

УДК 514.18

## **ЗАДАНИЕ КРИВОЙ ЕЁ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМИ ОТОБРАЖЕНИЯМИ НА СТОРОНЫ СИМПЛЕКСА**

Найдыш А.В. д.т.н.,

Бездитный А.А., к.т.н.

*Мелитопольская школа прикладной геометрии,*

*Мелитопольский государственный педагогический университет*

*им. Богдана Хмельницкого*

***В статье рассматривается способ задания произвольной кривой через её тангенциальные отображения на стороны локального симплекса в терминах точечного исчисления Балюбы-Найдыша.***

***Ключевые слова: точечное исчисление Балюбы-Найдыша (БН-исчисление), тангенциальное отображение, касательная, локальный симплекс, производная кривой.***

***Постановка проблемы.*** Задача нахождения тангенциальных отображений кривой на стороны симплекса, в котором определена кривая (пересечения касательной к кривой с осями локальной системы координат), является достаточно важной и слабо разработанной на пути исследования свойств плоских кривых в точечном представлении. В многомерном пространстве кривые задаются, как правило, раздельными параметрами положения и параметрами формы. К первым можно отнести локальный симплекс, ко вторым – алгоритм построения и функции формы. Разделение этих параметров при конструировании геометрических форм, явлений или процессов играет значительную роль для процесса создания объекта.

***Анализ последних исследований и публикаций.*** Исследованием вопросов тангенциальных отображений кривой занимался в своих трудах по дискретной дифференциальной геометрии Адлер В.Э. [1]. В частности, тангенциальное отображение им было определено как локальное отображение на множестве плоских кривых.

В точечном БН-исчислении вопрос построения тангенциальных отображений не рассматривался, но задачи, близкие этой тематике, рассматривались в работах Давыденко И.П. [2,3]. В частности, им было дано понятие производной кривой, использования которого невозможно избежать при построении тангенциальных отображений, но само понятие тангенциального отображения приведено не было.

***Формирование целей статьи.*** Разработать алгоритм

построения кривой с помощью её тангенциальных отображений на стороны локального симплекса.

**Основная часть.** Под тангенциальными отображениями следует понимать точки пересечения касательной  $PQ$  кривой  $M$  со сторонами локального симплекса  $CAB$  (рис.1), в котором определена кривая.

Пусть в локальном симплексе  $CAB$  задана прямая  $PQ$ :

$$P = (A - C)\bar{u} + C; \quad (1)$$

$$Q = (B - C)v + C; \quad (2)$$

Параметры  $u$  и  $v$  в уравнениях (1) и (2) можно определить следующим образом:

$$u = \frac{AP}{AC}; 1 - u = \bar{u} = \frac{PC}{AC}; v = \frac{CQ}{CB}.$$

Зафиксируем на прямой  $PQ$  точку  $M$  при помощи параметра

$$w = \frac{PM}{PQ}.$$

Тогда, при перемещении точек  $P$  и  $Q$  по сторонам симплекса и точки  $M$  по прямой  $PQ$  получим кривую, которую можно определить уравнением:

$$M = P\bar{w} + Qw. \quad (3)$$

После подстановки (1) и (2) в полученное уравнение (3), оно примет следующий вид:

$$M = (A - C)\bar{u}\bar{w} + (B - C)v\bar{w} + C. \quad (4)$$

Теперь следует определить параметр  $w$  при условии, что прямая  $PQ$  является касательной кривой  $M$ . Для определения касательной кривой  $MN$  в текущей её точке воспользуемся уравнением, приведённым в работе [2]:

$$N = M + \dot{M}. \quad (5)$$

Найдём производную кривой  $\dot{M}$ , продифференцировав (4) по параметрам  $u, v$  и  $w$ :

$$\begin{aligned} \dot{M} &= -(A - C)\dot{u}\bar{w} - (A - C)\bar{u}\dot{w} + (B - C)\dot{v}\bar{w} + (B - C)v\dot{w} = \\ &= -(A - C)(\dot{u}\bar{w} + \bar{u}\dot{w}) + (B - C)(\dot{v}\bar{w} + v\dot{w}). \end{aligned} \quad (6)$$

Получим уравнение касательной кривой в текущей её точке,

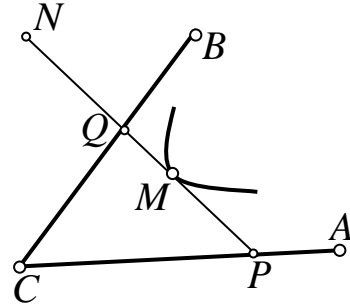


Рис.1. Отображения касательной на стороны симплекса

подставив (4) и (6) в (5):

$$N = (A - C)\bar{u}\bar{w} + (B - C)vw + C - (A - C)(\dot{u}w + \bar{u}\dot{w}) + \quad (7)$$

$$+ (B - C)(\dot{v}w + v\dot{w}) = (A - C)(\bar{u}\bar{w} - \dot{u}w - \bar{u}\dot{w}) +$$

$$+ (B - C)(vw + \dot{v}w + v\dot{w}) + C.$$

Точка  $M$  принадлежит прямой  $PQ$ , которая является касательной. Точка  $N$  является текущей точкой касательной и, следовательно, принадлежит прямой  $PQ$ . В этом случае площадь треугольника  $PQN$  должна равняться 0. Для определения площади треугольника составим определитель из параметров соответствующих точек:

$$S = \begin{vmatrix} \bar{u}\bar{w} - \dot{u}w - \bar{u}\dot{w} & vw + \dot{v}w + v\dot{w} & 1 \\ \bar{u} & 0 & 1 \\ 0 & v & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Из полученного уравнения найдём параметр  $w$ :

$$\bar{u}v - (vw + \dot{v}w + v\dot{w})\bar{u} - (\bar{u}\bar{w} - \dot{u}w - \bar{u}\dot{w})v = 0 \rightarrow \quad (8)$$

$$\rightarrow \bar{w}(\dot{u}v - \bar{u}v) - w(\bar{u}v + \bar{u}\dot{v}) + \bar{u}v = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \dot{u}v - \bar{u}v - w(\dot{u}v - \bar{u}v + \bar{u}v + \bar{u}\dot{v}) + \bar{u}v = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow w = \frac{\dot{u}v}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}}.$$

Подставляя (8) в (4), получим уравнение кривой  $M$ , заданное её тангенциальными отображениями  $P$  и  $Q$ :

$$M = (A - C)\frac{\bar{u}^2\dot{v}}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} + (B - C)\frac{\dot{u}v^2}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} + C. \quad (9)$$

**Выводы.** В работе предложен алгоритм построения кривой при помощи её тангенциальных отображений на стороны локального симплекса, в котором она задана, что позволит нам перейти к рассмотрению пространственного симплекса и тангенциальным отображениям на его грани. Также эта задача расширяет инструментарий точечного БН-исчисления, так как исследования в этом направлении ещё не проводились.

### Литература

1. Адлер В.Э. Классификация дискретных интегрируемых уравнений: дис. доктор физ.-мат. наук: 01.01.03 / В.Э. Адлер; Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау. – Черногоровка, 2010. – 288 с.
2. Давиденко І.П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : 05.01.01 / І.П. Давиденко; Тавр. держ. агротехнол. ун-т. – Мелітополь, 2012. – 23 с.

3. Балюба І.Г. Похідна кривої та прямокутна сітка на поверхні / І.Г. Балюба, І.П. Давиденко // Праці Таврійської державної агротехнологічної академії. – Мелітополь: ТДАТА, 2003. – Вип.4: Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т19. – с.45-48.

### **ЗАВДАННЯ КРИВОЇ ЇЇ ТАНГЕНЦІАЛЬНИМИ ВІДОБРАЖЕННЯМИ НА СТОРОНИ СИМПЛЕКСУ**

Найдиш А.В., Бездітний А.О.

*У статті пропонується спосіб завдання довільної кривої через її тангенціальні відображення на сторони локального симплексу, у якому вона визначена у термінах точкового числення Балюби-Найдиша (БН-численні).*

*Ключові слова: точкове числення Балюби-Найдиша (БН-числення), тангенціальне відображення, дотична, локальний симплекс, похідна кривої.*

### **REPRESENTATION OF THE CURVE BY ITS TANGENTIAL MAPS ON THE SIDE OF THE SIMPLEX**

A. Naydish, A. Bezditniy

*This article considers the method of specifying an arbitrary curve through its tangential mapping on the part of local simplex, where it is defined, in BN-calculation.*

*Keywords: tangential map, tangent, local simplex, the derivative curve, calculation Balyuba-Naydysh.*