

УДК 514.747+519.85

АКСІОМАТИЧНІ ОСНОВИ ЕВКЛІДОВОЇ НЕЧІТКОЇ ПЛАНІМЕТРІЇ: АКСІОМИ НЕЧІТКОГО ПРОСТОРУ

Баришевський С.О., к.ф.-м.н.

Мелітопольський державний педагогічний університет

ім. Богдана Хмельницького

Тел. (0619) 41-95-78

Анотація – розглянуто застосування до аксіоматичної побудови нечіткого точкового простору евклідової нечіткої планіметрії теорії нечітких множин і нечіткої логіки.

Ключові слова – нечітка логіка, нечітка множина, нечітка точка, нечітка пряма, нечітка площина.

Постановка проблеми. В нечіткій планіметрії є дві нечіткі множини.

1) Нечіткий простір, який розглядається як нечітка множина нечітких точок в якій визначені деякі нечіткі підмножини або нечіткі фігури (нечіткі прямі, нечіткі проміні, нечіткі напівплощини). Простір, за нашою думкою, може розглядатися як деяка точкова нечітка множина \tilde{R} розмірністю два, а нечіткі геометричні фігури – як нечіткі підмножини множини \tilde{R} [1-3]. Вибір нечітких підмножин утворюється не випадково, а відтворює наше представлення про властивості оточуючого світу.

2) Нечітка група перетворень, яка вводить в нечіткому просторі поняття нечіткої рівності і яка є джерелом геометричних властивостей нечітких фігур.

Ці два основних нечітких множин незалежні тільки до деякої степені: внутрішня властивість нечіткої групи визначає властивість нечіткого простору. В даній роботі ми будемо розглядати нечіткий простір розмірністю два, тобто нечітку площину. Проблема полягає в тому, що в наш час не існує загально визнаної нечіткої геометрії, яка побудована на основі нечіткої логіки.

Аналіз останніх досліджень. В роботі [4] розглядаються основи нечіткої дискретної математики з залученням апарату нечіткої логіки [5]. В роботі [1] розглянуті нечіткі включення, нечітка рівність, нечітке відношення і його основні властивості в просторі нечітких множин. Результати, що були отримані в роботі [1] були використані

для аксіоматичної побудови точкових нечітких множин дійсних чисел і їх відображень в алгебраїчних аспектах з залученням апарату нечіткої логіки [2]. Курс нечіткої планіметрії був би неповен, як би при цьому ми обмежились алгебраїчними аспектами, так як багато нечітких (чітких) геометричних структур відносяться до топології. От чому деякі факти у роботі [3] розглянуто з двох точок зору – з алгебраїчної і топологічної. Визначення точкових нечітких дійсних чисел розглянуто за допомогою нечітких b -раціональних наближень.

Формулювання цілей статті. Пропонується розглядання побудови групи аксіом нечіткого простору евклідової нечіткої планіметрії з залученням апарату теорії нечітких множин та нечіткої логіки.

Основна частина. Основні поняття теорії нечітких множин, елементів нечіткої логіки, нечітких співвідношень, нечітких відношень будемо розглядати як в [1-5].

Нечітку множину можна розглядати як об'єднання його складових – одноточкових нечітких множин (ОНМ), носії яких складаються з єдиної точки [1,2]. Нечіткі множини, елементами яких є нечіткі точки, представлені у виді ОНМ, носії яких складаються з єдиної точки чіткого евклідового простору R^+ розмірності 2, будемо називати *нечіткими точками*.

Потрібно відмітити, що нечітку точку можна представити у вигляді нечіткої висловлюваної змінної \tilde{X} . Під *нечіткою висловлювальною змінною* \tilde{X} , будемо розуміти розпливчате висловлювання, степінь істинності якого може приймати довільне значення із інтервалу $[0,1]$ [4,5].

Евклідова нечітка площина – така нечітка множина \tilde{P} елементів які називаються *нечіткими точками* і в якому виділена система непустих нечітких підмножин, які називаються *нечіткими прямими*; для будь-якої нечіткої прямої \tilde{D} і будь-якої нечіткої точки \tilde{o} цієї прямої задані дві нечіткі підмножини, які називаються *нечіткими протилежними променями* з початком \tilde{o} ; для нечітких підмножин \tilde{P} , які називаються *нечіткими протилежними площинами* з границею \tilde{D} .

Аксіоми, які ми будемо вводити поступово, не тільки постулюють властивості чіткої і нечіткої площини або деяких її фігур, але й «будують» таку площину [6]. Із самого початку ми допускаємо, що площина \tilde{P} має по меншій мірі дві нечіткі точки, не враховуючи, що насправді їх більше. Це мінімальне допущення завдяки аксіомі A_1 дозволяє стверджувати, що існує хоча б одна нечітка пряма. З аксіоми

A_2 з необхідністю слідує існування хоча б трьох нечітких точок на будь-якій нечіткій прямій.

Із аксіоми порядку A_3 слідує, що на будь-якій нечіткій прямій є нескінченно багато нечітких точок. Однак, ці точки можуть виявитися «ізолюваними», і на нечіткій прямій, таким чином, можуть виявитися прогалини, які можуть бути заповнені за допомогою нечітких b -раціональних наближень точкових множин дійсних чисел [3].

Нарешті, аксіома розбиття нечіткої площини A_4 вводить поняття нечіткої підмножини, яке дозволяє встановлювати, що поза будь-якою нечіткою прямою є нечіткі точки.

Аксіоми нечіткої прямої A_1 . Площина \tilde{P} містить, по меншій мірі, дві нечіткі точки. Для будь-яких двох різних нечітких точок існує єдина відносно носія нечітка пряма, яка їх містить.

Аксіома розбиття нечіткої прямої A_2 . Протилежні нечіткі промені будь-якої прямої \tilde{D} , які мають початком довільну точку \tilde{o} цієї прямої, непусті і утворюють розбиття множини $\tilde{D} \setminus \{\tilde{o}\}$.

Аксіома порядку A_3 . Серед будь-яких трьох різних нечітких точок, які належать одній нечіткій прямій, існує одна і тільки одна відносно носія нечітка точка, яка лежить між двома іншими.

Аксіома розбиття нечіткої площини A_4 . Для будь-якої прямої \tilde{D} протилежні нечіткі півплощини з границею \tilde{D} непусті й утворюють розбиття множини $\tilde{P} \setminus \tilde{D}$, при чому ці нечіткі напівплощини випуклі для будь-яких двох нечітких точок \tilde{a} і \tilde{b} , які належать різним нечітким напівплощинам, існує нечітка точка прямої \tilde{D} , яка лежить між ними.

Висновки. В статті розглянуто застосування до аксіоматичної побудови нечіткого простору евклідової нечіткої планіметрії нечіткої логіки і теорії нечітких множин. В подальших дослідженнях буде розглянута підсистема аксіом евклідової нечіткої планіметрії, які характеризують властивості нечіткої групи ізометрії.

Література

1. *Баришевський С.О.* Основи теорії точкових нечітких множин./ С.О.Баришевський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Випуск 4 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Т 52. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – С.141-144.
2. *Баришевський С.О.* Точкові нечіткі множини та їх відображення./

- С.О. Баришевський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Випуск 4 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Т.54. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – С.3-8.
3. *Баришевський С.О.* Основи теорії точкових нечітких множин: алгебраїчні та топологічні аспекти./ С.О. Баришевський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Випуск 4 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Т.57 – Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – С.22-27.
 4. *Берштейн Л.С.* Нечеткие графы и гиперграфы./ Л.С. Берштейн, А.В. Боженюк – М.: Научный мир, 2005. – 256 с.
 5. *Новак В.* Математические принципы нечеткой логики./ В. Новак, И.Перфильева, И. Мочкорж – Пер. с англ.: Под ред. Аверкина А.Н. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 352с.
 6. *Донеддю А.* Эвклидова планиметрия./ А. Донеддю - М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1978. – 272с.

АКСИОМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЕВКЛИДОВОЙ НЕЧЕТКОЙ ПЛАНИМЕТРИИ: АКСИОМЫ НЕЧЕТКОГО ПРОСТРАНСТВА

С.О. Барышевский

Аннотация - рассмотрено применение к аксиоматическому построению нечеткого пространства эвклидовой нечеткой планиметрии теории нечетких множеств и нечеткой логики.

AXIOMATIC FOUNDATIONS OF EUCLIDEAN PLANE GEOMETRY FUZZY: THE AXIOMS OF FUZZY SPACE

S. Baryshevskij

Summary

The application to the axiomatic construction of a fuzzy space: euclidean plane geometry of fuzzy theory of fuzzy sets and fuzzy logic.