УДК 631.312.021.4:631.312.001.1

# ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ЛІНІЙЧАТОЇ ПОВЕРХНІ ГРУНТООБРОБНОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ ЗМІННОЇ КРИВИНИ

Гурідова В.О. *
*Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет*
Тел. (056) 370-19-36

***Анотація*** **– в роботі розглянуто геометричну модель лінійчатої поверхні, основану на умові розгортності, яка дозволяє будувати поверхні, кривина яких може змінюватись від нуля до якоїсь величини.**

***Ключові слова*** **– геометрія, поверхні, модель, кривина, ґрунтообробка.**

*Постановка проблеми.* Ґрунтообробні робочі органи, особливо лемішно-поличного типу, при роботі деформують скибу ґрунту своєю поверхнею. При цьому для задоволення агротехнологічних вимог, таких, як ступінь заробки рослинних решток, кришення ґрунту, поверхня робочого органу має бути певної кривини. Якщо кривина поверхні дорівнює нулю, то поверхня буде розгортною, а скиба ґрунту буде відчувати деформацію простого згину. Коли кривина поверхні відмінна від нуля, то у скибі будуть протікати пластичні деформації, які будуть сприяти кришенню ґрунту. Тому при конструюванні ґрунтообробних лемішно-поличних робочих органів виникає потреба в геометричних моделях поверхонь, які дозволяють будувати поверхні, кривина яких може змінюватися від нуля до якоїсь величини.

*Аналіз останніх досліджень.* У роботах [2,6] наведена методика побудови поверхонь по їх сферичному відображенню, яке для розгортної поверхні має вигляд лінії, а для нерозгортної – деякої області. Наведена методика потребує при проектуванні розгортної поверхні знати вигляд лінії сферичного відображення, а для нерозгортної поверхні – форму та площу сферичного зображення. Необхідність знання цих величинах значно зменшує придатність методики, так як для побудови поверхонь потрібно мати достовірні дані про лінію сферичного зображення розгортної поверхні, або

* Науковий керівник – д.т.н., професор Тищенко С.С.

області для нерозгортної. У роботі [5] наводиться побудова виключно розгортних поверхонь, а робота [7] пропонує побудову поверхні по двом напрямним кривим, якими є траєкторії руху ґрунту. Недоліком у цьому випадку є побудова поверхні, кривина якої є невизначеною.

*Формулювання цілей статті.* У роботі розглядається геометрична модель, яка дозволяє проектувати лінійчаті поверхні з кривиною, яка змінюється від нуля до якоїсь конкретної величини.

*Основна частина.* Серед лінійчатих поверхонь особливе місце займають розгортні поверхні. Ці поверхні розгортаються на площину без складок. Таке положення забезпечується їх диференційно-параметричними властивостями:

– гаусова кривина поверхні дорівнює нулю;

– нормаль до поверхні не змінює свого напрямку при переміщенні вздовж твірної.

Ці властивості поверхні роблять робочі органи більш технологічними у виготовленні, бо вони менш короблятьcя та мають знижений тяговий опір [1].

Для розробки моделі поверхні визначимо декартову систему координат $Oxyz$ так, що вісь $O_x$ направлена протилежно руху робочого органу, вісь $Oz$ перпендикулярна горизонтальній площині $Oxy$. Тоді вісь $Oy$ буде лежати у горизонтальній площині та буде перпендикулярна до поздовжньо-вертикальної площини $Oxz$.

Задамо в системі координат направляючу криву $m$ (рис. 1) у вигляді:

$m:$

$$x = x(u),\quad y = y(u),\quad z = z(u), \tag{1}$$

де $u$ – будь-який параметр.

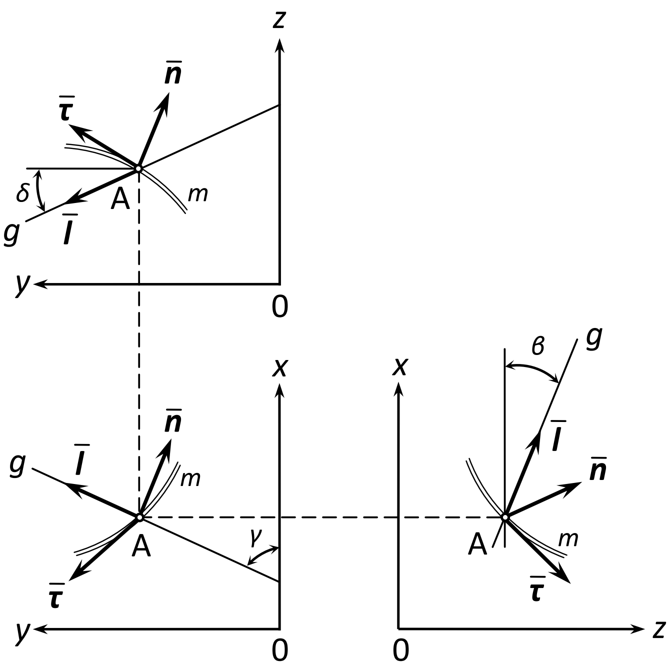


Рис. 1. Схема утворення лінійчатої поверхні.

Твірну $g$ (рис. 1), яка має з направляючою кривою (1) точку інцидентності $A(x_A, y_A, z_A)$, представимо вектором $\vec{l}$ таким чином:

$\vec{l}\,\{a,\ b, c\}$, де $a$, $b$, $c$ – параметри положення вектора твірної.

В загальному вигляді ці параметри можуть мати будь-які значення, і на даний момент вони не визначені. Положення вектору в просторі можна задати двома параметрами. Якщо це будуть кути нахилу твірної до осей координат, то координати вектора $\vec{l}$ будуть такими:

$$\vec{l}\left\{\frac{a}{c}, \frac{b}{c}, 1\right\} \quad \text{або скорочено} \quad \vec{l}\,\{k, r, 1\}, \tag{2}$$

де $k = tg\gamma$, $r = tg\beta$.

Кути $\gamma$ і $\beta$ є кутами нахилу твірної до осі $Ox$ на площині $Oxy$ і $Oxz$ відповідно [4].

Вектор дотичної $\vec{\tau}$ до направляючої кривої (1) визначиться координатами:

$$\vec{\tau}\{x', y', z'\}, \tag{3}$$

де $x', y', z'$ – перші похідні функцій (1) по параметру $u$.

Нормаль до проектуючої поверхні визначається як векторний добуток векторів твірної (2) та дотичної (3):

$$\vec{n} = \vec{l} \cdot \vec{\tau}. \tag{4}$$

Запишемо вираз (4) у координатній формі через одиничні орти $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, які направлені по осям координат $Ox$, $Oy$, $Oz$:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & k & r \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = \vec{i}\,(kz' - ry') - \vec{j}\,(z' - rx') + \vec{k}\,(y' - kx'). \tag{5}$$

Згідно з [3] задамо вектор нормалі до поверхні $\vec{n}$ у вигляді:

$$\vec{n}\{p, q - 1\}, \tag{6}$$

де $p$ і $q$ – часткові похідні поверхні $z = z(x, y)$:

$$p = \frac{\partial z}{\partial x},\ q = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Для отримання координат вектора нормалі (6) поділимо праву частину виразу (5) на $-(y' - kx')$, у результаті чого отримаємо такий вираз:

$$-i\,\frac{kz' - ry'}{y' - kx'} + j\,\frac{z' - rx'}{y' - kx'} + \vec{k}.$$

Звідси будемо мати значення часткових похідних:

$$p = -\frac{kz' - ry'}{y' - kx'}, \quad q = \frac{z' - rx'}{y' - kx'}. \tag{7}$$

Розгортні поверхні являються однопараметричними, тобто визначаються рівнянням:

$$F(x, y, z, a) = 0,$$

де $a$ – параметр поверхні, який виділяє одну конкретну поверхню із всієї множини.

Умова розгортності, виражена через $p$ і $q$, буде виглядати наступним чином [3]:

$$ap' + bq' = 0, \tag{8}$$

де $p'$ і $q'$ – перші похідні виразів (7) по параметру $u$.

Диференціюючи $p$ і $q$ по параметру $u$, будемо мати:

$$p' = \frac{-1}{(ay' - bx')^2}\left[(ay' - bx')(b'z' + bz'' - c'y' - cy'') - (bz' - cy')(a'y' + ay'' - b'x' - bx'')\right],$$

$$q' = \frac{1}{(ay' - bx')^2}\left[(ay' - bx')(az' + az'' - c'x' - cx'') - (az' - cx')(a'y' + ay'' - b'x' - bx'')\right].$$

Підставивши отримані вирази в умову розгортності (8), отримаємо диференціальне рівняння положення твірної:

$$c'(ay' - bx') + c(b'x' - a'y') = (ab' - a'b)\cdot z'. \tag{9}$$

При відомих функціях, наприклад, $a, b, x, y, z$ ми отримаємо функцію $c$ і будемо мати вичерпну інформацію про положення твірної.

Якщо потрібно спроектувати поверхню, кривина якої відмінна від нуля, необхідно у праву частину (8) ввести величину $\lambda$, що буде аналогом кривини поверхні:

$$ap' + bq' = \lambda.$$

Підставляючи значення $p'$ та $q'$ в умову розгортності (8), після перетворення у цьому випадку отримаємо таке диференціальне рівняння:

$$c'(ay' - bx') + c(b'x' - a'y') - z'\cdot(ab' - a'b) = \lambda\cdot(ay' - bx'). \tag{10}$$

Якщо в якості параметра $u$ прийняти координату $x$, то вирази (9) та (10) спростяться

$$c'(ay' - b) + c(b' - a'y') = (ab' - a'b)\cdot z'; \tag{11}$$

$$c'(ay' - b) + c(b' - a'y') - z'\cdot(ab' - a'b) = \lambda\cdot(ay' - b).$$

Ці рівняння об’єднують дві функції тангенсів кутів нахилу проекцій твірної до горизонтальної $Oxy$ та поздовжньо-вертикальної $Oyz$ площини проекцій. Так, якщо задана функція тангенса кута нахилу до горизонтальної $Oxy$ площині проекцій $k = tg\gamma(x)$, при розв’язуванні рівняння (11) отримаємо функцію тангенса кута нахилу твірної до поздовжньо-вертикальної $Oyz$ площині проекцій

$r = tg\beta(x)$. При цьому $a=1$, так як $k=\frac{b}{a}$, $r=\frac{c}{a}$, а $y=y(x)$, $z=z(x)$.

В цьому випадку рівняння (11) буде мати наступний вигляд:

$$r'(y'-k)+r(k'-y')=(k'-k)\cdot z' \quad (12)$$

Якщо направляюча крива опукла відносно осі $Oz$, то в якості параметру $u$ потрібно взяти координату $z$. Тоді рівняння направляючої буде мати вигляд:

$$m: \quad x = x(z), \quad y = y(z).$$

При цьому функції кута нахилу твірної також будуть функціями координати $z$:

$$k = F_1[tg\gamma(z)], \quad r = F_2[tg\beta(z)].$$

Каркас поверхні робочого органу запишемо як рівняння прямих, які проходять через точку інцидентності $A(x_A, y_A, z_A)$ у заданому напрямку:

– на горизонтальній площині проекцій $O_{xy}$:

$$y = k(x - x_A) + y_A,$$

– на поздовжньо-вертикальній площині проекцій $O_{xz}$:

$$x = r(z - z_A) + x_A,$$

– на поперечно-вертикальній площині проекцій $O_{yz}$:

$$y = t(z - z_A) + y_A,$$

де $x_A$, $y_A$, $z_A$ – координати точки інцидентності $A(x_A, y_A, z_A)$;

$t = F_3[tg\delta(z)]$ – функція кута нахилу твірної на поперечно-вертикальній площині проекцій $O_{yz}$.

Знаючи кути нахилу твірної $\gamma$ та $\beta$, за формулами сферичної тригонометрії отримаємо вираз для кута нахилу твірної на поперечно-вертикальній площині проекцій $O_{yz}$:

$$\delta = \arccos(\cos\gamma \cdot \cos\beta).$$

*Висновки.* Розроблена геометрична модель дозволяє проектувати лінійчаті поверхні як розгортні, гаусова кривина яких дорівнює нулю, так і поверхні, гаусова кривина яких буде відмінна від нуля. Таким чином, модель дозволяє проектувати робочі органи, які мають змогу впливати на обробку ґрунту, від простого згину до пластичних деформацій.

Література

1. *Бурченко П.Н.* Исследование энергетических и агротехнических показателей скоростных корпусов / П.Н. Бурченко, А.Н. Иванов и

др. / Обоснование параметров скоростных почвообрабатывающих машин // Труды ВИМ. – М.: Колос, 1974. – Т. 61. – С. 52-75.
2. *Гячев Л.В.* Теория лемешно-отвальной поверхности / Л.В. Гячев – Зерноград, 1961. – 318 с.
3. *Милинский В.И.* Дифференциальная геометрия / В.И. Милинский – Л.: Кубуч, 1934. – 332 с.
4. *Найдыш В.М.* Развертывающиеся линейчатые поверхности, заданные линией пространства параметров / В.М. Найдыш, И.Г. Балюба // Прикладная геометрия и инженерная графика. − К., 1979. − Вып. 27. − С. 89−90.
5. *Рыжов Н.Н.* К вопросу конструирования торсов по наперед заданным условиям / Н.Н. Рыжов, Р.У. Алимов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К, 1979. – Вып. 27. – С. 15-17.
6. *Трухина В.Д.* Применение вычислительной техники при проектировании лемешно-отвальных поверхностей / В.Д. Трухина – Барнаул, 1989. – 82 с.
7. *Тищенко С.С.* Конструирование поверхности окучника для пропашных культур по абсолютным траекториям движения почвы / С.С. Тищенко, В.В. Карась // Вісник Дніпропетровського державного агроуніверситету – Дніпропетровськ, 2006. – №1. – С. 27-30.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛИНЕЙЧАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕГО РАБОЧЕГО ОРГАНА ПЕРЕМЕННОЙ КРИВИЗНЫ

В.О. Гуридова

***Аннотация*** **- в работе рассмотрена геометрическая модель линейчатой поверхности, основанной на условии развертываемости, которая позволяет строить поверхности, кривизна которых может изменяться от нуля до некоторой величины.**

## GEOMETRIC MODEL OF THE RULED SURFACE TILLAGER WORKING BODIES OF VARIABLE CURVATURE

V. Guridova

***Summary***

**Geometrical model of a ruled surface, based on the condition of the sweep, which allows you to build a surface whose curvature can be varied from zero to some value.**