УДК 514.18

ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАМКНУТОГО ОБВОДА ПЕРВОГО ПОРЯДКА ГЛАДКОСТИ В БН-ИСЧИСЛЕНИИ

Конопацкий Е.В., к.т.н.,
Крысько А.А.*
Мелитопольская школа прикладной геометрии
Рубцов Н.А.
Мелитопольский государственный педагогический университет им. Богдана Хмельницкого (Украина)

В работе представлены исследования способов определения касательных при конструировании замкнутых обводов первого порядка гладкости в БН-исчислении для моделирования замкнутых колец на поверхности резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы.

Ключевые слова: замкнутый обвод, дуга обвода, касательная, БН-исчисление, точечное уравнение, кривизна кривой.

Постановка проблемы. Данная статья является продолжением работы авторов над исследованием способов аналитического определения незакономерных поверхностей технических форм в БН-исчислении на примере определения действительной поверхности резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы. Для построения необходимой поверхности резервуара незакономерной формы, нужно иметь алгоритмы конструирования замкнутых и незамкнутых обводов первого порядка гладкости. Причём замкнутые обводы являются направляющими, а незамкнутые – образующими поверхности резервуара. Однако, во время проведения исследований выяснилось, что построение выпуклого обвода первого порядка гладкости, составленного из дуг кривых Безье 3-го порядка, даёт кривизну, далёкую от окружности. Таким образом, вместо того чтобы получить точное описание заданных несовершенств геометрической формы, в результате получаются новые, незапланированные искажения, которые уменьшают достоверность геометрической модели и, в результате, точность расчётов на прочность и устойчивость резервуара. Эта проблема была решена авторами путём подбора длин касательных в точках стыковки обвода.

---
* Научный руководитель – к.т.н., доцент Конопацкий Е.В.

Анализ последних исследований и публикаций. Как отмечалось раннее, в работе [1], исследованиям в области конструирования выпуклых обводов было посвящено большое количество работ, в которых были рассмотрены случаи конструирования обводов с порядком гладкости и чем выше первый, но для моделирования незакономерной поверхности методом подвижного симплекса [2], необходимо их описание именно в рамках БН-исчисления [3].

Геометрические основы конструирования одномерных и двумерных обводов в БН-исчислении были разработаны в работе [4]. Где в рамках БН-исчисления профессором Балюбой были предложены алгоритмы моделирования любых обводов первого порядка гладкости, в том числе и замкнутых, с использованием в качестве дуг обвода кривой Безье 3-го порядка. Но использование этих алгоритмов для моделирования непосредственно поверхности резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов, привело к необходимости дальнейших исследований и усовершенствования существующих алгоритмов, предложенных в [4].

Формулирование целей статьи. Усовершенствовать существующие алгоритмы моделирования замкнутых обводов первого порядка гладкости с учётом необходимой кривизны результирующей составной замкнутой кривой.

Основная часть. Пусть задано k точек: $A_1, A_2, ..., A_k$, через которые следует провести замкнутый обвод. Это значит, что последняя k-я дуга обвода будет определяться точками A_k и A_1. Такое замыкание обвода необходимо организовать в соответствии с требованиями и на основе алгоритмов, которые были рассмотрены в работе [1]. Также при построении замкнутого обвода следует учесть, что точка A_1 будет совпадать с точкой A_{k+1} и касательная, которая обеспечивает первый порядок гладкости замкнутого обвода, также будет общей. В соответствии с геометрической схемой построения обвода (рис. 1) для определения касательных и построения дуги обвода на i-м участке необходимо участие ещё двух точек A_{i+1} и A_{i+2}. Учитывая это при построении замкнутого обвода следует принять, что $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$. Это необходимо для определения касательных дуги обвода, для которых также выполняется условие: $B_1 \equiv B_{k+1}$ и $C_1 \equiv C_{k+1}$.

Учитывая всё выше сказанное, получим следующий алгоритм построения замкнутого обвода.

1. Определяем длину отрезка $A_i A_{i+1}$:

$$|A_i A_{i+1}| = \sqrt{\sum\left(A_i - A_{i+1}\right)^2}, i = 1, 2, ..., k+1.$$

$\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу. Принимаем $A_1 \equiv A_{k+1}$ и $A_2 \equiv A_{k+2}$.

2. Определяем длину отрезка A_iA_{i+2}:

$$\left|A_iA_{i+2}\right| = \sqrt{\sum\left(A_i - A_{i+2}\right)^2}, i = 1,2,...,k+1.$$

Принимаем $A_1 \equiv A_{k+1}$, $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$.

3. Определяем точки B_{i+1}, C_{i+1} формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i+1} = \left(A_{i+2} - A_i\right)\frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{2\left|A_iA_{i+2}\right|} + A_{i+1}, i = 1,2,...,k+1.$$

$$C_{i+1} = \left(A_i - A_{i+2}\right)\frac{\left|A_iA_{i+1}\right|}{2\left|A_iA_{i+2}\right|} + A_{i+1}, i = 1,2,...,k+1.$$

Принимаем $B_1 \equiv B_{k+1}$; $B_2 \equiv B_{k+2}$; $C_1 \equiv C_{k+1}$; $C_2 \equiv C_{k+2}$.

4. Формируем дугу обвода двоякой кривизны третьего порядка:

$$M_i = A_i\bar{t}^3 + 3B_i\bar{t}^2t + 3C_{i+1}\bar{t}t^2 + A_{i+1}t^3, \text{ где } i = 2,...,k+1.$$

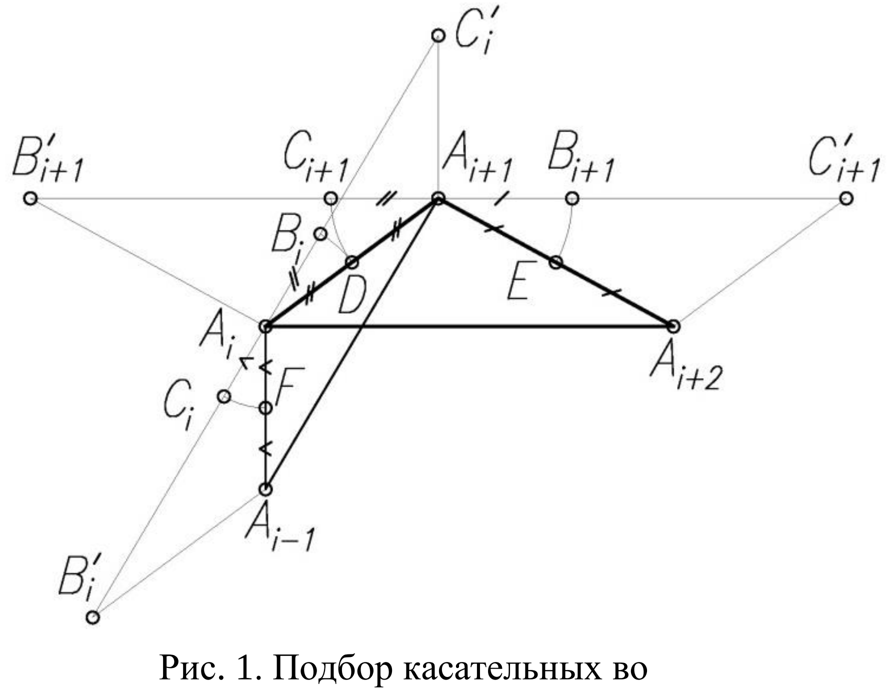


Рис. 1. Подбор касательных во внутренних точках обвода

В предложенном алгоритме, предусмотрено определение точек B_{i+1} и C_{i+1}, которые, в свою очередь, задают вид дуги обвода, принадлежат прямой $B_{i+1}'C_{i+1}'$ и делят соответствующие отрезки $A_{i+1}A_{i+2}$ и A_iA_{i+1} пополам. Однако, чтобы получить обвод близкий, по своим характеристикам, к окружности, точки B_{i+1} и C_{i+1}, определяющие вид дуги обвода, должны принадлежать прямой $B'_{i+1}C'_{i+1}$, но сумма длин касательных для каждого участка обвода должны быть меньше длины хорды соответствующего участка. Нами экспериментальным путём установлено, что замкнутый обвод имеет наиболее близкую кривизну к окружности при следующем определении длин касательных в точках стыковки обвода:

$$\left|A_{i+1}B_{i+1}\right| = \frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{\pi}; \qquad \left|A_{i+1}C_{i+1}\right| = \frac{\left|A_i A_{i+1}\right|}{\pi}. \tag{1}$$

Определим исходя из этого условия искомые точки B_{i+1} и C_{i+1}:

$$\frac{\left|A_{i+1}B_{i+1}\right|}{\left|A_{i+1}C'_{i+1}\right|} = \frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{\pi\left|A_i A_{i+2}\right|} = \frac{A_{i+1}B_{i+1}}{A_{i+1}C'_{i+1}} \Rightarrow \frac{B_{i+1}-A_{i+1}}{C'_{i+1}-A_{i+1}} = \frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{\pi\left|A_i A_{i+2}\right|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{i+1} = \left(C'_{i+1}-A_{i+1}\right)\frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{\pi\left|A_i A_{i+2}\right|} + A_{i+1}.$$

Далее, учитывая (1), получим:

$$B_{i+1} = \left(A_{i+2}-A_i\right)\frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{\pi\left|A_i A_{i+2}\right|} + A_{i+1}. \tag{2}$$

Аналогично определяем C_{i+1}:

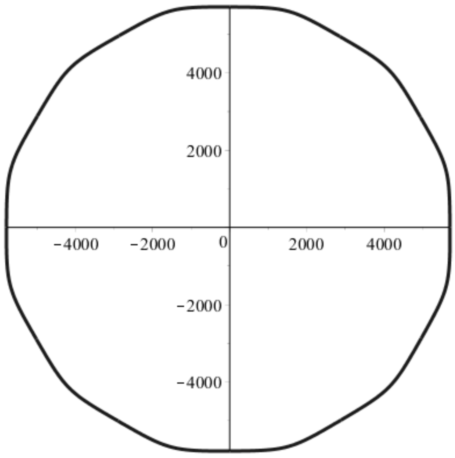
$$C_{i+1} = \left(A_i-A_{i+2}\right)\frac{\left|A_i A_{i+1}\right|}{\pi\left|A_i A_{i+2}\right|} + A_{i+1}. \tag{3}$$

Такой подход к подбору касательных можно обобщить следующим образом:

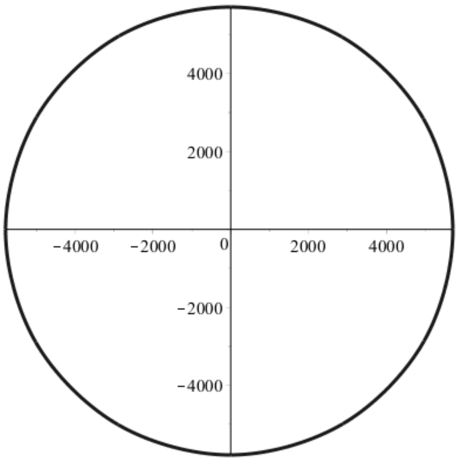
$$\begin{aligned} B_{i+1} &= \left(A_{i+2}-A_i\right)\frac{\left|A_{i+1}A_{i+2}\right|}{n\left|A_i A_{i+2}\right|} + A_{i+1}; \\ C_{i+1} &= \left(A_i-A_{i+2}\right)\frac{\left|A_i A_{i+1}\right|}{n\left|A_i A_{i+2}\right|} + A_{i+1}, \end{aligned} \tag{4}$$

где $n \geq 2$, в соответствии с условием, изложенным в [1].

В качестве примера на рис. 2 приведено одно из направляющих колец поверхности резервуара с учётом несовершенств геометрической формы. Соответственно на рисунке 2,*а*, представлен результат моделирования замкнутого обвода по алгоритму, предложенному в [4], а на рис. 2,*б* – результат работы усовершенствованного алгоритма, для которого касательные в точках стыковки дуг обвода определяются соотношениями (2) и (3).



а)



б)

Рис. 2. Результаты построения замкнутого обвода первого порядка гладкости

Выводы. В работе проведены исследования влияния длин касательных на форму и кривизну замкнутого обвода первого порядка гладкости. На основании этих исследований получена геометрическая модель поверхности резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов объёмом 1 м^3 с учётом несовершенств геометрической формы, а также выполнен расчёт напряженно-деформированного состояния резервуара методом конечных элементов, что позволяет с большой достоверностью оценить его техническое состояние и предпринять необходимые и экономически обоснованные меры по поддержанию его работоспособности.

Литература

1. Крысько А.А. Геометрические основы конструирования одномерного обвода через *k* наперед заданных точек в БН-исчислении / А.А. Крысько, Е.В. Конопацкий // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – Вип. 4. – С.76-81.
2. Давиденко І.П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: дисс…. канд. техн. наук: Макеевка: ДонНАСА, 2008. – 187 с.
3. Балюба И.Г. Точечное исчисление: учебное пособие / И.Г.Балюба, В.М.Найдыш. – Мелитополь: МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. – 236 с.
4. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дисс…доктора техн. наук: 05.01.01 / Балюба Иван

Григорьевич – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.

ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУЮВАННЯ ЗАМКНЕНОГО ОБВОДУ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ ГЛАДКОСТІ У БН-ЧИСЛЕННІ

Конопацький Е.В., Крисько А.А., Рубцов М.О.

У роботі запропоновані дослідження способів визначення дотичних при конструюванні замкнутих обводів першого порядку гладкості у БН-численні для моделювання замкнених кілець на поверхні резервуару для зберігання нафти і нафтопродуктів із урахуванням недоліків геометричної форми.

Ключові слова: замкнений обвід, дуга обводу, дотична, БН-числення, точкове рівняння, кривина кривої.

DESIGN FEATURES CLOSED CONTOURS FIRST ORDER SMOOTHNESS IN BN-CALCULATION

E. Konopatskiy, A. Krysko, N. Rubtsov

The paper presents the research methods of determining the tangent in design of closed contours of the first-order smoothness in BN-calculation for the simulation of closed rings on the surface of the tank for the storage of oil and oil products, taking into account the imperfections of geometric shapes.

Key words: a closed contour, contour by arc, tangent, BN-calculation, point equation, curvature of the curve.