

УДК 515.2+563.3

ФОРМОУТВОРЮЮЧА РОЛЬ ЗОВНІШНЬОГО НАВАНТАЖЕННЯ В СТАТИКО-ГЕОМЕТРИЧНОМУ МЕТОДІ

Ковальов С.М., д. т.н.,

Ахматшина О.І.

Київський національний університет будівництва та архітектури

Тел. (044) 241-55-46

Анотація – визначено умови лінійності системи рівнянь рівноваги вузлів при формуванні дискретних каркасів поверхонь статико-геометричним методом. Розглянуто приклади, що демонструють формоутворюючу роль зовнішнього навантаження на вузли сітки при конструюванні дизайн-форм.

Ключові слова – дискретний каркас, рівновага вузлів, формоутворююче навантаження.

Постановка проблеми. Статико-геометричний метод дозволяє формувати дискретні каркаси поверхонь на основі статичної рівноваги вузлів сітки під дією зовнішніх зусиль, що функціонально розділені між вузлами. Якщо параметри вектора кожного зовнішнього зусилля залежать тільки від номера вузла сітки і не залежать від його координат, задача розв'язується як система лінійних рівнянь рівноваги вузлів. При моделюванні реальної фізичної природи утворення поверхні такий розподіл зусиль є вкрай обмеженим і, як правило, відбиває дію власної ваги модельованого виробу, але при утворенні дизайн-форм зовнішні зусилля можуть відігравати формоутворюючу роль і не обов'язково повинні відповідати певному реальному явищу. Метою даної статті є показати можливості узагальнення статико-геометричного методу формування дискретних каркасів поверхонь для конструювання дизайн-форм при використанні формоутворюючої ролі зовнішнього навантаження.

Аналіз останніх досліджень. В роботі [1] сказано про можливість використання статико-геометричного методу для геометричного моделювання принципів утворення природних форм стосовно архітектурного та технічного дизайну, але детально досліджено моделі, які можна використати лише в архітектурному дизайні, де зовнішнє навантаження на вузли дискретних сіток відповідають власній вазі конструкцій. У цих випадках вектори зусиль зовнішнього навантаження є вертикальними і тому не пов'язані з координатами вузлів сітки, а система рівнянь рівноваги вузлів є

лінійною. Зусилля зовнішнього навантаження, напрям яких відрізняється від вертикального, розглянуто в роботах [3], де вони відповідають внутрішньому надлишковому тиску і є нормальними до модельованої поверхні. У цьому разі вони пов'язані з координатами вузлів ще не визначеної сітки, що приводить до не лінійності системи рівнянь рівноваги вузлів. Тому задачі визначення точкового каркаса поверхні розв'язуються складними ітераційними способами.

Формулювання цілей статті. Визначити умови лінійності системи рівнянь рівноваги вузлів при формуванні дискретних каркасів поверхонь статико-геометричним методом. Розглянути приклади, що демонструють формоутворюючу роль зовнішнього навантаження на вузли сітки при конструюванні дизайн-форм.

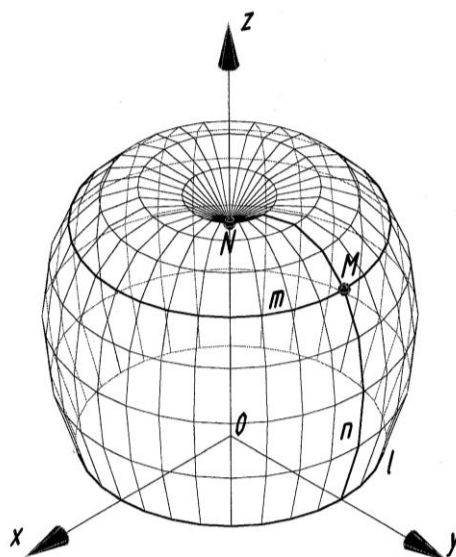
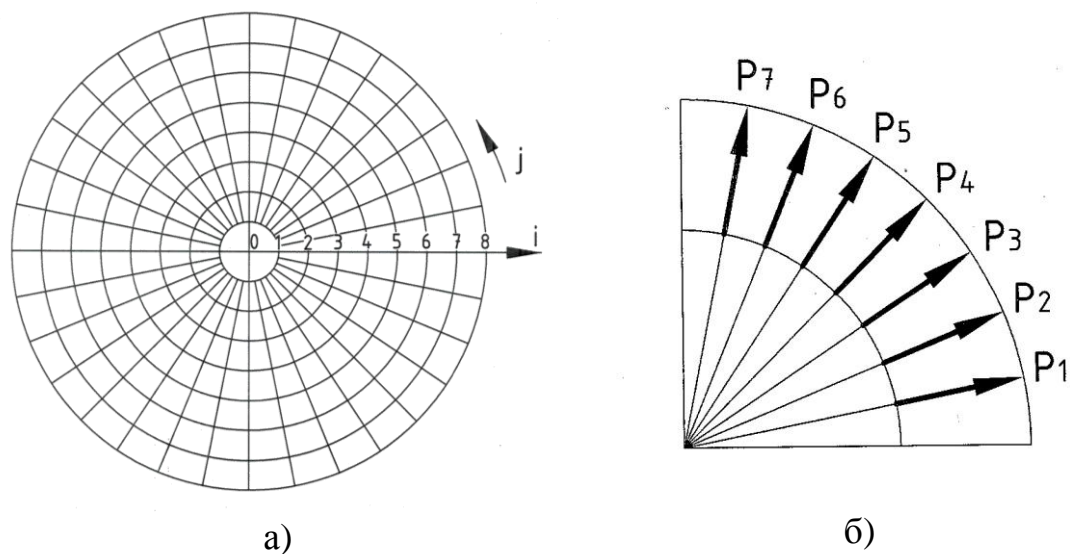
Основна частина. Для того щоб рівняння рівноваги вузлів були лінійними, параметри зовнішнього формоутворюючого навантаження не повинні бути пов'язаними з координатами вузлів сітки. Розподіл зовнішнього навантаження між вузлами сітки повинен відповідати деякому закону, що описується неперервною функцією двох змінних, які в дискретному вигляді відповідають номерам вузлів на закономірній сітці. Отже, для формування дискретного каркаса поверхні вихідними даними повинні бути: топологічна схема сітки, яка встановлює зв'язки між вузлами і нумерацією вузлів; дискретний графік розподілу зовнішнього навантаження між вузлами, що має вільні параметри, число яких відповідає числу координат заданих внутрішніх вузлів сітки; координати контурних вузлів сітки. Управління формою модельованої поверхні здійснюється за рахунок варіювання параметрів графіка розподілу зовнішнього навантаження, координат заданих внутрішніх вузлів сітки та параметрів опорного контура.

Розглянемо запропоновану модель на конкретних прикладах формування дискретних точкових каркасів поверхонь обертання, форма яких відповідає дизайну плафонів світильників. Осьова симетрія поверхонь обертання дозволяє значно спростити розрахунки, оскільки систему рівнянь рівноваги вузлів потрібно скласти лише для одного меридіану поверхні, а решту координат можна визначити за умовами симетрії.

Приклад 1 (рис. 1). Опорний контур сітки задано в вигляді кола l (рис. 1,в):

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 9; \\ Z &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

на якому задано 32 вузли з рівномірним кроком.



в)
Рис. 1.

Задано також закріплений вузол N ($x=0; y=0; z=5$) та рівень паралелі m ($Z_m=5$) поверхні обертання, де Z_m – параметр управління формою поверхні.

Рівняння рівноваги довільного вузла меридіану мають вигляд:

$$\begin{aligned} X_{-1,j} + X_{1,j} + X_{0,j-1} + X_{0,j+1} - 4X_{0,j} + kP_{0,j,x} &= 0; \\ Z_{-1,j} + Z_{1,j} + Z_{0,j-1} + Z_{0,j+1} - 4Z_{0,j} + kP_{0,j,z} &= 0; \\ y &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Враховуючи симетрію сітки, рівняння (2) можна спростити:

$$X_{j-1} - 2,0384X_j + X_{j+1} + kP_{j,x} = 0; \quad (3)$$

$$Z_{i-1} - 2Z_i + Z_{i+1} + kP_{i,z} = 0, \quad (4)$$

де $P_{j,x}$ та $P_{j,z}$ – проєкції зусилля P , що діє на вузли меридіану n , відповідно на координатні осі Ox та Oz .

Проєкції $P_{j,x}$ та $P_{j,z}$ на осі Ox та Oz можна визначити за графіком (рис. 1,б) розподілу зусиль між вузлами меридіану n :

$$kP_{j,x} = kP \cos \frac{90^\circ \cdot j}{n}; \quad (5)$$

$$kP_{j,z} = kP \sin \frac{90^\circ \cdot j}{n}, \quad (6)$$

де n – число кроків поділу меридіану n , i – номер вузла меридіану.

При $n = 8$ маємо:

$$kP_{j,x} = kP \cos(j \cdot 11^\circ 25'); \quad (7)$$

$$kP_{j,z} = kP \sin(j \cdot 11^\circ 25'); \quad (8)$$

Аплікати вузлів меридіану n та зовнішнє навантаження kP при розв'язанні системи рівнянь (4):

$$\begin{aligned} -2Z_1 + Z_2 + kP \sin 11^\circ 25' &= 0; \\ Z_1 - 2Z_2 + Z_3 + kP \sin 22^\circ 5' &= 0; \\ Z_2 - 2Z_2 + Z_3 + kP \sin 33^\circ 75' &= 0; \\ Z_3 - 2Z_M + Z_5 + kP \sin 45^\circ &= 0; \quad (9) \\ Z_M - 2Z_5 + Z_6 + kP \sin 56^\circ 25' &= 0; \\ Z_5 - 2Z_6 + Z_7 + kP \sin 67^\circ 5' &= 0; \\ Z_6 - 2Z_7 + kP \cos 78^\circ 75' + 5 &= 0. \end{aligned}$$

Результати розв'язання системи рівнянь (9) при $Z_M = 5$, за якими на рис. 1,в побудовано каркас поверхні, наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.

J	$\cos(j \cdot 11^\circ 25')$	$\sin(j \cdot 11^\circ 25')$	X_j	Z_j
8	0	0,463	0	5
7	0,0903	0,4542	0,9151	5,6571
6	0,1772	0,4278	1,775	5,8512
5	0,2572	0,385	2,5263	5,6176
4	0,3273	0,3273	3,1173	5
3	0,385	0,1772	3,6336	2,8523
2	0,4275	0,1772	3,6336	2,8523
1	0,4542	0,0903	3,4782	1,4725
0	0,463	0	3	0

З системи рівнянь (9) визначено також величину вектора зовнішнього навантаження $kP=0,463$, яку враховано при розрахунку абсцис вузлів меридіану n при розв'язанні системи рівнянь (3):

$$\begin{aligned} -2,0384X_1 + X_2 + 3,4542 &= 0; \\ X_1 - 2,0384X_2 + X_3 + 0,4278 &= 0; \\ X_2 - 2,0384X_3 + X_4 + 0,385 &= 0; \\ X_3 - 2,0384X_4 + X_5 + 0,3273 &= 0; \\ X_4 - 2,0384X_5 + X_6 + 0,2572 &= 0; \\ X_5 - 2,0384X_6 + X_7 + 0,1772 &= 0; \\ X_6 - 2,0384X_7 + 0,0903 &= 0. \end{aligned}$$

Результати розв'язання цієї системи наведено в таблиці 1.

Варіювання параметра Z_M дозволяє змінювати форму поверхні. На рис. 2 показано два меридіани поверхні обертання відповідно при $Z_M = 4$ та $Z_M = 3$. Відповідні значення координат вузлів цих меридіанів на величини проекцій зовнішніх зусиль наведено в таблиці 2 і 3.

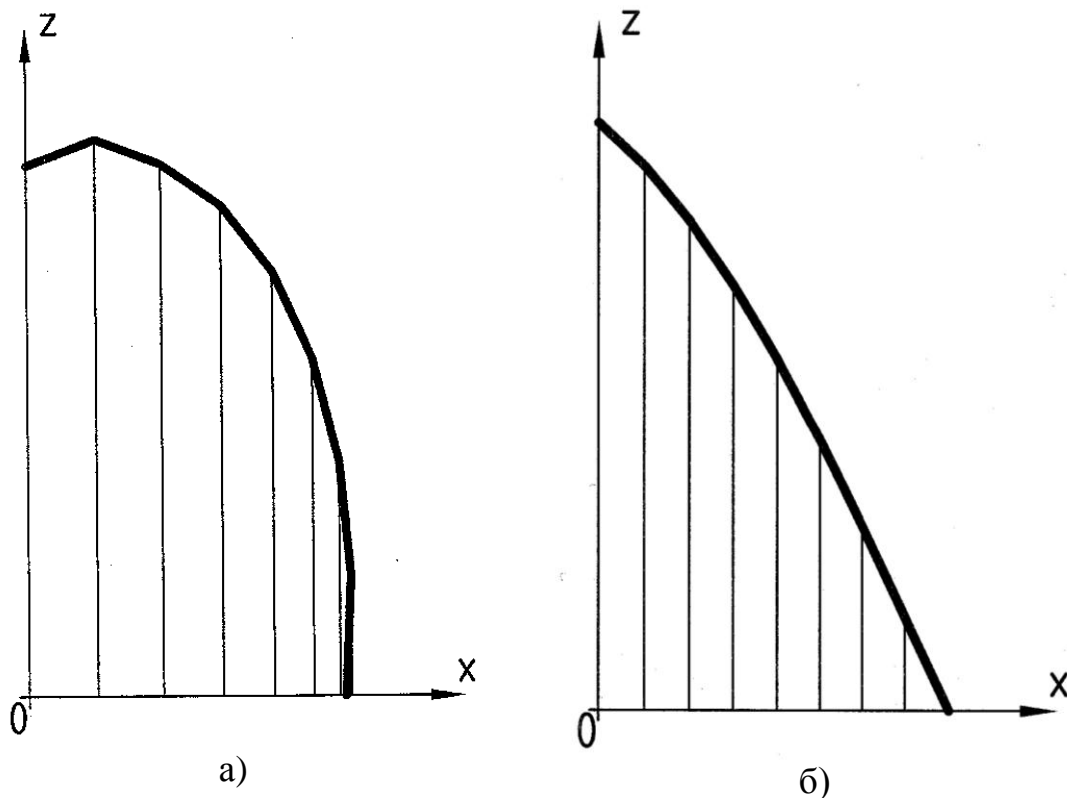


Рис. 2.

Таблиця 2.

J	P_x	P_z	X	Z
8	0	0,2778	0	5
7	0,0542	0,2725	0,6524	5,2442
6	0,1063	0,2567	1,2756	5,0106
5	0,1543	0,231	1,8414	4,6204
4	0,1964	0,1964	2,3237	4
3	0,231	0,1543	2,6988	3,183
2	0,2567	0,1063	2,9465	2,2116
1	0,2725	0,0542	3,0506	1,1338
0	0,2778	0	3	0

Таблиця 3.

J	P_x	P_z	X	Z
8	0	0,0926	0	5
7	0,0181	0,0908	0,7761	4,17
6	0,0354	0,0856	1,2756	5,0106
5	0,0514	0,077	1,157	3,6232
4	0,0655	0,0655	1,5309	3
3	0,077	0,0514	1,8981	2,3112
2	0,0856	0,0354	2,2612	1,5709
1	0,0908	0,0181	2,6355	0,7951
0	0,0926	0	3	0

На рис. 3 показано можливість варіювання форми меридіану поверхні за рахунок зміни графіка розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження (рис. 3,а):

$$P_x = P \cos \left(\frac{j \cdot 180^\circ}{n} - 90^\circ \right);$$

$$P_y = P \sin \left(\frac{j \cdot 180^\circ}{n} - 90^\circ \right).$$

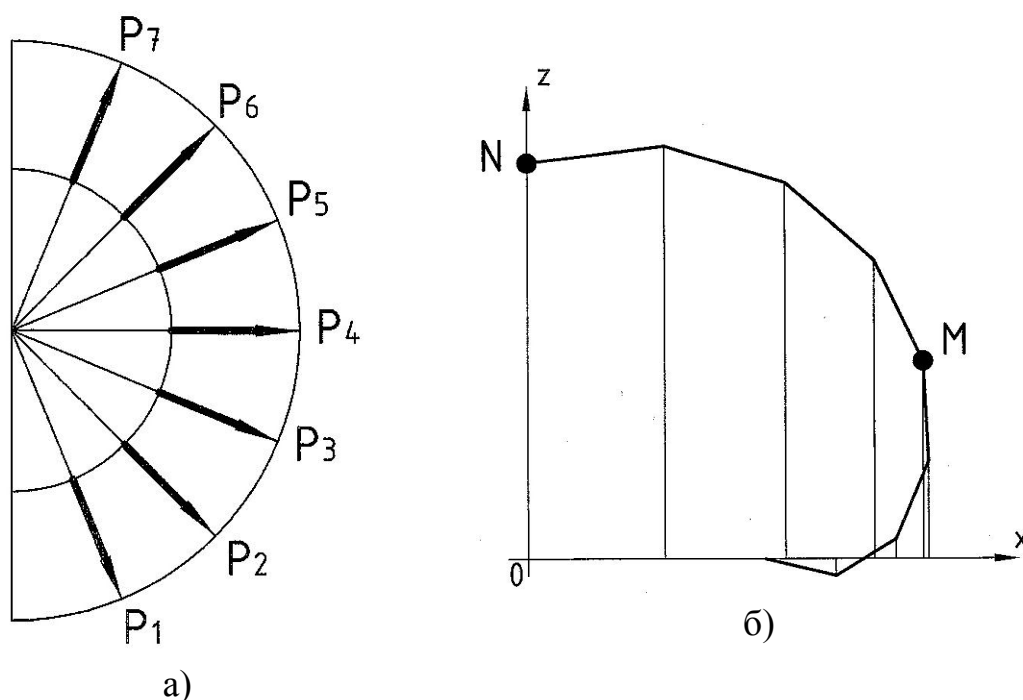


Рис. 3.

Координати вузлів меридіану та відповідні значення параметрів P_x та P_z наведено в таблиці 4.

Таблиця 4.

J	P_x	P_z	X	Z
8	0	1	0	5
7	0,3827	0,9239	1,7375	5,2167
6	0,7071	0,7071	3,2597	4,7525
5	0,9239	0,3827	4,386	3,7673
4	15	0	5	2,5
3	0,9239	-0,3827	5,0691	1,2327
2	0,7071	-0,7071	4,6521	0,2474
1	0,3827	-0,9239	3,8925	-0,2168
0	0	-1	3	0

Висновки. Тракткування зовнішнього навантаження в статико-геометричному способі формують чинника розширює можливості утворення дизайн-форм при аналітичному описі рівноваги сітки в вигляді системи лінійних рівнянь рівноваги вузлів.

Література

1. *Кащенко О.В.* Формоутворення в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів / О.В. Кащенко // автореф. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / О.В. Кащенко. – К.: КНУБА, 2013. – 40 с.

2. *Ковалёв С.Н.* Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / С.Н. Ковалёв. – М.: МАИ, 1986. – 320 с.
3. *Логачов М.Я.* Керування формою поверхонь оболонок, що формуються під впливом нормального навантаження: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / М.Я. Логачов. – К.: КДТУБА, 1995. – 148 с.
4. *Даниловская Н.А.* Дискретное моделирование поверхностей сводов-оболочек: дисс. ... канд. техн. наук: 05.01.01/ Н.А. Даниловская. – К.: КИСИ, 1986. – 144 с.

ФОРМООБРАЗУЮЩАЯ РОЛЬ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ В СТАТИКО – ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ

С.Н. Ковалёв, Е.И. Ахматшина

Аннотация - определены условия линейности системы уравнений равновесия узлов при формировании дискретных каркасов поверхностей статико-геометрическим методом. Рассмотрены примеры, демонстрирующие формообразующую роль внешней нагрузки на узлы сетки при конструировании дизайн-форм.

MASSING ROLE EXTERNAL LOAD IN STATIC - GEOMETRIC METHODS

S. Kovalev, E. Akmatshina

Summary

The conditions for linearity of the system of equilibrium equations of nodes in the formation of discrete frames surfaces static-geometric method. The example demonstrating the formative role of the external load on the grid nodes in the construction design forms.