

УДК 514.18

ТОЧЕЧНОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА, ОСЬ КОТОРОГО РАСПОЛОЖЕНА ПОД УГЛОМ К ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПРИМЕРЫ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

Давыденко И.П., к.т.н.,

Малютин Т.П., к.т.н.,

Старченко Ж.В.

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры
(г. Макеевка, Украина)*

В работе получено точечное уравнение эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения, на основании графического алгоритма его построения, методами БН-исчисления (точечное исчисление Балюбы-Найдыша). Приведены примеры точечного задания криволинейных поверхностей технических форм, на основе МПС (метода подвижного симплекса), с образующей в виде параболы и направляющей в виде эллипса.

Ключевые слова: точечное уравнение эллипса, угол к прямой общего положения, БН-исчисление, метод подвижного симплекса.

Постановка проблемы. При построении криволинейных поверхностей технических форм в качестве направляющей поверхности принимают эллипс, а образующей – параболу. В точечном исчислении [1,2] уже разработаны точечные уравнения данных кривых в различной параметризации [3], однако возникла необходимость в задании точечного уравнения эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения для задания направляющей поверхности технической формы (опорного контура оболочки) в плоскости общего положения.

Анализ последних исследований и публикаций. В последних исследованиях разработаны точечные уравнения кривых второго порядка в различной параметризации [3].

Формулирование целей статьи. Целью статьи есть – получить точечного уравнения эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения для последующего задания поверхностей оболочек с опорным контуром в плоскости общего положения [4].

Основная часть. Используя полярную параметризацию плоскости, зададим точечное уравнение эллипса в симплексе точек BCA при $\angle BCA = 90^\circ$ через параметр угла φ (рис. 1). Пусть радиус

окружности $|CA|=a$ и соответствует большой полуоси эллипса, тогда $|CB|=b$ и соответствует малой полуоси эллипса:

$$M = (A-C) \zeta \cos \varphi + (B-C) \zeta \sin \varphi + C, \quad (1)$$

где $\varphi \in [0; 2\pi]$ – угол сжатия (растяжения), определяющий текущую точку M эллипса при полном обходе линии кривой.

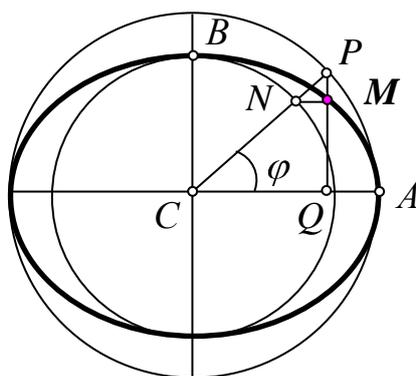


Рис. 1. Задание эллипса сжатием окружности

Переопределим точечное уравнение эллипса в симплексе точек BCA с центром C , полуосями $CP=m$, $CQ=n$ (рис. 2), при этом большая полуось CP образует с прямой AB угол θ .

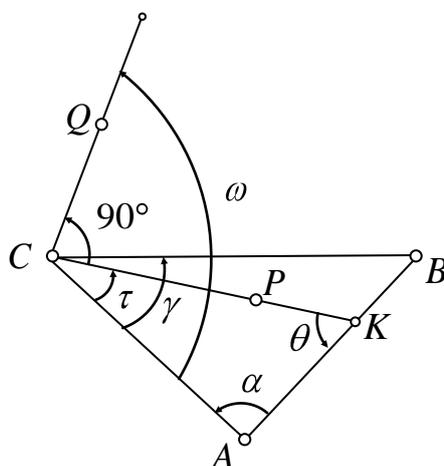


Рис. 2. Задание эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения

Для решения задачи необходимо определить точки P и Q , по заданным условиям, а затем переопределить уравнение эллипса (1).

$$M = (P-C) \zeta \cos \varphi + (Q-C) \zeta \sin \varphi + C. \quad (2)$$

Из треугольника BCA определим точку P :

$$\frac{AK}{\sin \tau} = \frac{b}{\sin \theta} = \frac{CK}{\sin \alpha} \rightarrow AK = \frac{b \sin \tau}{\sin \theta} \rightarrow CK = \frac{b \sin \alpha}{\sin \theta} \rightarrow \quad (3)$$

$$K = (A - C) \left(1 - \frac{b \sin \tau}{c \sin \theta}\right) + (B - C) \frac{b \sin \tau}{c \sin \theta} + C, \quad (4)$$

где $0 \leq \tau \leq \gamma$, $\tau = \pi - \alpha - \theta$, $b = |CA|$, $c = |AB|$.

Тогда:

$$K = (A - C) \frac{\sin \theta - b \sin(\alpha + \theta)}{c \sin \theta} + (B - C) \frac{b \sin(\alpha + \theta)}{c \sin \theta} + C, \quad (5)$$

где $\pi - \alpha - \gamma \leq \theta \leq \pi - \alpha$.

Далее имеем:

$$P = (K - C) \frac{m}{CK} + C = (A - C) \left(\frac{m \sin \theta}{b \sin \alpha} - \frac{m \sin(\alpha + \theta)}{c \sin \alpha} \right) + (B - C) \frac{m \sin(\alpha + \theta)}{c \sin \alpha} + C. \quad (6)$$

Из треугольника BCA определим точку Q :

$$Q = (A - C) \frac{n}{b} + C, \quad (7)$$

где:

$$\dot{A} = \frac{(C - A) \vec{a} \cos(\gamma + \alpha + \theta) + (C - B) \vec{b} \cos(\alpha + \theta)}{a \sin \gamma} + C. \quad (8)$$

Примеры компьютерной визуализации эллипса приведены на рис. 3.

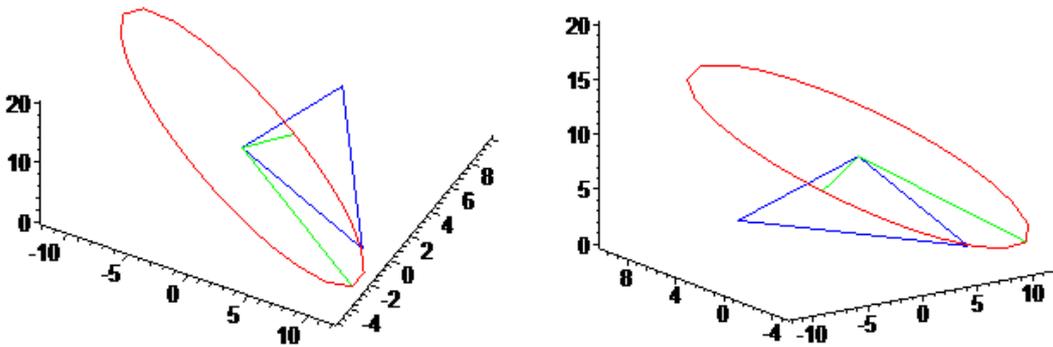


Рис. 3. Примеры компьютерной визуализации эллипса в математическом процессоре *Maple*

Примеры точечного задания криволинейных поверхностей технических форм, на основе метода подвижного симплекса, с образующей в виде параболы и направляющей в виде эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения, приведены на рис. 4 и 5.

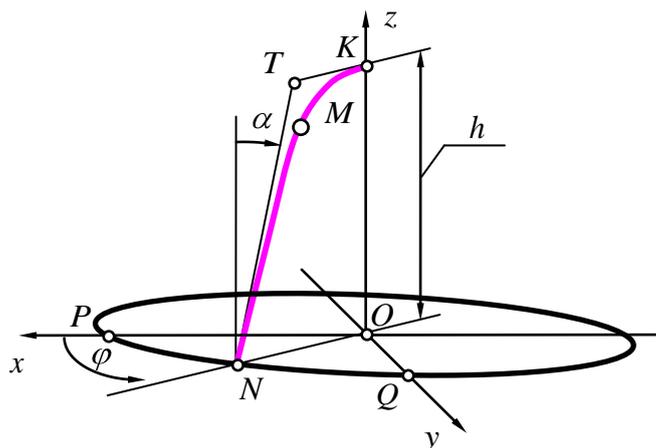


Рис. 4. Схема построения поверхности оболочки с опорным контуром в плоскости общего положения

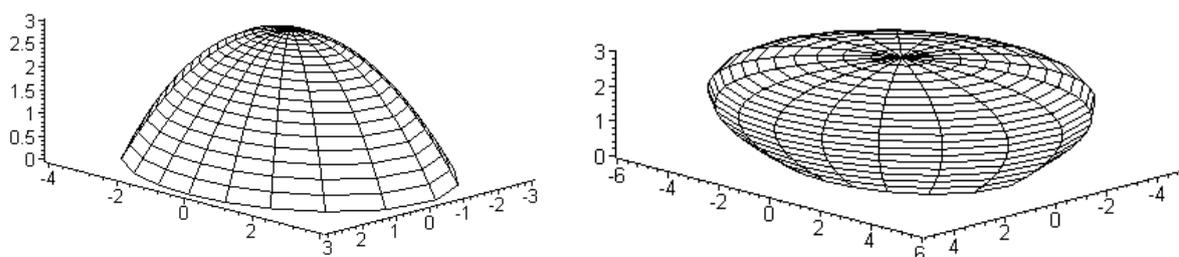


Рис. 5. Примеры компьютерной визуализации поверхности оболочки в математическом процессоре *Maple*

Выводы. Получено точечное уравнение эллипса, ось которого расположена под углом к прямой общего положения для последующего задания поверхностей оболочек с опорным контуром в плоскости общего положения.

Литература

1. Верещага В.М. Алгебра БН-исчисления / В.М. Верещага, И.Г. Балюба, В.М. Найдыш // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 90. – К.: КНУБА, 2012. – С. 210-215.
2. Метод подвижного симплекса при конструировании 2-поверхностей многомерного пространства / [Балюба И.Г., Полищук В.И., Горягин Б.Ф., Малютина Т.П., Давыденко И.П. и другие] // Моделювання та інформаційні технології. Збірник наукових праць. Спец. вип. Матеріали Міжнародної наукової конференції «Моделювання – 2010», 12-14 травня 2010 р., м. Київ, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.

- Т.1. – С. 310-318.
3. Давиденко І.П. Точкове задання кривих другого порядку у різноманітній параметризації / І.П. Давиденко // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь: ТДАТА, 2006. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т. 31. – С. 128-132.
 4. Давиденко І.П. Точкове задання поверхонь оболонок на різноманітних планах / І.П. Давиденко // Зб. матеріалів Міжнародної українсько-російської науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання». – Харків: Харківський державний університет харчування та торгівлі, 2005. – С. 107-113.

ТОЧКОВЕ РІВНЯННЯ ЕЛІПСА, ВІСЬ ЯКОГО РОЗТАШОВАНА ПІД КУТОМ ДО ПРЯМОЇ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ ТА ПРИКЛАДИ ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Давиденко І.П., Малютіна Т.П., Старченко Ж.В.

В роботі розроблене точкове рівняння еліпса, вісь якого розташована під кутом до прямої загального положення, на основі графічного алгоритму його побудови, методами БН-числення (точкове числення Балюби-Найдиша). Наведено приклади точкового задання криволінійних поверхонь технічних форм, на основі МРС (методу рухомого симплексу), із твірною у вигляді параболи та направляючою у вигляді еліпса.

Ключові слова: точкове рівняння еліпса, кут до прямої загального положення, БН-числення, метод рухомого симплексу.

THE DOT DEFINITION OF ELLIPSE AXIS OF WHICH IS LOCATED UNDER CORNER TO LINE OF GENERAL AND EXAMPLES OF HIS APPLICATION

I. Davydenko, T. Malutina, J. Starchenko

In work the dot definition of ellipse the axis of which is located under a corner to the line of general is in-process got, on the basis of graphic algorithm of his construction, by the methods of BN-calculation (the dot calculation of Balyuby-Naydysha). The examples of point task of curvilinear surfaces of technical forms are resulted, on the basis of MMS (method of mobile simplex), with formative as a parabola and sending as an ellipse.

Key words: the dot definition of ellipse, corner to the line of general, BN-calculation, method of mobile simplex.