УДК 514.18

МОДЕЛЬ ТА МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ ПЛОСКИХ ОРІЄНТОВАНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Попова А.В. *
Національний університет цивільного захисту України (Харків)
Тел. 093-662-97-74

***Анотація* – в роботі розглянуто модель та метод оптимального розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній області зі змінною довжиною.**

***Ключові слова* – метод оптимального розміщення, плоский орієнтований об'єкт.**

Постановка проблеми. Задачі оптимізаційного розміщення плоских геометричних об'єктів відносяться до найбільш досліджених серед класу задач оптимізаційного геометричного проектування. Дані задачі є моделями таких важливих практичних задач з різних сфер діяльності людини, як проектування карт розкрою, розробка генеральних планів підприємств, розміщення відповідних служб тощо. Разом з тим, існують задачі, які до теперішнього часу не розглядалися. Це, зокрема, задачі оптимального розміщення плоских геометричних об'єктів з нелінійними границями, розробка моделей та методів розв'язання яких є актуальною проблемою. Однією із задач, що сприятиме розв'язанню зазначеної проблеми, є розробка моделі та методу оптимізаційного розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях.

Аналіз останніх досліджень. Постановка задачі оптимального розміщення орієнтованих геометричних об'єктів з нелінійними границями наведена в роботі [1]. Огляд класу задач оптимізаційного геометричного проектування наведено в [2]. В роботі [3] розглянуто метод побудови 0-рівня Ф-функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Моделі та методи розв'язання задач оптимізаційного геометричного проектування наведені в [4].

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно розробити модель та метод оптимізації розміщення плоских

*Науковий керівник: д.т.н., с.н.с. Соболь О.М.

орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній області зі змінною довжиною.

Основна частина. Нехай у просторі R^2 задано об'єкти розміщення $S_i\left(x_i, y_i\right)$, $i=1,\ldots,N$, в локальних системах координат. Дані об'єкти представлено координатами вершин $v_{ik}\left(x_{ik}, y_{ik}\right)$, $k=1,\ldots,V_i$, які з'єднуються кривими другого порядку:

$$
\begin{aligned}
&a_{i,kk+1,1}x_i^2 + a_{i,kk+1,2}x_i y_i + a_{i,kk+1,3}y_i^2 + a_{i,kk+1,4}x_i + \\
&+a_{i,kk+1,5}y_i + a_{i,kk+1,6} = 0,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

де $a_{i,kk+1,m}$, $l=m,\ldots,6$ – параметри квадратичної форми, що описує фрагмент границі між вершинами $v_{ik}\left(x_{ik}, y_{ik}\right)$ та $v_{ik+1}\left(x_{ik+1}, y_{ik+1}\right)$.

Область розміщення $S_0\left(l,b\right)$ являє собою прямокутник, що заданий в глобальній системі координат, причому його довжина l є змінною.

Необхідно розмістити об'єкти $S_i\left(x_i, y_i\right)$, $i=1,\ldots,N$, в області $S_0\left(l,b\right)$ таким чином, щоб довжина l була мінімальною і при цьому виконувались обмеження на:

– взаємний неперетин об'єктів $S_i\left(x_i, y_i\right)$ та $S_j\left(x_j, y_j\right)$, $i=1,\ldots,N$, $j=i+1,\ldots,N$;

– належність об'єктів $S_i\left(x_i, y_i\right)$ області $S_0\left(l,b\right)$.

Для формалізації обмежень використаємо апарат Φ-функцій, введений в роботах Ю.Г. Стояна [5]. Тоді модель оптимізації розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в напівнескінченній полосі має наступний вигляд:

$$
\min_W l\left(x_1, y_1, \ldots, x_N, y_N\right),
\tag{2}
$$

де W:

$$
\Phi\left(x_i, y_i, x_j, y_j\right) \ge 0,\ i=1,\ldots,N,\ j=i+1,\ldots,N;
\tag{3}
$$

$$
\Phi_{cS_0}\left(x_i, y_i, 0, 0\right) \ge 0,\ i=1,\ldots,N.
\tag{4}
$$

В моделі (2)-(4) вираз (2) являє собою цільову функцію задачі; вираз (3) – умову взаємного неперетину об'єктів розміщення; вираз (4) – умову належності об'єктів області розміщення, причому cS_0 – доповнення S_0 до простору R^2.

Слід зазначити, що обмеження задачі (3) і (4) є нелінійними, причому їх загальна кількість дорівнює $C_N^2 + N$.

Розглянемо метод оптимального розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, основою якого є метод оптимізації за групами змінних:

1. Одержимо випадкову перестановку номерів об'єктів розміщення $\{i_1, i_2, \ldots, i_N\} \in \{1, \ldots, N\}$ для кожної оптимізаційної серії, кількість яких дорівнює N_s.

2. Згідно даної перестановки здійснюємо послідовне розміщення геометричних об'єктів $S_{i_j}\left(x_{i_j}, y_{i_j}\right)$, $j = 1, \ldots, N$, з обчисленням цільової функції (2). Так, для розміщення об'єкта $S_{i_1}\left(x_{i_1}, y_{i_1}\right)$ необхідно проаналізувати лише 2 припустимих точки $P_{i_1,1}$ та $P_{i_1,2}$ (рис. 1).

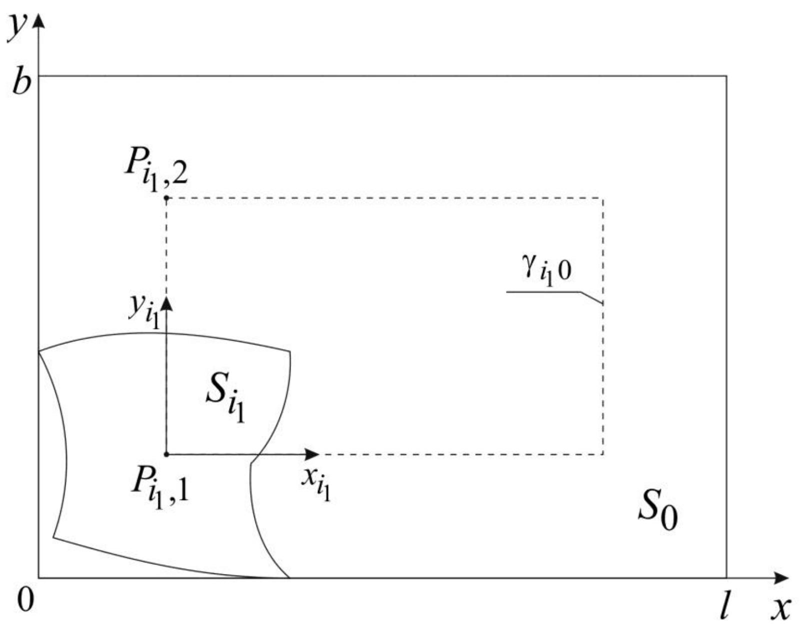

Рис. 1.

Оскільки при розміщенні початку локальної системи координат об'єкта $S_{i_1}\left(x_{i_1}, y_{i_1}\right)$ в точках $P_{i_1,1}$ та $P_{i_1,2}$ цільова функція (2) буде приймати однакові значення, то, виходячи з технологічних вимог, для розміщення об'єкта $S_{i_1}\left(x_{i_1}, y_{i_1}\right)$ обираємо т. $P_{i_1,1}$.

Для об'єкта $S_{i_2}\left(x_{i_2}, y_{i_2}\right)$ необхідно проаналізувати наступні місця розміщення: т. $P_{i_2,1}$, $P_{i_2,2}$, $P_{i_2,3}$, $P_{i_2,4}$ (рис. 2). З них припустимими є т. $P_{i_2,2}$, $P_{i_2,3}$, $P_{i_2,4}$, оскільки при розміщенні початку локальної системи координат об'єкта $S_{i_2}\left(x_{i_2}, y_{i_2}\right)$ в т. $P_{i_2,1}$ відбудеться перетин з об'єктом $S_{i_1}\left(x_{i_1}, y_{i_1}\right)$.

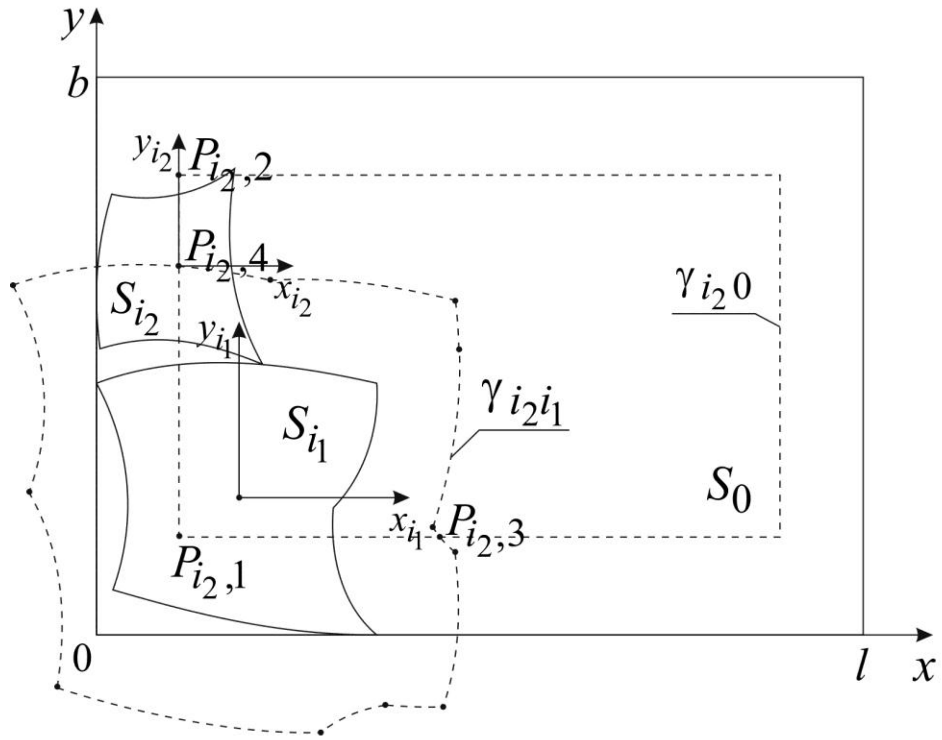

Рис. 2.

Обчислення цільової функції дозволяє обрати для розміщення об'єкта $S_{i_2}\left(x_{i_2}, y_{i_2}\right)$ т. $P_{i_2,4}$.

Для об'єкта $S_{i_3}\left(x_{i_3}, y_{i_3}\right)$ необхідно проаналізувати наступні місця розміщення: т. $P_{i_3,1}, \ldots, P_{i_3,8}$ (рис. 3). З них припустимими є т. $P_{i_3,3}$, $P_{i_3,6}$, $P_{i_3,8}$.

Обчислення цільової функції дозволяє обрати для розміщення об'єкта $S_{i_3}\left(x_{i_3}, y_{i_3}\right)$ т. $P_{i_3,6}$.

Аналогічно здійснюється розміщення інших об'єктів $S_{i_j}\left(x_{i_j}, y_{i_j}\right)$, $j = 4, \ldots, N$, при цьому обчислюється Δl_{i_j} – внесок кожного об'єкта у зростання цільової функції (2). Слід відзначити, що верхня оцінка кількості місць розміщення i_N-го об'єкта дорівнює $2 \cdot \left(C_{N-1}^2 + N \right)$.

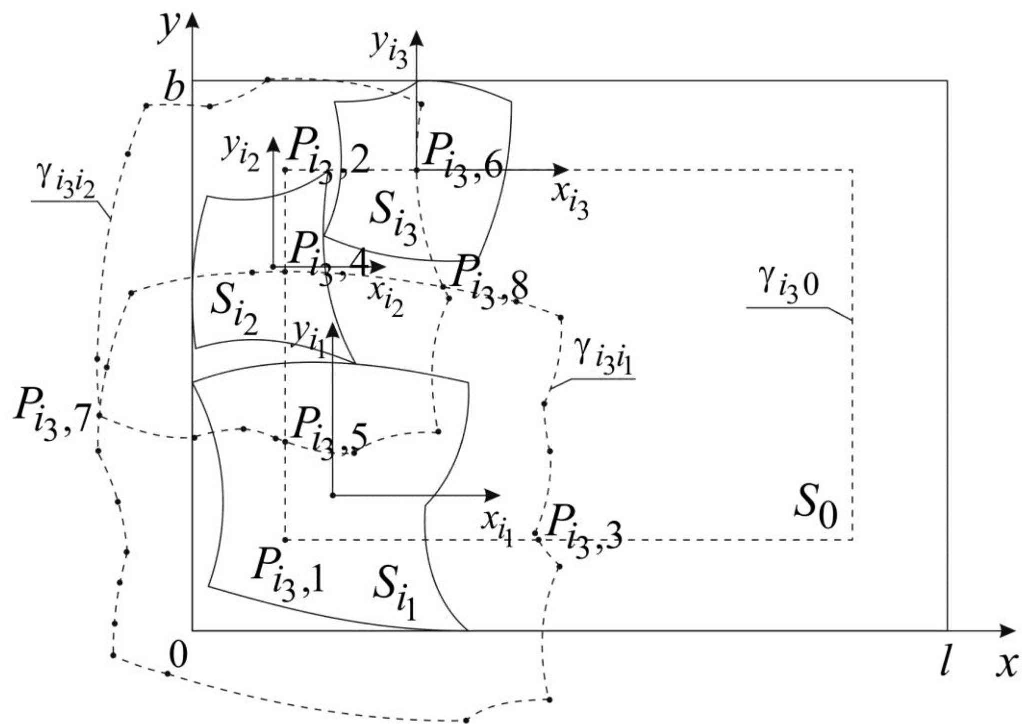

Рис. 3.

4. Здійснюється упорядкування об'єктів $S_{i_j}\left(x_{i_j}, y_{i_j}\right)$, $j = 1, \ldots, N$, за убуванням Δl_{i_j}.

5. Послідовне розміщення упорядкованих об'єктів $S_{i_j}\left(x_{i_j}, y_{i_j}\right)$, $j = 1, \ldots, N$, здійснюється відповідно до показника глибини оптимізації N_d.

Таким чином, в результаті застосування вищенаведеного методу одержимо наближення до локального екстремуму цільової функції (2).

Висновки. В даній роботі розроблено загальну модель та метод оптимізації розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній області зі змінною довжиною. У подальшому буде здійснено комп'ютерне моделювання оптимізації розміщення зазначених об'єктів у прямокутних областях.

Література

1. *Комяк В.М.* Постановка задачі побудови 0-рівня Ф-функції для геометричних об'єктів з нелінійною границею / В.М. Комяк,

О.М. Соболь, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 87 – К.: КНУБА, 2011. – С. 202-206.
2. *Andronov V.A.* Problem of geometric design: placement, coverage, partition and defining optimal routes / V.A. Andronov, V.M. Komyak, A.N. Sobol, V.V. Komyak, A.V. Popova // Годишник на технически университет във Варна – Варна: Технически ун.-т, 2013. – Т. 3. – С. 9 - 13.
3. *Комяк В.М.* Метод побудови 0-рівня Ф-функції для плоских геометричних об’єктів з кус очно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 90 – К.: КНУБА, 2012. – С. 151-155.
4. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева. – К.: Наукова думка, 1995. – 241 с.
5. *Стоян Ю.Г.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. – К.: Наукова думка, 1986. – 268 с.

МОДЕЛЬ И МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПЛОСКИХ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

А.В. Попова

Аннотация **– в работе рассмотрена модель и метод оптимального размещения плоских ориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами в прямоугольной области переменной длины.**

MODEL AND METHOD OF OPTIMUM PLACEMENT ORIENTED PLANE GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR FRONTIERS

A. Popova

Summary

In this paper model and method of optimum placement oriented plane geometric objects with sectional nonlinear frontiers in rectangular area with varying length are considered.