

УДК 623.54

ДОСЛІДЖЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ АСПЕКТІВ ПОЛЬОТУ КУЛІ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ЗОВНІШНЬОЇ БАЛІСТИКИ

Котляр Д.В., канд. техн. н.,

yardnight@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1718-753X

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
(м. Миколаїв, Україна)

Подаються результати дослідження впливу геометричних аспектів польоту кулі по балістичній траєкторії на розрахунок балістичного коефіцієнту кулі через зміну її характерного перерізу. Метою дослідження є виявлення аналітичної моделі зміни характерної площі нормальної проекції кулі вздовж балістичної траєкторії польоту від кута девіації, яку можна було б використовувати для уточнення зміни коефіцієнту аеродинамічного опору при визначені ВС.

З огляду на те, що кінцевою задачею зовнішньої балістики є виявлення балістичного коефіцієнту, який допомагає стрільцям прогнозувати поведінку кулі на різних відстанях та налаштувати приціли для підвищення точності стрільби. Застосування балістичних калькуляторів спрощує цей процес, дозволяючи швидко і точно налаштувати приціл під конкретні умови стрільби.

Предметом дослідження є зміна характерного перерізу кулі у польоті, яка впливає на параметр форма фактору кулі при визначені балістичного коефіцієнту.

У наявній роботі було розглянуто діаграму траєкторії польоту снаряда з прицільною дальністю 1400м калібру 0.338 Lapua Mag. SWISS P Target вагою 19,4 g / 300 gr. У ході досліджень було виявлено девіацію кута атаки аеродинамічного опору кулі у польоті, що надало граничні значення кута повороту кулі відносно вектору її руху по балістичній траєкторії.

Також було розраховано характерні площі кулі при різних кутах атаки вектору сили аеродинамічного опору та визначено динаміку зміни характерної площі кулі на всій траєкторії польоту. Дослідження виявило інтенсивний ріст характерної площі кулі у підйомній фазі за поліноміальним законом її зміни від кута атаки вектору сили опору. У роботі для дослідної кулі було визначено кубічну математичну модель пошуку характерної площі як функцію кута атаки, яку можна використовувати для уточнення коефіцієнту аеродинамічного опору кулі у математичному апараті балістичного калькулятора, а також як керуючої функції оптимізаційної задачі пошуку ефективної аеродинамічної форми кулі засобами обчислювальної газодинаміки.

Ключові слова: балістичний коефіцієнт, форм фактор, снаряд балістичний, характерна площа, сила опору потоку, кут атаки,

нормальна площа.

Постановка проблеми. Так як балістичний коефіцієнт є важливим параметром, який впливає на точність стрільби, правильний розрахунок BC допомагає стрільцям краще розуміти траєкторію кулі та здійснювати точніші постріли на великих відстанях. Балістичний коефіцієнт (далі по тексту BC) є важливою характеристикою кулі, яка описує її аеродинамічні властивості та здатність долати опір повітря. BC використовується для передбачення траєкторії кулі та її поведінки на різних відстанях. Розрахунок балістичного коефіцієнта може бути досить складним і залежить від різних факторів. Загальні кроки по визначенню BC можна представити наступним чином. Спершу вимірюються фізичні параметри кулі, такі як: маса кулі (m); діаметр кулі (d); форма кулі (i), що за типом кулі частіше може бути звичайна, чи боат-таїл. Саме форма кулі впливає на її аеродинамічні властивості. Далі BC визначають через порівняння з "еталонною кулею". Одна з найвідоміших формул для обчислення BC виглядає так:

$$BC = \frac{m}{d^2 \cdot i},$$

де: m — маса кулі, d — діаметр кулі, i — форма фактор, який залежить від форми кулі та її аеродинамічних властивостей [1].

Форма фактор (i) враховує аеродинамічні властивості кулі порівняно з еталонною кулею, яка була визначена дослідженнями. Визначення цього параметра може бути складним і часто вимагає експериментальних даних або комп'ютерного моделювання.

Окрім теоретичних розрахунків, балістичний коефіцієнт можна визначити експериментально, вимірюючи швидкість кулі на різних відстанях і порівнюючи її з еталонною кулею. Це зазвичай роблять за допомогою хронографів та інших приладів, які можуть точно вимірювати швидкість кулі на різних відстанях.

У реальній практиці для визначення BC часто використовують балістичні таблиці, які надають виробники боєприпасів. Ці таблиці базуються на експериментальних даних та надають більш точні значення BC для конкретних типів куль. Але якщо розглядати процес виявлення досконалих форм снарядів для існуючих або нових видів зброї, то проведення реальних експериментів з визначення балістичного коефіцієнту є достатньо витратною за часом процедурою. Адже треба виготовити кулю на верстаті, зарядити її в гільзу та провести сам експеримент отримавши певну вибірку результатів. Звісно кожний теоретичний розрахунок треба підтвердити на реальному дослідженні, але процес оптимізації форми снаряду є ітераційним, тож використання віртуального експерименту є більш доцільним варіантом проведення досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розрахунок форми фактору кулі за допомогою комп'ютерного моделювання є складним завданням, яке потребує використання спеціалізованих програм та методик для аналізу аеродинамічних властивостей кулі. Основні етапи які використовуються для цього процесу можна поділити на:

1. Створення точної тривимірної моделі кулі з урахуванням усіх її геометричних параметрів (форма, діаметр, довжина, вагові розподіли) у програмах комп'ютерного моделювання, таких як SolidWorks, AutoCAD або Blender.

2. Вибір програмного забезпечення для аеродинамічного аналізу. Для аеродинамічного аналізу зазвичай використовуються CFD-програми (Computational Fluid Dynamics), такі як ANSYS Fluent, OpenFOAM, або COMSOL Multiphysics. Ці програми дозволяють моделювати взаємодію кулі з повітряним потоком і розраховувати сили та моменти, що діють на кулю під час польоту.

3. Налаштування симуляції. На цьому етапі дуже важливо визначитися з параметрами симуляції, включаючи швидкість повітряного потоку, кут атаки, температурні та інші умови, що відповідають реальним умовам стрільби. А також сформувати адекватну просторову модель віртуального експерименту. Це забезпечується розбиттям тривимірної моделі кулі та навколокулевого простору на сітку, яка складається з численних маленьких елементів. Чим дрібніша сітка, тим точніший буде результат, але тим більше обчислювальних ресурсів знадобиться. Сітку зазвичай використовують полідральну або тетрадральну, вони забезпечують кращу адаптацію до складних геометрій і часто використовуються для покращення якості обчислень.

4. Проведення симуляції завершується формуванням результатів у виді набору даних: розподіл тиску навколо кулі, сили опору повітря та інші аеродинамічні характеристики, які можна представити графічно-епюрними інструментами розрахункових програм.

На даному етапі формується блок фізичних даних, що дозволяють розрахувати форма фактор (i) кулі. Один з основних результатів симуляції – це коефіцієнт опору кулі (C_d). C_d показує, наскільки сильно повітряний опір впливає на кулю під час польоту. Форма фактор (i) визначається як відношення коефіцієнта опору досліджуваної кулі до коефіцієнта опору еталонної кулі (наприклад, кулі G1 або G7) [1].

Формула для обчислення форми фактора виглядає так:

$$i = \frac{C_d^{bullet}}{C_d^{ref}}, \quad (1)$$

де C_d^{bullet} – коефіцієнт опору дослідної кулі, а C_d^{ref} – коефіцієнт опору еталонної кулі.

З огляду на те, що коефіцієнт опору еталонної кулі (C_d^{ref}) відомий, цільовим параметром проведеного віртуального експерименту є коефіцієнт

опору дослідної кулі.

Політ кулі є високодинамічним процесом, тому коефіцієнт опору кулі під час польоту змінюється. Цю зміну прийнято зображати на графіку коефіцієнта опору кулі від швидкості (звичайно це графік коефіцієнта опору C_d від числа Маха) [1]. Такий графік зазвичай має кілька характерних областей, які відображають різні режими польоту кулі: дозвуковий, трансзвуковий і надзвуковий (див. рис. 1).

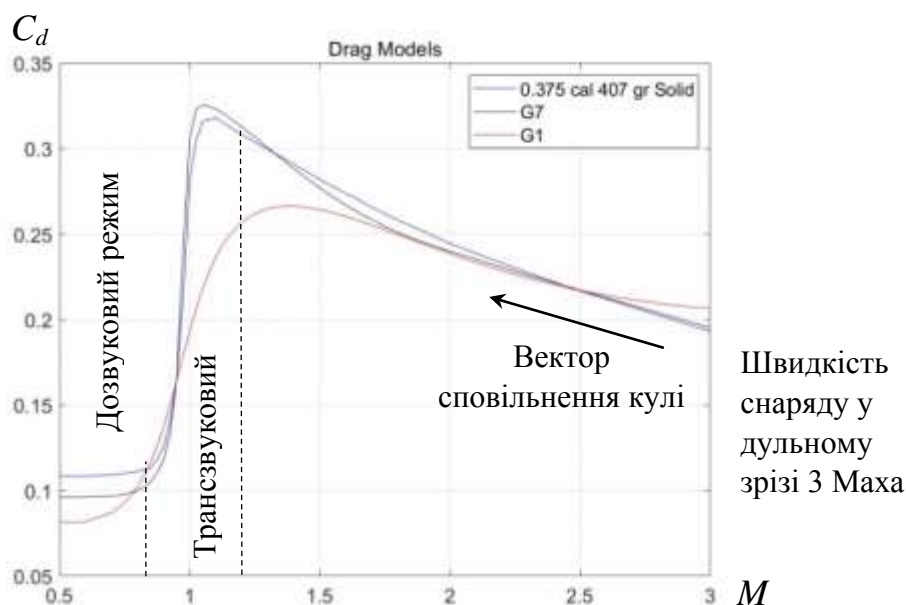


Рис. 1. Діаграма зміни лобового опору C_d в залежності від відносної швидкості кулі M

У дозвуковому режимі куля летить стабільно, бо коефіцієнт опору є відносно низьким і стабільним. Опір, що виникає, переважно зумовлений в'язкістю повітря та індукованим опором [2, 3].

Коли швидкість кулі наближається до швидкості звуку (число Маха близько $0,8 < M < 1,2$), відбувається значне збільшення коефіцієнта опору. Це пов'язано з формуванням ударних хвиль на поверхні кулі. Ударні хвилі значно збільшують опір через зростання тиску та температури в зоні обтікання. При числі Маха, близькому до 1, коефіцієнт опору досягає свого піку. Це пов'язано з критичними умовами навколо кулі, де утворюються потужні ударні хвилі.

Після досягнення піку у трансзвуковому діапазоні, коефіцієнт опору починає знижуватися при подальшому збільшенні швидкості кулі в надзвуковому діапазоні ($M > 1,2$). Ударні хвилі стають стабільнішими та рухаються ближче до задньої частини кулі. На високих надзвукових швидкостях коефіцієнт опору знову стабілізується, але на дещо вищому рівні, ніж у дозвуковому діапазоні [2].

У зв'язку з тим, що аеродинамічний опір кулі динамічно змінюється, то доцільно використовувати інтегральні методи для обчислення траєкторії кулі, використовуючи змінний C_d . Сучасні балістичні калькулятори автоматично враховують зміну C_d під час польоту за рахунок точних

табличних даних отриманих з фізичного експерименту або комп'ютерного моделювання.

Визначення коефіцієнта аеродинамічного опору кулі є складним процесом, який потребує врахування багатьох фізичних аспектів обтікання кулі повітрям.

Відомо, що коефіцієнт аеродинамічного опору C_d визначається як:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho v^2 \cdot A}, \quad (2)$$

де F_d – сила опору, ρ – щільність повітря, v – швидкість потоку (швидкість кулі), A – характерний переріз кулі (площина поперечного перерізу).

У свою чергу, результуюча сила аеродинамічного опору може бути розкладено на два компоненти напруг та визначена по формулі (3).

$$F_d = \int_A (-P \cos \theta + \tau_w \sin \theta) dA, \quad (3)$$

Компонент опору, викликаний напругами зсуву, називають опором тертя τ_w , а компонент, викликаний тиском, – опором форми P (див. рис. 2).

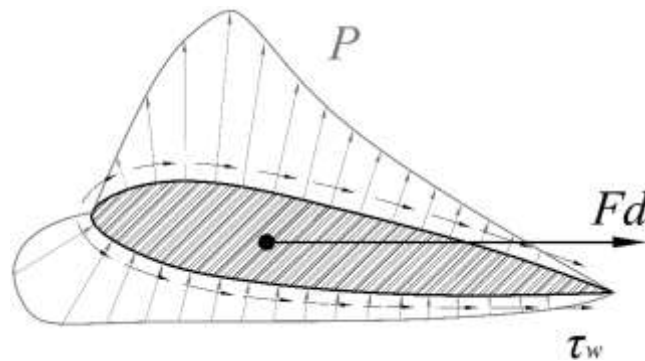


Рис. 2. Епюри напружень, що діють на снаряд:
 P – компонент впливу тиску, τ_w – напруження зсуву

При виборі аеродинамічної форми кулі потрібно розуміти, що зі зменшенням опору тиску буде збільшуватися сила тертя. Тут доцільно застосовувати математичні апарати оптимізації, що дозволять розрахувати форму таким чином, щоб зменшуючи опір тиску не надто збільшуючи опір тертя, тим самим отримувати найбільш досконалу аеродинамічну форму кулі з найнижчим значенням форма фактору (i).

У даній роботі, предметом дослідження є характерна площа кулі, що змінюється підчас польоту. Відомо, що снаряд летить по дугоподібній траєкторії [3]. Маючи гіроскопічну стабілізацією, яку снаряд одержує вилітаючи з нарізного ствола, снаряд пролітає траєкторію з постійним кутом нахилу гіроскопа. Приймаючи до уваги сталий кут осі гіроскопічного обертання та змінність вектору руху кулі вздовж криволінійної траєкторії, в процесі польоту куля буде мати певний змінний кут атаки, що значно впливає на компоненту опору форми у формулі (2). А тому повинно бути враховано при уточненні балістичного коефіцієнту.

Формулювання цілей статті. Метою статті є виявлення

аналітичної моделі зміни характерної площі нормальної проєкції кулі вздовж балістичної траєкторії польоту від кута девіації, яку можна було б використовувати для уточнення зміни коефіцієнту аеродинамічного опору при визначенні BC .

Основна частина. Розглянемо геометричний аспект криволінійного руху кулі та вплив його на аеродинамічну ефективність снаряду.

Розуміючи, що тривимірне тіло може бути повернуто навколо трьох осей інерції на 360 градусів треба означити граничні умови пошуку аналітичних моделей, які б відповідали фізиці зовнішньої балістики. З урахування поставленої мети надалі буде розглянуто умовний поворот снаряду навколо осі інерції I_z до нормальної площини проєкції (рис. 3).

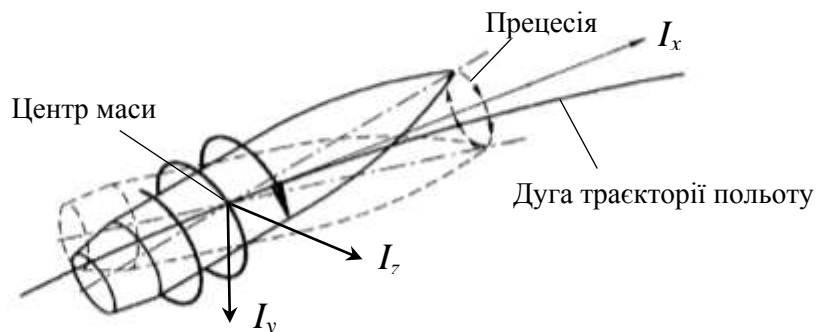


Рис. 3. Осі моментів інерції кулі

Геометричні аспекти впливу прецесії та нутації кулі на змінну її характерної площі є окремим дослідженням та не буде детально розглядатися, але буде враховано у наведеній роботі.

Розглянемо траєкторію снаряду на прицільну відстань у 1400 м. На рис. 4 наведено траєкторію польоту снаряду .338 Lapua Mag. SWISS P Target 19,4g / 300 gr., яка була надана виробником у відповідних специфікаціях.

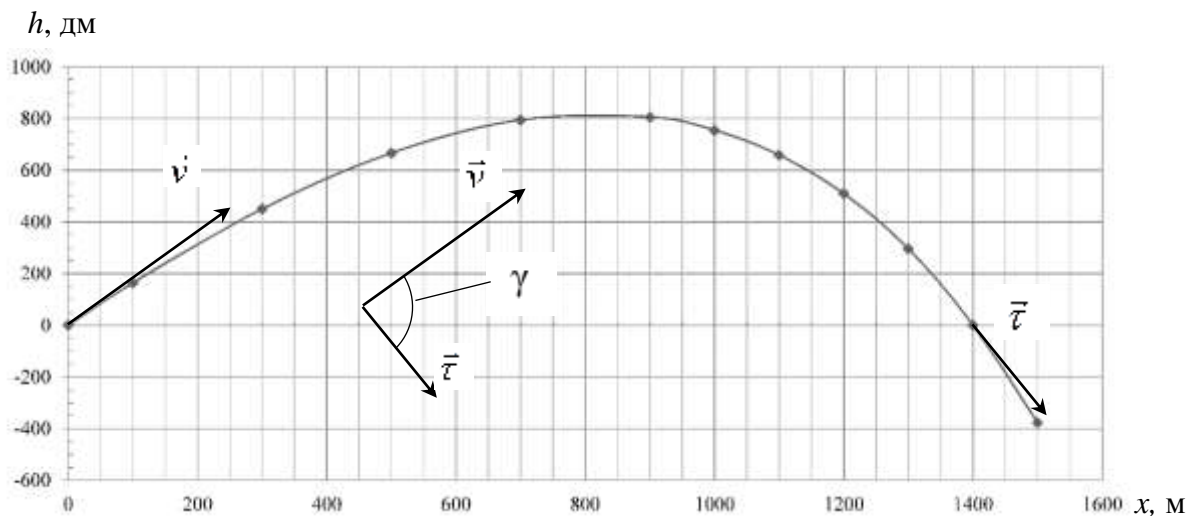


Рис. 4. Траєкторія польоту снаряду з прицільною дальністю 1400м: γ – кут девіації сили опору, \vec{v} – вектор осі гіроскопа, $\vec{\tau}$ – вектор дотичної до траєкторії руху снаряду.

Маючи діаграми траєкторій польоту снарядів можна визначити діапазон зміни кута атаки або девіацію вектору сили аеродинамічного опору, як різницю кутів вектору кидання снаряду \vec{v} та вектору дотичної до траєкторії польоту кулі в кінцевій точці на прицільну дальність. Кут вектору кидання кулі є кутом осі гіроскопічного стабілізаційного обертання, що снаряд отримує під час проходження по нарізному стволу стрілецької зброї.

В таблиці 1 наведено результати розрахунку кутів атаки аеродинамічного опору кулі вздовж траєкторії польоту.

Таблиця 1

Геометричні параметри балістичної траєкторії

Відстань, x м	Висота, h дм	Похідна зміни траєкторії	Кут вектору дотичної до траєкторії, градус	Кут атаки, γ градус
0	0	0.1655	9.3136	0.00
100	164	0.1440	8.1381	1.18
300	450	0.1084	6.1641	3.15
500	666	0.0641	3.6619	5.65
700	794	0.0055	0.3151	9.00
900	805	-0.0510	-2.9196	12.23
1000	754	-0.0963	-5.4836	14.80
1100	658	-0.1501	-8.4747	17.79
1200	509	-0.2163	-12.0243	21.34
1300	296	-0.3050	-16.4888	25.80
1400	0	-0.3959	-20.6564	29.97
1500	-377	-0.5257	-25.8270	35.14

Провівши аналіз траєкторії руху кулі було розраховано, що кут девіації вектору сили аеродинамічного опору на прицільну відстань 1400м сягнув $29,97^\circ$. Приймаючи до уваги можливу прецесію від гіроскопічної стабілізації снаряду, кут атаки може додатково збільшуватись на $1-5^\circ$ при достатній динамічній стабілізації та до 10° при відсутності такої [4]. Тобто сумарну по модулю девіацію кута вектору сили аеродинамічного опору потрібно розглядати як таку, що може досягати 35° . Девіація кутів сили аеродинамічного опору значною мірою не перевищують кілька градусів в "підйомній фазі" траєкторії руху кулі, за рахунок гіроскопічної стабілізації, але стрімко зростає у її "спадаючій фазі" (див. рис. 5).

Треба зазначити, що на практиці, аеродинамічний опір діє вздовж лінії руху снаряду та намагається "покласти" вісь обертання кулі дотично траєкторії руху, що є додатковим фактором стабілізації польоту кулі на "спадній" частині траєкторії після часткової втрати динамічної стабілізації.

У таблиці 2 зведено заміри характерної площі дослідної кулі при куті атаки аеродинамічного опору кулі та наведені розраховані коефіцієнти росту її характерної площі у безрозмірному представленні. Коефіцієнти росту характерної площі кулі виведені по сегментно між двома суміжними розрахунковими точками траєкторії k та інтегрально k_i , від початку польоту.

до розрахункової точки траєкторії

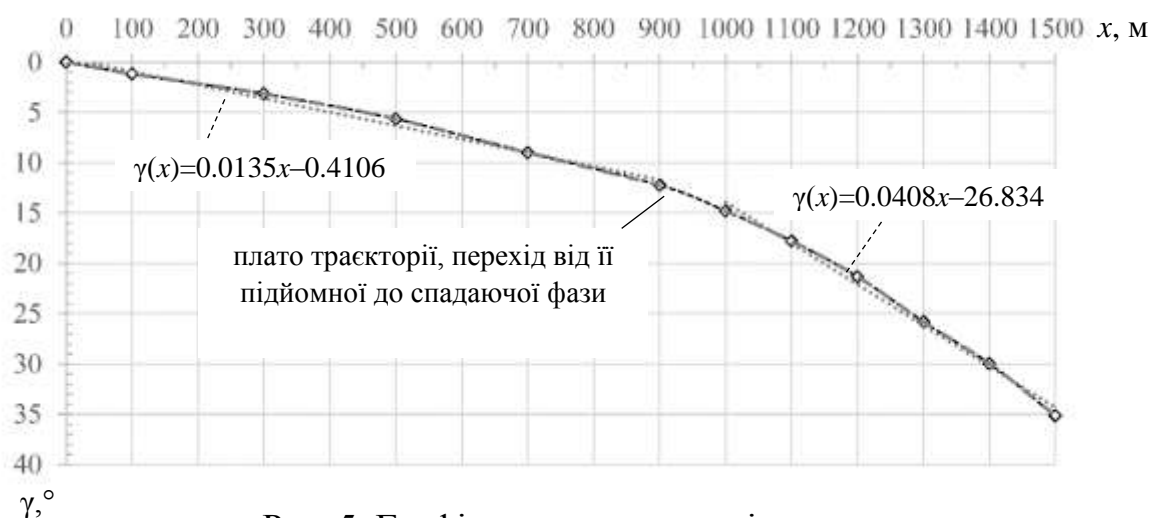


Рис. 5. Графік прискорення зміни кута атаки вздовж траєкторії польоту кулі

Таблиця 2

Залежність коефіцієнтів росту характерної площі від кутів атаки

Кут девіації, γ градус	Характерна площа, A мм ²	Коефіцієнт росту площі, k	Інтегральний коефіцієнт росту площі, k_i
0	58.3585	1.000	1
5	73.2238	1.255	1.255
10	94.0987	1.285	1.612
15	120.303	1.278	2.061
20	148.0867	1.231	2.538
25	175.6118	1.186	3.009
30	202.2173	1.152	3.465
35	227.5299	1.125	3.899
40	251.2757	1.104	4.306
45	273.2297	1.087	4.682
50	293.1991	1.073	5.024
55	311.0151	1.061	5.329
60	326.5331	1.050	5.595
65	339.6288	1.040	5.820
70	350.1985	1.031	6.001
80	358.1611	1.023	6.137
90	363.4598	1.015	6.228

Розглянемо графік зміни характерної площі снаряду від кута атаки вектору сили аеродинамічного опору (див. рис. 6), що створено на основі отриманих проекцій кулі в плані при повороті її в діапазоні від 0 до 90°. Судячи з вигляду отриманого графіку можна зробити висновок про поліноміальний характер залежності. Відповідно до таблиці 1 та враховуючи ймовірність виникнення прецесії кулі, цільовий діапазон зміни характерної площі приймаємо таким, що обмежений кутом девіації у 35°. Проаналізувавши цільовий діапазон кривої графіку було підібрано полігональну аналітичну модель, що відтворює залежність зміни

характерної площі від кута атаки вектору аеродинамічного опору (4).

$$A^m(\gamma) = -0.0023\gamma^3 + 0.1516\gamma^2 + 2.3638\gamma + 58.141. \quad (4)$$

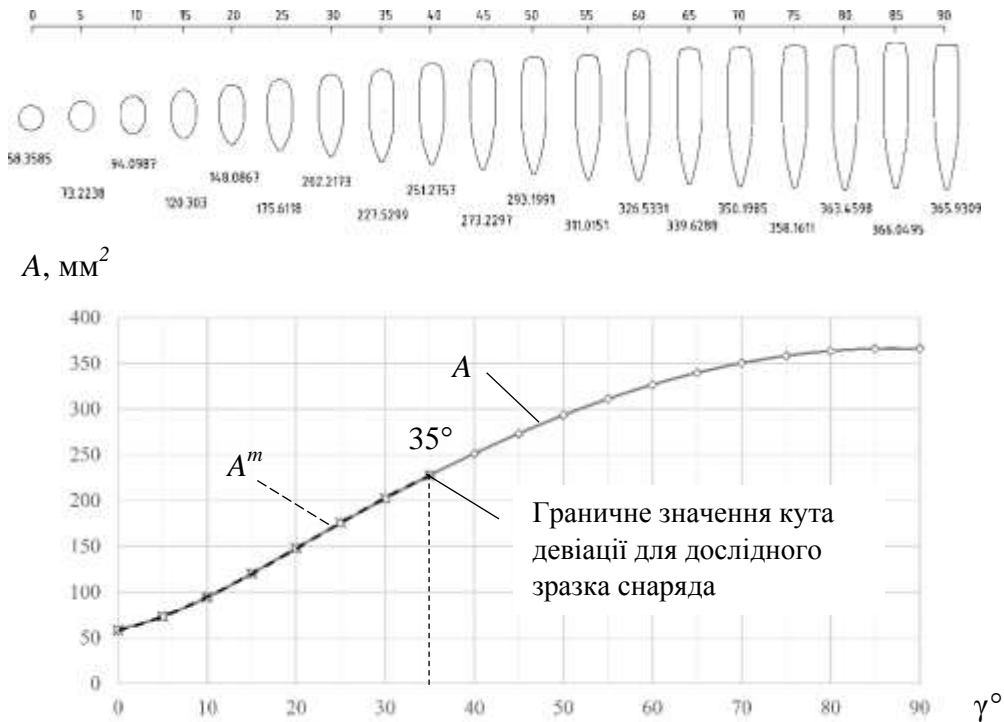


Рис. 6. Графік залежності характерної площі снаряда від кута атаки: A – фізична модель (—); A^m – розрахункова модель (---)

Як видно з графіку на рис. 7 характерна площа кулі, що визначається її проекцією на нормальну площину кривої лінії траєкторії польоту, інтенсивно збільшується до кута атаки в 12.5° , після якого приріст площі суттєво скорочується (див. рис. 7).

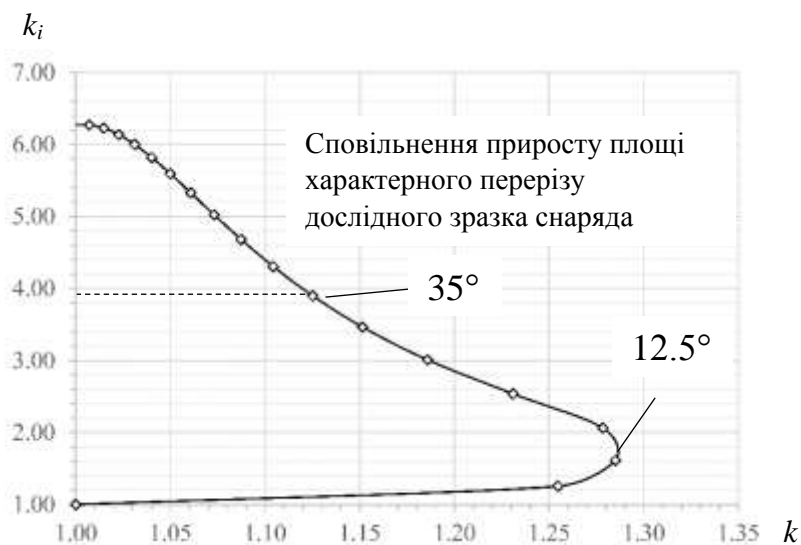


Рис. 7. Графік прискорення зміни характерної площі кулі

З огляду на формулу (2) можна зробити висновок, що коефіцієнт опору (C_d), який є обернено-пропорційним до характерної площі кулі, може

бути уточнений в кожній точці траєкторії польоту через кут вектору аеродинамічного опору за наведеною формулою (4).

Дослідивши інтегральний коефіцієнт росту характерної площі кулі встановлено, що в підйомній фазі польоту кулі характерна площа інтенсивно зростає в 1.8 рази. Такий суттєвий приріс характерної площі впливає на силу опору кулі та, як результат, на її аеродинамічну ефективність та дальність польоту, що має бути враховано при визначенні балістичного коефіцієнту. А сам коефіцієнт опору кулі може бути розраховано як функцію кута атаки на траєкторії польоту (5):

$$C_d(\gamma) = \frac{Fd}{\frac{1}{2}\rho \cdot v(\gamma)^2 \cdot A(\gamma)} \quad (5)$$

Висновки. У роботі проведено дослідження впливу геометричних аспектів криволінійної траєкторії польоту кулі та повороту кулі відносно вектору її руху, що виявило інтенсивну зміну характерної площі кулі у підйомній фазі руху. Математичні моделі розрахунку балістичного коефіцієнту, які використовують усереднене або сегментне значення коефіцієнту опору кулі, можуть бути уточнені запропонованою моделлю розрахунку коефіцієнту опору у кожній цільовій точці траєкторії. Аналітична модель розрахунку характерної площі через кут девіації в кожній точці траєкторії дозволить розв'язувати оптимізаційні задачі пошуку ефективної аеродинамічної форми кулі засобами обчислювальної газодинаміки.

Література

1. Litz, B. Applied Ballistics for Long Range Shooting, Applied Ballistics, 3rd edition LLC, 2015. 144p. ISBN 978-0-9909206-1-8.
2. Данилін Г.А., Огородніков В.П., Заволокін А.Б. Основи проектування патронів до стрілецької зброї: підручник. СПб: Балтійський держ. техн. ун-т, 2005. 374 с. ISBN 5-85546-139-4.
3. Nennstiel, R. How do bullets fly, *AFTE Journal*, 1996. Vol.28, No.2, April. P.104-143.
4. Litz, B. Aerodynamic Drag Modeling for Ballistics, *Applied Ballistics the science of Accuracy*. 2021. P.1-17.
5. Ляпа М.М. Балістична підготовка стрільби, методи і засоби її удосконалення: навчальний посібник. Суми: Видавництво СумДУ, 2008. 161 с.

STUDY OF GEOMETRIC ASPECTS OF BULLET FLIGHT IN SOLVING EXTERNAL BALLISTICS PROBLEMS

Dmytro Kotliar

The results of the study on the impact of geometric aspects of bullet flight along a ballistic trajectory on the calculation of the ballistic coefficient through changes in its characteristic cross-sectional area are presented. The aim of the research is to identify an analytical model for the variation in the characteristic

area of the bullet's normal projections along the ballistic trajectory based on the angle of deviation, which could be used to refine the changes in the aerodynamic drag coefficient when determining the ballistic coefficient (BC).

Given that the ultimate goal of external ballistics is to determine the ballistic coefficient, which helps shooters predict bullet behavior at different distances and adjust their sights for improved accuracy, the use of ballistic calculators simplifies this process, allowing for quick and precise sight adjustments under specific shooting conditions.

The subject of the research is the change in the characteristic cross-sectional area of the bullet in flight, which affects the bullet's form factor parameter when determining the ballistic coefficient.

The present study examined the trajectory diagram of a projectile with a range of 1400m for the 0.338 Lapua Mag. SWISS P Target caliber, weighing 19.4 g / 300 gr. During the research, the deviation of the aerodynamic drag angle of the bullet in flight was identified, providing the boundary values of the bullet's angle of rotation relative to the vector of its movement along the ballistic trajectory.

Additionally, the characteristic areas of the bullet were calculated at different angles of attack of the aerodynamic drag force vector, and the dynamics of changes in the bullet's characteristic area along the entire flight trajectory were determined. The study revealed an intense increase in the bullet's characteristic area during the ascent phase following a polynomial law of change from the angle of attack of the drag force vector. In the study, a cubic mathematical model was established for the characteristic area as a function of the angle of attack for the test bullet, which can be used to refine the bullet's aerodynamic drag coefficient in the mathematical framework of a ballistic calculator, as well as a control function for the optimization task of finding the effective aerodynamic shape of the bullet using computational fluid dynamics (CFD) methods.

Keywords: ballistic coefficient, form factor, ballistic projectile, characteristic area, drag force, angle of attack, normal plane.

References

1. Litz, B. (2015). Applied Ballistics for Long Range Shooting, Applied Ballistics, 3rd edition LLC. 144p. [in English]
2. Danilin G.A., Ogorodnikov V.P., Zavolokin A.B. (2005) Basics of designing cartridges for small arms: pidruchnyk. SPb: Baltiiskyi derzh. tekhn. un-t. 374 p. [in Russian]
3. Nennstiel, R. (1996), How do bullets fly, AFTE Journal, Vol.28, No.2, April, P.104-143.
4. Litz, B. (2021). Aerodynamic Drag Modeling for Ballistics, Applied Ballistics the science of Accuracy. P.1-17.
5. Lapa M.M. (2008) Ballistic shooting training, methods and means of its improvement: uchbovyi posibnyk. Sumy: Vyd-vo SumDU. 161p. [in Ukrainian]