

УДК 514.18

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТОРСОВОЇ ПОВЕРХНІ
З ДВОМА ПАРАБОЛАМИ, ЩО МАЮТЬ ЗАГАЛЬНУ ВІСЬ,
АЛЕ НАЛЕЖАТЬ ПЛОЩИНАМ, ЩО ПЕРЕТИНАЮТЬСЯ
АПАРАТОМ БН-ЧИСЛЕННЯ**

Літвінов А.І., аспірант*

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
ім. Богдана Хмельницького (Україна)*

У статті, засобами апарату БН-числення, досліджено спосіб геометричного моделювання торсової поверхні з двома параболою, що мають загальну вісь, але належать площинам, що перетинаються. Також отримано точкові рівняння, які визначають торсову поверхню з наперед заданими властивостями.

Ключові слова: точкове числення Балюби-Найдиша (БН-числення), торсова поверхня, парабола, дуга кривої, апарат БН-числення, загальна вісь.

Постановка проблеми. Завдяки властивостям, які дають можливість розгорнення на поверхню без складок та розривів, торсові поверхні добре зарекомендували себе у різних галузях промисловості. Для проведення досліджень та інженерних розрахунків необхідно мати інструментарій, що дозволяє швидко та точно змоделювати поверхню.

Формування аналітичного опису та алгоритмів конструювання об'єктів є ключовим у розв'язку задач прикладної геометрії. Актуальною проблемою є отримання способів та методів моделювання торсів із застосуванням апарату БН-числення. Це дозволить значно розширити можливості для їх використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналізуючи матеріали робіт вітчизняних вчених, окремо були відзначені зібрання праць Кривошапко С.М. [1]. У роботі надано практично всі можливі види торсових поверхонь, їх векторні та параметричні форми задання. Однак, конструювання поверхонь таким чином призводить до формування складних систем із тригонометричних та диференційних рівнянь, що, у свою чергу, потребує значних витрат розрахункових

* Науковий керівник – д.т.н., проф. Найдиш А.В.

ресурсів.

Важливо відзначити дисертаційні дослідження Балюби І.Г., які дозволили створити апарат БН-числення, що відкрив нові можливості у геометричному моделюванні об'єктів [2]. Його учнями, а саме Конопацьким Є.В. та Давиденко І.П. у працях [3, 4] було суттєво розширено інструментарій апарату. Їх наукові здобутки надали можливість аналітичного опису кривих, які є основою побудови різноманітних торсових поверхонь.

Близькою до теми статті є дослідження Несвідоміна В.М. [5] в області побудови складних геометричних моделей, зокрема торсових поверхонь. У цій роботі було визначено перелік недоліків методів синтетичної геометрії, таких як велика трудомісткість процесу, ручне виконання графічних побудов та недостатня точність, що в загалом сповільнює конструювання моделей. Усунення цих недоліків можливо тільки із використанням сучасних інформаційних технологій.

Формування цілей статті. Побудувати геометричну модель торсової поверхні з двома параболою, що мають загальну вісь, але належать різним площинам, що перетинаються, та отримати їх аналітичний опис у БН-численні.

Основна частина. В якості зразку побудови торсових поверхонь засобами БН-числення було визначено поверхні з параболічними твірними, що відносяться до підкласу поверхонь із двома плоскими напрямними кривими. У загальному випадку кожна із них має векторну та параметричну форму задання поверхні.

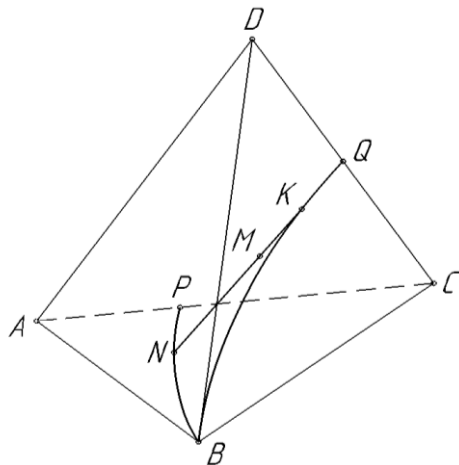


Рис. 1. Геометрична схема конструювання торсової поверхні

Нехай задано симплекс $ABCD$ (рис. 1). Згідно з геометричним алгоритмом, який було розглянуто у роботі [1], визначимо параболу PNB , що належить грані ABC , та параболу QKB , що належить грані BCD . Відповідно до роботи [1], параболи повинні належати до двох площин, що перетинаються. У нашому випадку параболу PNB належить до площини ABC , а параболу QKB – до площини

BCD , які, в свою чергу, перетинаються у ребрі BC , що забезпечує виконання першої необхідної умови.

Друга умова, що обов'язково має виконуватись для даного типу поверхні – існування спільної вісі для обох параболічних напрямних.

В якості прикладу було обрано ребро BC як спільну вісь для парабол PNB та QKB . Визначимо окремо кожен з цих парабол.

У симплексі PRS визначимо параболу PNB як криву одного відношення [4] та задамо її наступним точковим рівнянням:

$$N = P \cdot \bar{u}^2 + 2R \cdot u \cdot \bar{u} + S \cdot u^2. \quad (1)$$

Визначимо точку P як середину відрізка AC симплекса ABC , отже

$$P = \frac{A + C}{2}. \quad \text{Відповідно до}$$

геометричних властивостей параболи, точка C є серединою

$$\text{відрізка } PS, \text{ отже } C = \frac{P + S}{2},$$

звідси $S = 2 \cdot C - P$. Точка B є серединою медіани RC , отже

$$B = \frac{R + C}{2}, \text{ звідси } R = 2 \cdot B - C.$$

Після перетворень отримаємо:

$$S = \frac{3C - A}{2}, \quad R = 2B - C.$$

Підставимо значення точок P , R та S у рівняння (1):

$$N = \left[\frac{A + C}{2} \right] \bar{u}^2 + 2[2B - C] u \bar{u} + \left[\frac{3C - A}{2} \right] u^2. \quad (2)$$

Після перетворень отримаємо:

$$N = A \frac{1 - 2u}{2} + 4B u \bar{u} + C \frac{1 - 6u + 8u^2}{2}. \quad (3)$$

Аналогічно визначимо рівняння для параболи QKB в симплексі QRH :

$$K = D \frac{1 - 2u}{2} + 4B u \bar{u} + C \frac{1 - 6u + 8u^2}{2}. \quad (4)$$

Рівняння твірної торсової поверхні визначимо як рівняння прямої:

$$M = N \cdot v + K \cdot \bar{v}. \quad (5)$$

Підставимо рівняння (3) та (4) у рівняння (5) та після перетворень отримаємо:

$$M = A \frac{1 - 2u}{2} \bar{v} + 4B u \bar{u} + C \frac{1 - 6u + 8u^2}{2} + D \frac{1 - 2u}{2} v. \quad (6)$$

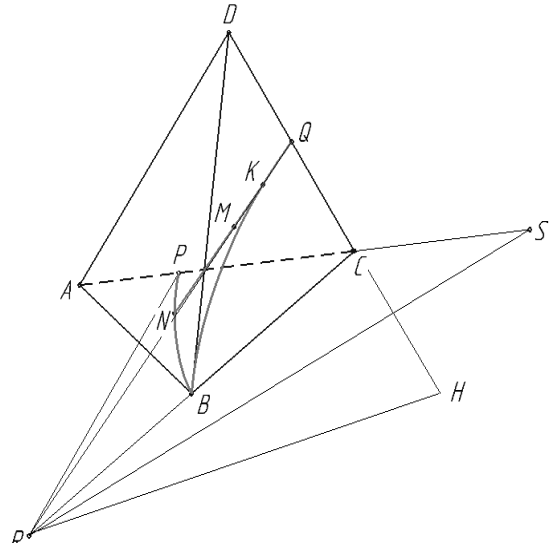


Рис. 2. Геометрична схема конструювання дуг парабол

Представимо точкове рівняння (6) у параметричному вигляді:

$$\begin{aligned}x_M &= x_A \frac{1-2u}{2} \bar{v} + 4x_B u \bar{u} + x_C \frac{1-6u+8u^2}{2} + x_D \frac{1-2u}{2} v, \\y_M &= y_A \frac{1-2u}{2} \bar{v} + 4y_B u \bar{u} + y_C \frac{1-6u+8u^2}{2} + y_D \frac{1-2u}{2} v, \\z_M &= z_A \frac{1-2u}{2} \bar{v} + 4z_B u \bar{u} + z_C \frac{1-6u+8u^2}{2} + z_D \frac{1-2u}{2} v.\end{aligned}\quad (7)$$

Результат роботи рівняння (6) представлені на рис. 3.

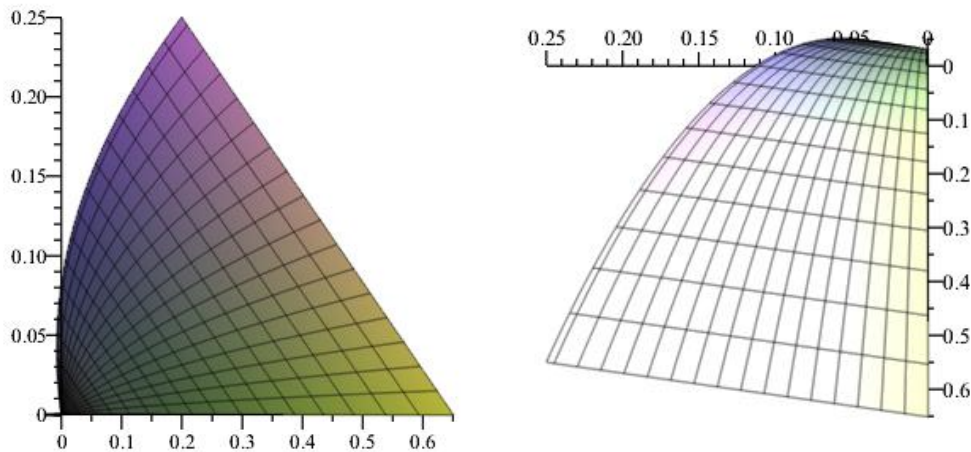


Рис 3. Торсова поверхня з двома параболою, що мають загальну вісь, але належать площинам, що перетинаються

Висновки. Побудовано геометричну модель торсової поверхні з двома параболою, що мають загальну вісь, але належать площинам, що перетинаються, та сформовано їх аналітичний опис у БН-численні. Отримані точкові рівняння розширили інструментарій апарату БН-числення та дозволяють розглядати прикладні задачі, що стосуються зазначеного у статі типу торсової поверхні. У подальшому планується досліджувати підклас торсових поверхонь із двома плоскими направляючими кривими та пов'язані із ним задачі прикладного характеру.

Література

1. Кривошاپко С.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей / С.Н. Кривошاپко, В.Н. Иванов. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560с.
2. Балюба И.Г Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления: автореф. дис. на соискание учен. степени доктора техн. наук. – К.: КГТУСА, 1995. – 3–6с.
3. Конопацький Є.В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому

численні Балюби-Найдиша: автореф. дис. на здоб. наук. ступеня канд. техн. наук: 05.01.01 "Прикладна геометрія, інженерна графіка" / Є.В. Конопацький; М-во аграрної політики та продовольства України, Таврійський держ. агротехнологічний ун-т. – Мелітополь, 2012. – 26 с.

4. Давиденко І.П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / І. П. Давиденко; Донбаська національна академія будівництва та архітектури. – Донецьк, 2012. – 169 с.
5. Несвідомін В.М. Комп'ютерні моделі синтетичної геометрії: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01 / В.М. Несвідомін; КНУБА. – Київ, 2008. – 34 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРСОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ДВУМЯ ПАРАБОЛАМИ, ИМЕЮЩИМИ ОБЩУЮ ОСЬ, НО ЛЕЖАЩИМИ В ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПЛОСКОСТЯХ В РАМКАХ АППАРАТА БН-ИСЧИСЛЕНИЯ

Литвинов А.И.

В статье, средствами аппарата БН-исчисления, рассмотрен способ геометрического моделирования торсовой поверхности с двумя параболоми, имеющими общую ось, но лежащими в пересекающихся плоскостях. Так же получены точечные уравнения, которые определяют торсовую поверхность с наперед заданными условиями.

Ключевые слова: точечное исчисление Балюбы-Найдыша (БН-исчисление), торсовая поверхность, парабола, дуга кривой, аппарат БН-исчисления, общая ось.

GEOMETRIC MODELING OF THE TORSION SURFACE WITH TWO PARABOLAS, WHICH HAVE COMMON AXIS, BUT LIE IN INTERSECTING PLANES UNDER THE BN-CALCULUS APPARATUS

A. Litvinov

Article describes the way of geometric modeling of the torsion surface with two parabolas, which have common axis, but lie in intersecting planes by means of the BN-calculus apparatus. Also received point equations that define torsion surface with predetermined conditions.

Keywords: torsion surface, parabola, arc curve, BN-calculus, common axis.