

УДК 514.18

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МЕЖІ МІЦНОСТІ ПРИ СТИСКАННІ ЗРАЗКІВ ГАЗОБЕТОНУ ПІСЛЯ ТЕПЛО-ВОЛОГОЇ ОБРОБКИ

Конопацький Є.В. к.т.н.,

Бумага А.І.

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,*

Єремєєв В.С., д.т.н.

*Мелітопольський державний педагогічний університет*

*ім. Богдана Хмельницького (Україна)*

*В роботі проведено аналіз ефективності існуючих методів математичного моделювання і запропоновано спосіб геометричного моделювання фізико-механічних властивостей будівельних матеріалів, реалізований у БН-численні. Відповідно до існуючої план-матриці експерименту по визначенню межі міцності при стисканні зразків газобетону після тепло-вологої обробки, отримана послідовність аналітичних залежностей, яка дозволяє визначити фізико-механічні властивості будівельних матеріалів, залежно від двох параметрів: напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки.*

*Ключові слова: геометрична модель, БН-числення, межа міцності газобетону, напруженість електростатичного поля, тривалість електрообробки, поверхня відгуку, план-матриця.*

*Постановка проблеми.* Важливою складовою сучасних досліджень у будь-якій галузі науки і техніки є обробка та аналітичний опис отриманого у результаті експерименту масиву даних. Особливо це є актуальним для досліджень властивостей багатокомпонентних систем, до яких можна віднести різноманітні будівельні матеріали. Для них актуальною задачею є визначення оптимального складу матеріалів для одержання необхідних фізико-механічних властивостей. Тут слід зазначити, що для дослідження властивостей будівельних матеріалів і оптимізації їх складу широкою популярністю у вітчизняних вчених користуються методи математичної статистики і комп'ютерного моделювання, а геометричному моделюванню приділяється лише роль візуалізації отриманих результатів досліджень. Тим часом у багатьох випадках, ставлячи у відповідність будь-якому процесу або явищу геометричний об'єкт, який отримано на основі наявного експериментального масиву

даних, можна одержувати результати набагато більш високої якості, ніж ті що отримані іншими способами математичного і комп'ютерного моделювання.

Взагалі, під моделлю об'єкта розуміється будь-який інший об'єкт, окремі властивості якого частково або повністю збігаються із властивостями вихідного об'єкту. У цьому випадку потрібно розуміти, що отримана математична модель абсолютно повною бути не може взагалі. Вона завжди обмежена і повинна відповідати винятково цілям моделювання, відображаючи рівно стільки властивостей вихідного об'єкту, скільки необхідно для даного конкретного дослідження. Тому при оцінці ефективності моделювання завжди встає питання про адекватність отриманих моделей. Адекватність моделі оцінюється по близькості результатів розрахунків до експериментальних даних. Для оцінки адекватності моделей, отриманих на основі методів математичної статистики, використовуються відповідні критерії адекватності (наприклад, критерій Фішера), які показують, наскільки отримана математична модель відрізняється від значень експериментальних даних, які є вихідними даними моделювання. Виходячи з вище сказаного, можна зробити висновок, що такі відхилення будуть завжди в більшому або меншому ступені. При великому скупченні експериментальних даних, коли геометрично ми маємо хмару точок, такий підхід виправданий, оскільки дозволяє оцінити характер протікання процесу, але при невеликій кількості експериментальних даних він дає досить значну похибку. З іншого боку, методами геометричного моделювання, можна створювати геометричні об'єкти з наперед заданими властивостями. Геометрично це означає, що об'єкт повинен проходити через точки, кожна з яких відповідає своїм значенням з отриманих експериментальним шляхом масиву даних. Перевагою такого підходу є повна відсутність відхилень від вихідних даних, оскільки ця умова спочатку була закладена у властивості геометричного об'єкта вже на стадії його формування.

***Аналіз останніх досліджень і публікацій.*** Перед розв'язком задач оптимізації на основі отриманої моделі важливо переконатися в її адекватності. Інакше і результат оптимізації можна вважати сумнівним. Авторами в роботах [1, 2] були проаналізовані результати математичного моделювання фізико-механічних властивостей модифікованого дьогтебетону на основі регресійного аналізу і обґрунтовано вибір математичного апарату – БН-числення [3] для геометричного моделювання фізико-механічних властивостей модифікованого дьогтебетону і їх аналітичного опису.

Дана стаття є продовженням роботи авторів у порівнянні ефективності методів математичного моделювання фізико-механічних

властивостей будівельних матеріалів. Так у роботі [4] досліджується залежність межі міцності при стисканні зразків газобетону після тепло-вологої обробки (ТВО) від напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки. Ця робота примітна тим, що для розв'язку задач математичного моделювання і оптимізації використовуються не тільки регресійний аналіз, але і інші методи математичного і комп'ютерного моделювання. Незважаючи на наявність, розглянутих у роботі [4], різних методів моделювання їх результат можна вважати задовільним, але не самим вдалим, якщо порівнювати його з результатами, отриманими на основі методів геометричного моделювання.

**Формулювання цілей статті.** Розробити геометричну модель залежності межі міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО від напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки, а також порівняти отримані результати з іншими методами математичного і комп'ютерного моделювання.

**Основна частина.** Для початку проаналізуємо наявний масив експериментальних даних, отриманих у роботі [4]. Реструктуруємо цей масив даних відповідно до тривалості електрообробки. У результаті одержимо модифікований масив експериментальних даних, представлений у таблиці 1.

Таблиця 1

План-матриця експерименту і значення варійованих факторів

№ п/п	Значення факторів варіювання				Середнє значення параметра оптимізації
	Кодовані		Натуральні		
	Напруженість електростатично-го поля, Е, кВ/см	Тривалість електрообробки, $\tau$ , хв	Напруженість електростатично-го поля, Е, кВ/см	Тривалість електрообробки, $\tau$ , хв	Межа міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО, $R_{сж}$ , МПа
1	-1	-1	1,0	10	5,06
2	0	-1	1,5	10	5,03
3	+1	-1	2,0	10	4,39
4	-1	0	1,0	20	5,14
5	0	0	1,5	20	6,79
6	+1	0	2,0	20	4,24
7	-1	+1	1,0	30	5,02
8	0	+1	1,5	30	4,46
9	+1	+1	2,0	30	4,26

Як видно з таблиці 1, межа міцності при стисканні газобетону залежить від двох факторів: напруженості електростатичного поля і

тривалості електрообробки. З геометричної точки зору об'єкт, який визначається за допомогою двох параметрів, є відсіком поверхні, розташованим у тривимірному просторі. Для побудови такої поверхні скористаємося методом рухомого симплексу [5] і виділимо з дев'яти наявних точок, яким відповідають натуральні значення факторів варіювання і середнє значення параметра оптимізації, три напрямні дуги, які відповідають тривалості електрообробки 10 хв., 20 хв. і 30 хв. Скористаємося точковим рівнянням дуги параболи другого порядку, яка проходить через три наперед задані точки [6], для параболічної інтерполяції експериментальних даних. Вибір параболічної інтерполяції обумовлений кількістю наперед заданих точок дуги кривій і напряму залежить від кількості проведених експериментів. Точкові рівняння напрямних дуг, погоджені між собою за допомогою параметра  $u$ , будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} M_{10} &= A_1^{10}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{10}\bar{u}u + A_2^{10}u(2u-1), \\ M_{20} &= A_1^{20}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{20}\bar{u}u + A_2^{20}u(2u-1), \\ M_{30} &= A_1^{30}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{30}\bar{u}u + A_2^{30}u(2u-1), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $A_i^j$  – відповідає середньому значенню параметра оптимізації для  $i$ -ї напруженості електростатичного поля та  $j$ -ї тривалості електрообробки, які узгоджуються відповідно до план-матриці, представленої в таблиці 1.

По цим напрямним параболічним дугам рухається симплекс трьох точок  $M_{10}$ ,  $M_{20}$  і  $M_{30}$ , у якому визначимо твірну дугу параболи за допомогою аналогічного точкового рівняння:

$$M = M_{10}\bar{v}(1-2v) + 4M_{20}\bar{v}v + M_{30}v(2v-1). \quad (2)$$

У результаті одержимо послідовність точкових рівнянь, залежних від двох параметрів  $u$  і  $v$ , які визначають відсік поверхні, який проходить через дев'ять наперед заданих точок. Причому значенню параметра  $u$ , який змінюється в межах від 0 до 1, відповідає напруженість електростатичного поля, що змінюється в межах від 1 кВ/см до 2 кВ/см, а значенню параметра  $v$ , який також змінюється в межах від 0 до 1, відповідає тривалість електрообробки, яка змінюється від 10 хв. до 30 хв. Для програмної реалізації, апробації і візуалізації запропонованої послідовності однотипних точкових рівнянь скористаємося програмним пакетом Maple (рис. 1).

Слід зазначити, що на рисунку 1 для коректного відображення відсіку поверхні відгуку обрано різний масштаб по осях глобальної декартової системи координат.

Проаналізуємо отримані результати і порівняємо їх із математичною моделлю, отриманою в роботі [4]. Результати аналізу представимо у вигляді таблиці 2.

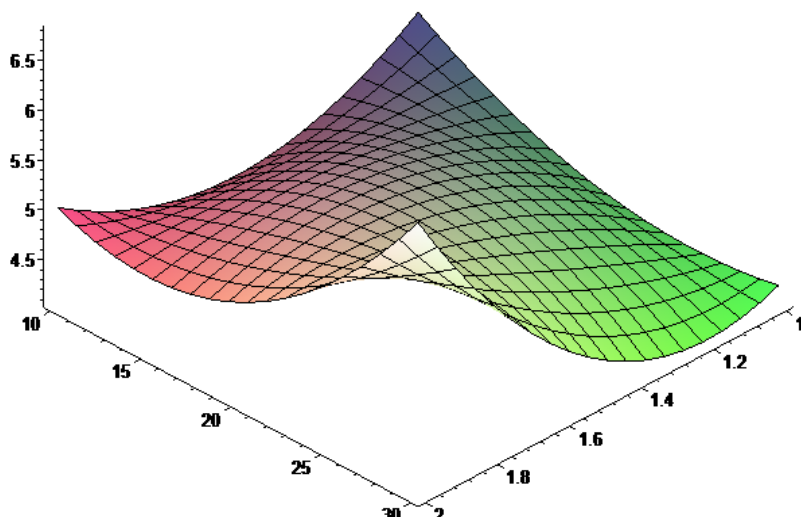


Рис. 1. Графічна візуалізація поверхні відгуку залежності межі міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО від напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки

Таблиця 2

Порівняльний аналіз ефективності математичного моделювання залежності межі міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО від напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки

№ п/п	Напруженість електростатичного поля, E, кВ/см	Тривалість Електрообробки, τ, хв	Межа міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО, Rсж, МПа			Похибка, %	
			Натуральні значення	Регресійний аналіз	Геометричне моделювання	Регресійний аналіз	Геометричне моделювання
1	-1	-1	5,06	5,119	5,06	1,2	0
2	0	-1	5,03	5,717	5,03	13,7	0
3	+1	-1	4,39	4,387	4,39	0,1	0
4	-1	0	5,14	5,455	5,14	6,1	0
5	0	0	6,79	6,053	6,79	10,9	0
6	+1	0	4,24	4,723	4,24	11,4	0
7	-1	+1	5,02	4,603	5,02	8,3	0
8	0	+1	4,46	5,201	4,46	16,6	0
9	+1	+1	4,26	3,871	4,26	9,1	0

Як видно з таблиці 2 регресійний аналіз дав непоганий результат. Його похибка не перевищує 17%. З іншого боку геометричне моделювання такої погрішності не має взагалі, оскільки всі необхідні умови було спочатку закладені вже на стадії формування відсіку поверхні відгуку. Також слід зазначити, що в роботі [4] у процесі моделювання були задіяні не натуральні параметри, а відповідні їм кодовані фактори варіювання, що не дає можливості

здійснити перерахунок результатів моделювання в натуральних параметрах. При цьому губиться сам сенс моделювання. Крім цього в роботі [4] наведені номограми, які, як стверджує автор, отримані на основі програми «Curveexpert 1.3». Результати, отримані на основі цієї програми в роботі [4] не наводяться, але наводиться розрахунковий коефіцієнт кореляції і стандартна помилка. Якщо порівнювати такий підхід до моделювання, то можна відзначити, що навіть при низьких показниках помилки, вона однаково має місце на відміну від методів геометричного моделювання, реалізованих у БН-численні.

**Висновки.** В статті отримана послідовність аналітичних залежностей, яка визначає геометричну модель залежності межі міцності при стисканні зразків газобетону після ТВО від напруженості електростатичного поля і тривалості електрообробки, що дозволяє використовувати отриману модель як засіб прогнозування і дає можливість проведення оптимізації параметрів електростатичної активації газобетонної суміші. Крім цього проведено порівняння отриманої моделі з існуючими моделями, що підтверджує ефективність застосування методів геометричного моделювання при аналітичному описі природних, технічних і технологічних явищ і процесів.

### *Література*

1. Найдыш А.В. Теоретические основы геометрического моделирования физико-механических свойств асфальтобетонных методами БН-исчисления / А.В.Найдыш, Е.В.Конопацкий, А.И. Бумага // Математика. Геометрия. Информатика: Наук. вісник Мелітопольського держ. педаг. унів. ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Т.1. – С. 111-117.
2. Бумага А.І. Геометрична модель залежності фізико-механічних властивостей асфальтобетону від чотирьох параметрів у БН-численні / Бумага А.І. // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С. 28-33.
3. Балюба И.Г. Точечное исчисление: учебное пособие / Балюба И.Г., Найдыш В.М. – Мелітополь: МГПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – 236 с.
4. Мартынова В.Б. Модифицированный неавтоклавный газополистиролбетон с повышенными физическими и механическими свойствами: дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.05 / Мартынова Вита Борисовна. – Макеевка: ДонНАСА, 2012. – 197 с.
5. Давиденко І.П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: дисс. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Давиденко Іван Петрович. – Макеевка: ДонНАСА, 2008. – 187 с.

6. Бумага А.І. Точкове рівняння дуги параболи другого порядку / А.І.Бумага // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 90. – К.: КНУБА, 2012. – С.49-52.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ПРИ СЖАТИИ ОБРАЗЦОВ ГАЗОБЕТОНА ПОСЛЕ ТЕПЛО-ВЛАЖНОСТНОЙ ОБРАБОТКИ

Конопацкий Е.В., Бумага А.И., Еремеев В.С.

*В работе проведен анализ эффективности существующих методов математического моделирования и предложен способ геометрического моделирования физико-механических свойств строительных материалов, реализованный в БН-исчислении. В соответствии с существующей план-матрицей эксперимента по определению предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО, получена последовательность аналитических зависимостей, которая позволяет определить физико-механические свойства строительных материалов, в зависимости от двух параметров: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.*

*Ключевые слова: геометрическая модель, БН-исчисление, напряженность электростатического поля, длительность электрообработки, предел прочности газобетона, поверхность отклика, план-матрица.*

## GEOMETRIC MODELING THE COMPRESSIVE STRENGTH THE SAMPLES OF AERATED CONCRETE AFTER HEAT-HUMIDITY PROCESSING

E. Konopatskiy, A. Bumaga, V. Eremeev

*This paper analyzes the effectiveness of existing methods of mathematical modeling and the proposed method of geometric modeling the physical and mechanical properties of building materials, implemented in Bn-calculation. According to the existing plan matrix experiment to determine the tensile strength in compression aerated samples received sequence analysis of dependencies, which allows to determine the physical and mechanical properties of building materials, depending on two parameters: electric field intensity and duration electrotreatment.*

*Key words: geometric model, BN-calculation, tensile strength in compression, electrostatic field strength, duration of electric treatment, response surface, the plan matrix*