), on the one hand, and phenomenological descriptions of these objects and processes, on the other hand.*

*Keywords: geometric modeling, theory of generalized parallel sets, physical objects and processes, rays, wave fronts, families of lines and surfaces.*

### *References*

1. Shoman, O.V. (2007). *Parallel sets in geometric modeling of phenomena and processes*. Kharkiv: NTU «KhPI» [in Ukrainian]
2. Samarin, V.O., & Shoman, O.V. (2012). Calculation of local angular radiation coefficients for channel helical surface. *Pratsi Tavriiskoho derzh. ahrotekhnol. un-tu*, 4, 55, 200–207 [in Ukrainian]
3. Shoman, O.V., & Danylenko, V.Ia. (2020). Analysis of geometric information used in modeling the interaction of optical radiation with the environment. *Suchasni problemy modeliuвання*, 19, 194–201 [in Ukrainian]
4. Shoman, O.V., & Danylenko, V.Ia. (2021). Doslidzhennia heometrychnykh skhem bahatosharovoho optychnoho seredovyscha. *Suchasni problemy modeliuвання*, 22, 197–206 [in Ukrainian]
5. Kutsenko, L.M., Kalynovskyi, A.Ia., Sukharkova, O.I., Bordiuzhenko, S.Ia., & Zhuravskyi, M.M. (2023). Determination based on the Nusselt method of the heat flow from the surface of rotation. *Problemy nadzvychainykh sytuatsii*, 1(37), 348–368 [in Ukrainian]
6. Danylenko, V.Ia., & Shoman, O.V. (2018). Calculation grids as a result of geometric transformations. *Heometrychne modeliuвання ta informatsiini tekhnolohii*, 2 (6), 24–29 [in Ukrainian]
7. Ternov, S., & Beskrovnyi, O. (2017). Analytical support for flat modeling of traffic situations. *National law journal: theory and practice. Naukovo-praktychne pravove vydannia Respubliky Moldova*, 3(25), 125–129 Retrieved from: <http://jurnaluljuridic.in.ua/archive/2017/3/28.pdf> [in Ukrainian]
8. Honchar, A.I., Fedoseienkov, S.H., Shundel, O.I., & Nesterenko, L.V. (2019). Calculation of the contour shape of the reflected signal based on a complex mathematical model of signal reflection and dispersion. *Okeanohrafichnyi zhurnal (Problemy, metody ta zasoby doslidzhen Svitovoho okeanu)*, 1(12), 49–62 Retrieved from: <https://oceanographic-journal.org.ua/index.php/journal/article/view/7/3> [in Ukrainian]
9. Dashkevych, A., Vorontsova, D., & Rosokha, S. (2021). An approach for the determination of drone positions set with maximal terrain visibility. *CEUR Workshop Proceedings*, 3013, 64–73.
10. Dashkevych, A.O., & Shoman, O.V. (2020). A method of determining multiple locations of a drone to ensure maximum visibility of the terrain. *Suchasni problemy modeliuвання*, 18, 99–105 [in Ukrainian]
11. Danylenko, V.Ia., & Shoman, O.V. (2021). *Projection modeling of geometric objects*. Kharkiv: PP «Tekhnolohichniy tsentr» [in Ukrainian]
12. Danylenko, V.Ia., & Shoman, O.V. (2022). Direct and inverted reflections of visibility objects on picture surfaces and in panoramic reliefs. *Suchasni problemy modeliuвання*, 24, 52–62 [in Ukrainian]