

УДК 629.735.07

ВИВЧЕННЯ КОЛИВАННЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА ПІД ВІЗКОМ НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛІ ПІДВІСКИ ВЕРТОЛЬОТА

Семків О.М., к.т.н.

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків),

Морозова Г.В., к.т.н.

Український державний університет залізничного транспорту

(м. Харків)

Розглянуто метод визначення нехаотичної траєкторії руху вантажу на зовнішній тросовій підвісі вертольоту за умови врахування пружних властивостей тросу.

Ключові слова: тросова підвіска вертольоту, пружні властивості тросу, лагранжіан, рівняння Лагранжа другого роду.

Постановка проблеми. Транспортування вантажів на зовнішній тросовій підвісі вертольотів довело свою ефективність на монтажних і аварійно-рятувальних роботах. Доставка вертольотом води для гасіння лісових пожеж є ефективним методом їх ліквідації. Але неконтрольоване розгойдування вантажу у подовжньо-поперечному напрямку може спричинити аварійну ситуацію. Боротьба з такими коливаннями досягається зниженням швидкості польоту або виконанням вертикальних чи горизонтальних прискорень вертольота, що суттєво залежить від майстерності пілота [1]. Тому актуальними будуть роботи, пов'язані з дослідженням умов руху точки підвісу вантажу, щоб якнайшвидше погасити коливання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Існує велика кількість робіт, присвячених динаміці руху зовнішньої тросової підвіски вертольотів (див. перелік у дисертації [1]). Кінцева мета таких досліджень полягає у створенні апаратних засобів, здатних допомогти пілоту у разі виникнення аварійних ситуацій. Для цього складаються і досліджуються різноманітні математичні моделі для опису процесу коливань тросової підвіски. Для осмислення фізики процесу і виявлення головних факторів часто розглядаються спрощені моделі явища, які завжди слід перевіряти за допомогою більш точних моделей або натурних випробувань. У роботі [2] вважається, що коливання тросової підвіски відбувається в площині. У моделях робіт [1,2] вантаж на тросовій підвісі вертольота розглядається як сферичний маятник з рухомою точкою підвісу. Але для адекватного опису процесу коливань необхідно враховувати і пружні властивості

зовнішньої тросової підвіски вертольотів.

Формулювання цілей статті. Розробити метод визначення нехаотичної траєкторії руху вантажу на зовнішній тросовій підвісці вертольоту за умови врахування пружних властивостей тросу.

Основна частина. Як тросові підвіски вертольотів все частіше використовуються сучасні синтетичні матеріали типу «Kevlar» або «Дупеета», які набагато перевищують міцність сталевих виробів і при цьому набагато легші. Однак, синтетичні матеріали є еластичними, і цю властивість необхідно враховувати під час розрахунків. Зазначимо, що для деяких волокон подовження може досягати 1%–3% довжини тросу.

Розглянемо коливання системи «вертоліт-вантаж», коли переміщення точки підвісу і вантажу відбуватимуться в одній площині. Прийнемо такі допущення [2]: невагомий трос підвіски є пружним у подовжньому напрямку і незмінним у поперечному напрямку, шарнір у точці підвісу вантажу є ідеальним, аеродинамічне демпфування коливань відсутнє, вантаж має форму кулі, радіус якої значно менше довжини троса, трос кріпиться до вантажу у центрі його маси.

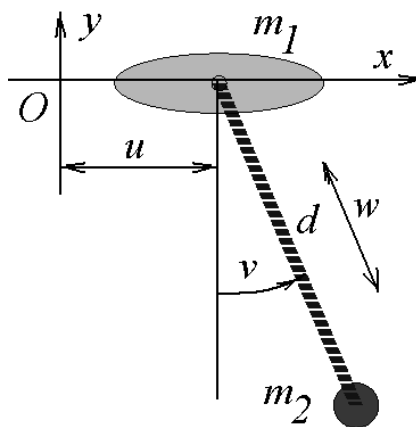


Рис. 1. Схема тросової підвіски вертольота

Схема коливальної системи (у літературі «маятник під візком») показана на рис. 1, де m_1 – маса вертольота, m_2 – маса вантажу, d – довжина троса, коефіцієнт жорсткості якого дорівнює k . Крім того, як узагальнені координати обрано: $u(t)$ – горизонтальне зміщення вертольота, $v(t)$ – кут відхилення троса від вертикалі, і $w(t)$ – пружне подовження троса.

Для дослідження динамічних характеристик зовнішньої підвіски вертольота було складено і розв'язано відносно узагальнених координат систему рівнянь Лагранжа другого роду. Для цього використано [3] лагранжіан $L = K - P$, де формули для кінетичної і потенціальної енергій такі:

$$K := \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\left(\frac{d}{dt} w(t) \right)^2 + w(t)^2 \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + 2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\left(\frac{d}{dt} w(t) \right) \sin(v(t)) + w(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \cos(v(t)) \right) \right)$$

$$P := -m_2 g w(t) \cos(v(t)) + \frac{1}{2} k (w(t) - d)^2$$

Система рівнянь Лагранжа другого роду має вигляд:

$$\begin{aligned}
& (m_1 + m_2) \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + \frac{1}{2} m_2 \left(2 \left(\frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) \sin(v(t)) \right. \\
& \quad + 4 \left(\frac{d}{dt} w(t) \right) \cos(v(t)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) + 2 w(t) \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) \cos(v(t)) \\
& \quad \left. - 2 w(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 \sin(v(t)) \right) = 0 \\
& \frac{1}{2} m_2 \left(4 w(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \left(\frac{d}{dt} w(t) \right) + 2 w(t)^2 \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + 2 \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) w(t) \cos(v(t)) \right. \\
& \quad \left. + 2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} w(t) \right) \cos(v(t)) - 2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) w(t) \sin(v(t)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \right) \\
& \quad - m_2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\left(\frac{d}{dt} w(t) \right) \cos(v(t)) - w(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \sin(v(t)) \right) + m_2 g w(t) \sin(v(t)) = 0 \\
& \frac{1}{2} m_2 \left(2 \left(\frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) + 2 \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) \sin(v(t)) + 2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \cos(v(t)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \right) \\
& \quad - \frac{1}{2} m_2 \left(2 w(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + 2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \cos(v(t)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) \right) - m_2 g \cos(v(t)) + k (w(t) - d) = 0
\end{aligned}$$

Розв'язувати цю систему рівнянь будемо чисельно [4,5] за допомогою методу Рунге-Кутти з початковими умовами $u(0) = u_0$, $u'(0) = Du_0$, $v(0) = v_0$, $v'(0) = Dv_0$ і за умови визначення значень швидкості подовження Dv_0 тросу залежно від інших сталих параметрів схеми. Для визначеності оберемо значення параметрів (усі в умовних одиницях): $m_1 = 6,5 \cdot 10^3$ – маса вертольота; $m_2 = 10^3$ – маса вантажу; $k = 8 \cdot 10^4$ – коефіцієнт жорсткості тросу; $d = 30$ – довжина тросу, $g = 9,81$.

У процесі обчислень необхідно враховувати швидкість подовження Dv_0 тросу, величина якого забезпечить нехаотичну траєкторію переміщення вантажу. Розв'язувати систему рівнянь будемо чисельним методом Рунге-Кутти з умовами: $u_0 = 0$; $u'_0 = 0$; $v_0 = 0,01$; $v'_0 = 0$; $w_0 = 30$. У результаті будемо наблизити зображення інтегральної кривої у фазовому просторі $\{v, Dv, t\}$, яке залежатиме від певного значення «керуючого» параметра Dv_0 . При випадкових значеннях Dv_0 у фазовому просторі $\{v, Dv, t\}$ утвориться «плутана» інтегральна крива, проекція якої на фазову площину $\{v, Dv\}$ також буде «плутаною» фазовою траєкторією (рис. 2, а), що спричинить хаотичні рухи елементів схеми підвіски. У разі зміни значень «керуючого» параметра Dv_0 має змінюватися і характер фазової траєкторії. При критичному значенні $Dv_0 = 0$ траєкторія зміниться на якісному рівні – перетвориться в «закономірну» криву (рис. 2, б). На рис. 3 наведено одержані графіки функцій $u(t)$, $v(t)$ і $w(t)$.

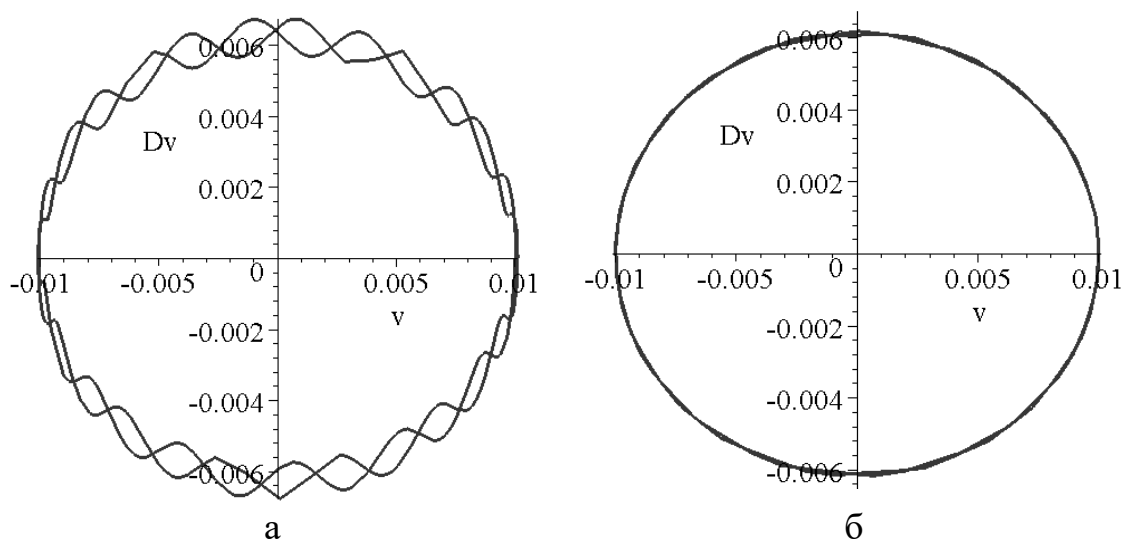


Рис. 2. Фазові траєкторії для:
а) випадкового значення Dv_0 ; б) обчисленого значення $Dv_0 = 0$

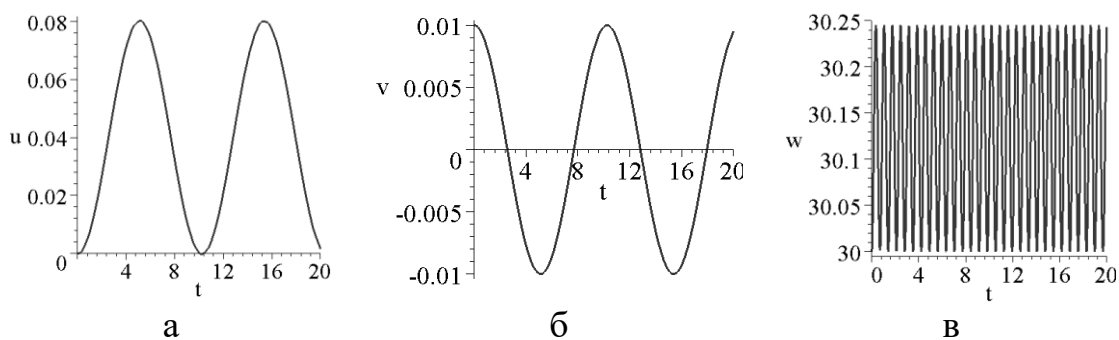


Рис. 3. Графіки функцій: а) $u(t)$; б) $v(t)$; в) $w(t)$

Отже, у розглянутому прикладі урахування значення $Dv_0 = 0$ у процесі розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду дозволяє наближено обчислити узагальнені координати $u(t)$, $v(t)$, і $w(t)$, які забезпечують нехаотичні рухи у часі вантажу на підвісці. Переконалися у цьому можна за допомогою рис. 4, де зображено траєкторію переміщення центральної точки вантажу.

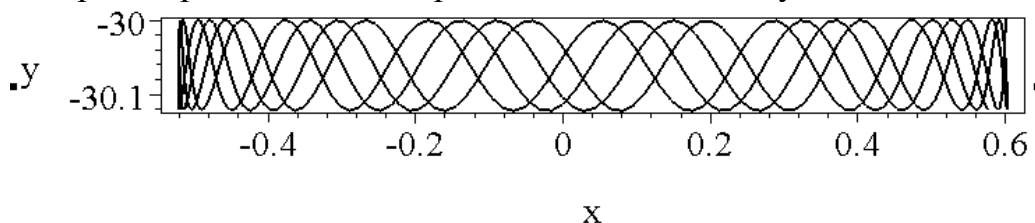


Рис. 4. Траєкторія переміщення центральної точки вантажу

Висновки. Наведений спосіб дозволяє оцінити параметри коливання зовнішньої підвіски вертольота. Подальші дослідження будуть пов'язані з визначенням меж зміни параметрів для забезпечення необхідних рухів схеми підвіски.

Література

1. Ефимов В.В. Теоретические методы обеспечения безопасности летной эксплуатации вертолетов при транспортировке грузов на внешней подвеске: дисс. ... доктора техн. наук: 05.22.14 / Ефимов Вадим Викторович. – Москва, МГТУ ГА, 2014 – 330 с.
2. Ефимов В.В. Исследование колебаний физического маятника с подвижной точкой подвеса как упрощенной модели груза на внешней подвеске вертолета / В.В. Ефимов // Научный вестник МГТУ ГА. – 2009. – № 138 (1). – С. 126 – 133.
3. Lagrangian Dynamics: Examples and Equilibrium Analysis [Электронный ресурс]. – 2007. – Режим доступа: <http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003j-dynamics-and-control-i-spring-2007/lecture-notes/lec17.pdf>.
4. Семків О.М. Метод визначання особливих траєкторій коливань вантажу 2d-пружинного маятника / О.М. Семків // Вісник ХНАДУ/ХНАДУ. – Харків, 2015. – № 71. – С. 36-44.
5. Семкив О.М. Особенности геометрической формы колебаний груза 2d-пружинного маятника / О.М. Семкив // VII Международная конференция по научному развитию Евразии.– Вена, 2015.– С. 214-217.

**ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА ПОД
ТЕЛЕЖКОЙ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИ ПОДВЕСКИ
ВЕРТОЛЕТА**

Семкив О.М., Морозова Г.В.

Рассмотрено определение нехаотической траектории движения груза на внешней тросовой подвеске вертолета при условии учета упругих свойств троса.

Ключевые слова: тросовая подвеска вертолета, упругие свойства троса, лагранжиан, уравнение Лагранжа второго рода.

**STUDY OF OSCILLATIONS OF A SPRING PENDULUM
TRUCK BY THE EXAMPLE OF HELICOPTER SUSPENSION
MODEL**

O. Semkiv, G. Morozova

The determining of the non-chaotic trajectory of cargo vibration on external sling rope in helicopter under the account of the elastic properties of the cable is examined.

Keywords: the helicopter rope suspension, the elastic properties of the cable, Lagrangian, Lagrange equation of 2-nd kind.