

УДК 514.182.7

МОДЕЛЮВАННЯ КАРКАСУ СКЛАДЕНОЇ ПОВЕРХНІ НА ОПОРНОМУ КОНТУРІ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

Золотова А.В.*

Київський національний університет будівництва та архітектури

Тел. (044) 241-55-47

Анотація – пропонується використання статико-геометричного методу в параметричному вигляді для формування дискретних каркасів складених поверхонь під дією рівномірно-кускового навантаження на опорному контурі, форма якого відрізняється від прямокутної із забезпеченням гладкого стикування окремих порцій. Це дозволяє застосовувати більше параметрів для управління формою поверхні і отримувати врівноважені поверхні різноманітних форм.

Ключові слова – кускова інтерполяція, складена поверхня, метод статичної рівноваги, умова гладкого стикування, похибка дискретизації.

Постановка проблеми. Кускова інтерполяція дозволяє розв'язувати задачу моделювання складених поверхонь при великому масиві вихідних даних, використовуючи порції більш простих поверхонь. При дискретній інтерполяції, яку можна розглядати як чисельне розв'язання диференціальних рівнянь, виникає похибка дискретизації, яка при кусковій інтерполяції не може забезпечити гладкість стикування окремих порцій. У точках стику з'являється злам поверхні, що моделюється, якій збільшується із збільшенням кроку дискретизації. Ставиться задача виключення впливу похибки дискретизації на гладкість стикування порцій. В основу формоутворення дискретних моделей кривих ліній і поверхонь положено метод статичної рівноваги [1]. У випадку, коли опорний контур поверхні має складну форму (відрізняється від прямокутної), чотирикутні клітини сітки мають форму неправильних чотирикутників. Виникає задача знаходження не тільки аплікату внутрішніх вузлів каркасу, а і їх положення в плані.

Аналіз останніх досліджень. Основи статико-геометричного методу моделювання неперервних поверхонь викладено в [1]. У роботах [2-4] було розглянуто питання формування дискретного

* Науковий керівник: д.т.н., професор Ковальов С.М.

каркасу поверхні за допомогою статико-геометричного методу під дією рівномірно-кускового навантаження на прямокутному опорному контурі на рівномірній сітці з чотирикутними клітинами.

Формулювання цілей статті. Застосувати статико-геометричний метод для формування дискретного каркасу складеної поверхні під дією рівномірно-кускового навантаження на опорному контурі, форма якого відрізняється від прямокутної, із забезпеченням умови гладкого стикування окремих порцій.

Основна частина. Для формування дискретного каркасу складеної поверхні на опорному контурі, форма якого відрізняється від прямокутної застосовуємо статико-геометричний метод [1] в параметричному вигляді. Вихідними даними для формування дискретного каркасу поверхні є топологічна структура сітки, крайові умови і закон розподілення зовнішнього формоутворюючого навантаження між вузлами. Щоб сформувати дискретний каркас складеної поверхні статико-геометричним методом під дією рівномірно-кускового зовнішнього навантаження, необхідно задати координати вузлів опорного контуру, побудувати сітку в плані, прив'язати до системи координат, пронумерувати вузли, задати аплікати внутрішніх вузлів, число яких має дорівнювати числу порцій поверхні. Потім потрібно скласти рівняння рівноваги відносно кожного внутрішнього вузла по x , y , z . Отримуємо три системи лінійних рівнянь, які розв'язуємо за допомогою програми MathCAD і будуємо каркас поверхні.

Приклад 1. Побудувати каркас складеної поверхні з чотирьох порцій. Задано координати вузлів опорного контуру (рис.1): 4,0(160,0,0), 4,1(170,47,0), 3,2(135,86,0), 2,3(107,135,0), 1,4(54,165,0), 0,4(0,160,0), -1,4(-54,165,0), -2,3(-107,135,0), -3,2(-135,86,0), -4,1(-170,47,0), -4,0(-160,0,0), -4,-1(-170,-47,0), -3,-2(-135,-86,0), -2,-3(-107,-135,0), -1,-4(-54,-165,0), 0,-4(0,-160,0), 1,-4(54,-165,0), 2,-3(107,-135,0), 3,-2(135,-86,0), 4,-1(170,47,0), і аплікати внутрішніх вузлів $z_{1-2}=35$, $z_{21}=40$, $z_{2-1}=30$, $z_{00}=60$.

Наносимо сітку з чотирикутними клітинами на опорний контур, прив'язуємо до локальної системи координат. Зважаючи на те, що форма опорного контуру відрізняється від прямокутного, клітини сітки не будуть прямокутниками. Тому потрібно обчислити не лише аплікати внутрішніх вузлів, але і положення їх в плані.

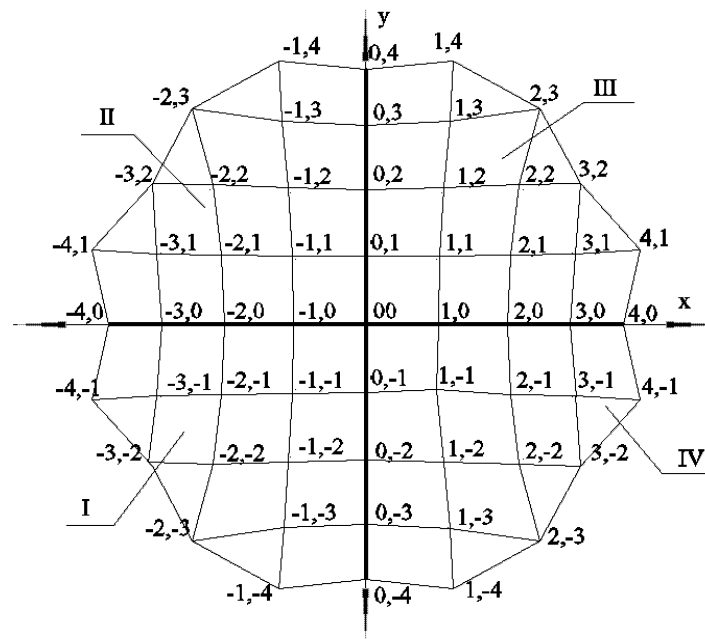


Рис. 1. Схема опорного контуру поверхні.

Скористаємось статико-геометричним методом дискретної інтерполяції в параметричному вигляді. Потрібно скласти три незалежних системи рівнянь рівноваги для всіх внутрішніх вузлів сітки. Рівняння рівноваги довільного вузла i, j по x , y і z :

$$x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} + kPx_{i,j} = 0; \quad (1)$$

$$y_{i-1,j} + y_{i+1,j} + y_{i,j-1} + y_{i,j+1} - 4y_{i,j} + kPy_{i,j} = 0; \quad (2)$$

$$z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} - 4z_{i,j} + kPz_{i,j} = 0. \quad (3)$$

При вертикальному навантаженні складові рівнянь kPx і kPy дорівнюють 0, тому рівняння (1) і (2) в нашому випадку мають вигляд:

$$x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} - 4x_{i,j} = 0; \quad (4)$$

$$y_{i-1,j} + y_{i+1,j} + y_{i,j-1} + y_{i,j+1} - 4y_{i,j} = 0. \quad (5)$$

В системі рівнянь рівноваги (3) для вузлів, що знаходяться на лінії стику порцій, замість рівнянь рівноваги записуємо умову гладкого стику [2]. Результати розв'язання систем рівнянь рівноваги внутрішніх вузлів представлено в таблицях 1-3.

Навантаження на вузли в окремих порціях: $kP_I=42.771$
 $kP_{II}=24.817$ $kP_{III}=27.759$ $kP_{IV}=31.438$.

Таблиця 1.

Таблиця абсцис внутрішніх вузлів.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
3			-52.32	-4.82×10^{-15}	52.32		
2		-95.01	-48.27	-1×10^{14}	48.27	95.01	
1	-130.50	-89.79	-45.72	-1.35×10^{-14}	45.72	89.79	130.5
0	-127.23	-87.91	-44.89	-2.947×10^{-14}	44.84	87.91	127.23
-1	-130.5	-89.79	-45.72	-1.35×10^{-14}	45.72	89.79	130.5
-2		-95.01	-48.26	-1.006×10^{14}	48.26	95.01	
-3			-52.32	-4.82×10^{-15}	52.32		

Таблиця 2.

Таблиця ординат внутрішніх вузлів.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
3			127.73	125.08	127.73		
2		87.64	85.83	84.88	85.83	87.64	
1	44.18	43.72	43.08	42.76	43.08	43.73	44.18
0	1.6×10^{-12}	1.3×10^{-12}	3.9×10^{-13}	3.6×10^{-13}	4.9×10^{-13}	5.9×10^{-13}	2.4×10^{-13}
-1	-44.18	-43.72	-43.08	-42.76	-43.08	-43.72	-44.18
-2		-87.64	-85.83	-84.88	-85.83	-87.64	
-3			-127.78	-125.08	-127.73		

Таблиця 3.

Таблиця аплікату внутрішніх вузлів.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
3			27.759	31.438	22.677		
2		31.888	50.686	52.611	42.771	24.817	
1	25.523	47.955	61.578	62.844	54.482	40	20.408
0	25.225	43.92	55.914	60	55.814	43.795	25.136
-1	14.872	30	41.573	48.885	48.483	37.732	19.842
-2		15.373	27.229	35.105	35	22.308	
-3			12.604	18.924	17.606		

Відповідно до отриманих даних в програмі AutoCAD побудовано тривимірну модель каркасу складеної поверхні (рис. 2).

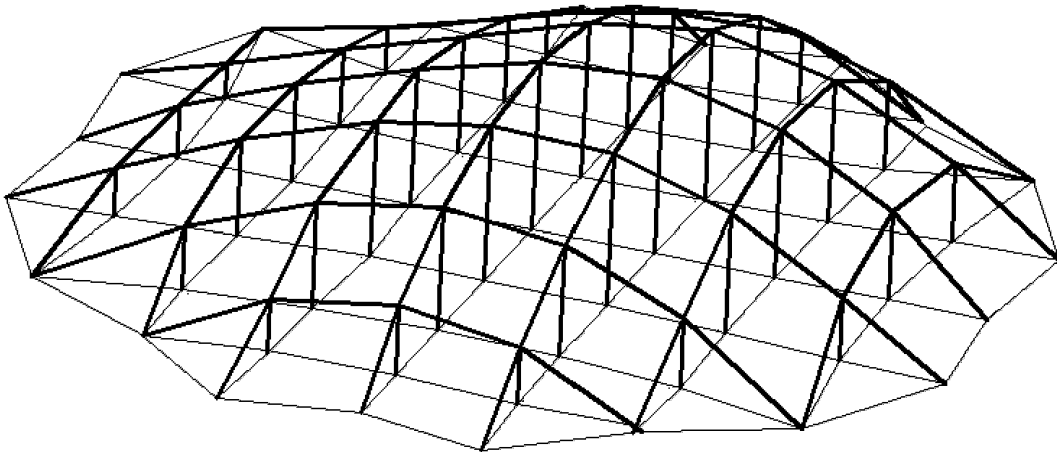


Рис. 2. Модель каркасу складеної поверхні.

Приклад 2. Побудувати каркас складеної поверхні, сформованої під дією рівномірно кускового навантаження (рис.3). Задано координати опорного контуру: 0,0(0,0,0), 1,0(100,0,0), 2,0(200,0,0), 3,0(300,0,0), 4,0(400,0,0), 0,1(0,100,0), 4,1(400,100,0), 0,2(0,200,0), 4,2(400,200,0), 0,3(0,300,0), 4,3(400,300,0), 0,4(0,400,0), 4,4(400,400,0), 4,5(400,500,0), 4,6(400,600,0), 4,7(400,700,0), 4,8(400,800,0), 0,5(0,500,0), 8,5(800,500,0), 0,6(0,600,0), 8,6(800,600,0), 1,7(100,700,0), 8,7(800,700,0), 2,8(200,800,0), 8,8(800,800,0), 3,9(300,900,0), 8,9(800,900,0). Задано координати внутрішніх вузлів: 2,2(200,200,40), 2,6(200,600,70), 6,6(600,600,50). Товстою лінією показано лінії стику. Незважаючи на те, що опорний контур поверхні відрізняється за формою від прямокутного, крок сітки залишається рівномірним, тому для визначення аплікату внутрішніх вузлів потрібно скласти тільки одну систему рівнянь (3).

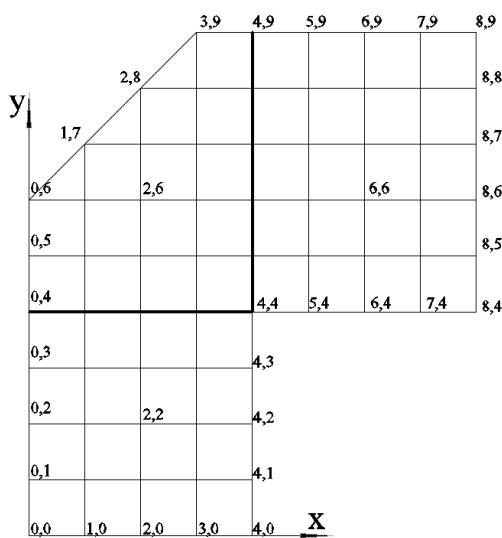


Рис. 3. Схема опорного контуру.

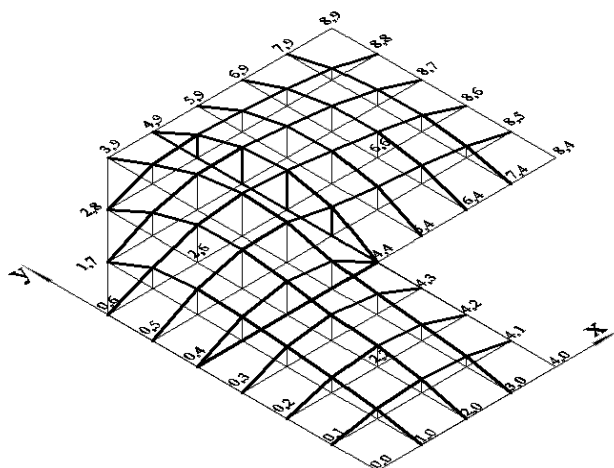


Рис. 4. Дискретний каркас поверхні.

Тривимірну модель каркасу поверхні побудовано в програмі AutoCAD (рис. 4). Результат розрахунку аплікати внутрішніх вузлів наведено в табл. 4.

Таблиця 4.

Аплікати вузлів складеної поверхні.

9				0	0	0	0	0	0
8			0	38.041	44.71	40.252	33.241	21.521	0
7		0	44.364	68.465	70.116	61.186	49.318	30.972	0
6	0	21.873	39.665	82.35	75.671	63.189	50	31.179	0
5	0	49.671	70	74.632	76.275	56.601	44.026	34.443	0
4	0	45.399	63.593	52.527	0	0	0	0	0
3	0	37.313	50.794	39.222	0				
2	0	30.009	40	30.518	0				
1	0	19.672	25.63	19.799	0				
0	0	0	0	0	0				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Висновки. В результаті двовимірної дискретної інтерполяції на опорному контурі, форма якого відрізняється від прямокутної, можна отримати дискретний каркас поверхні, всі точки якого належать гладкій поверхні, якщо застосувати статико – геометричний метод в параметричному вигляді, а рівняння рівноваги вузла у точці стику замінити на умову гладкого стику. В подальшому можна дослідити формування дискретного каркасу складеної поверхні на сітці з трикутними та шестикутними клітинами.

Література

1. Ковалёв С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / С.Н. Ковалёв – М: МАИ, 1986. – 348с.
2. Золотова А.В. Дискретна двовимірна інтерполяція з першим порядком гладкості стикування порцій/ С.М. Ковальов, А.В. Золотова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2011. – Вип.87. – С.164-170.
3. Золотова А.В. Формування дискретного каркасу складеної поверхні при рівномірному розподіленні зовнішнього формоутворюючого навантаження / А.В. Золотова, О.І. Ахматшіна // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків, 2011. – Вип.28. – С.161-165.
4. Золотова А.В. Моделирование дискретных каркасов составных криволинейных поверхностей большепролётных покрытий /

А.В. Золотова // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM – 2013): труды 13-й международной конференции. – М.: Аналитик, 2013. – С. 150–152.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАРКАСА СОСТАВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ОПОРНОМ КОНТУРЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

А.В. Золотова

Аннотация – предлагается использование статико-геометрического метода в параметрическом виде для моделирования каркасов составных поверхностей под действием равномерно-кусочной внешней формообразующей нагрузки на произвольном опорном контуре с обеспечением гладкой стыковки отдельных порций. Это позволяет использовать больше параметров управления формой поверхности и получать равновесные поверхности разнообразных форм.

STRUCTURAL MODELING OF THE COMPOSITE SURFACE ON THE REFERENCE CONTOUR OF ARBITRARY FORM

A. Zolotova

Summary

The proposed use of the static-geometric method in parametric form for modeling frameworks of composite surfaces subjected to a uniformly piecewise-forming external load on an arbitrary reference circuit ensuring smooth docking individual pieces. This allows to use more parameters to control the shape of surface and to receive various forms of equilibrium surfaces.