

УДК 514.18

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АНТРОПОГЕННО ЗМІНЕНИХ ЕКОСИСТЕМ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ

Холковський Ю. Р., к.т.н.

*Національний авіаційний університет України (м. Київ)*

*У роботі розглядається геометричне моделювання складних багатопараметричних антропогенно змінених екосистем на основі використання нетрадиційного дискретно-інтерполяційного методу.*

*Ключові слова: геометричне моделювання, інтерполяція, екосистема, дискретно-інтерполяційна екоматриця.*

**Постановка проблеми.** В умовах неконтрольованого впливу людини на навколишнє середовище, сучасної глобальної екологічної кризи робота з організації екологічного моніторингу, обробки його результатів та прогнозування майбутнього стану певної екосистеми чи середовища набуває особливої значущості. Зазвичай екологічний моніторинг використовується для виокремлення антропогенної складової на фоні природних біосферних процесів. Він являє собою певну інформаційну систему спостережень, оцінювання й прогнозування змін у стані компонентів довкілля та у цілому змін середовища. Зрозуміло, що моделювання таких процесів, систем та середовищ на основі побудови певних математичних моделей є вельми складною задачею.

Суттєве підвищення сучасних вимог щодо якості кінцевих результатів задач прогнозування екологічної безпеки певної території та процесів, що відбуваються на ній, вимагає оптимальний вибір методів моделювання складних багатопараметричних процесів, екологічних систем та середовищ. Це пов'язано з тенденціями загострення таких глобальних екологічних проблем, як зміна клімату, вичерпання природних ресурсів, недостатня кількість і забруднення поверхневих та підземних вод, забруднення атмосферного повітря, зникнення лісів, опустелювання, зменшення біорізноманіття, деградація ґрунтів тощо. Для розв'язання цих проблем саме й потрібна розробка нових та раціональних методів моделювання та прогнозування екологічних процесів та середовищ

У попередніх роботах автора [1,2] був розглянутий нетрадиційний дискретно-інтерполяційний підхід та створений метод

геометричного моделювання складних багатопараметричних об'єктів, процесів, систем та середовищ, введено поняття дискретно-інтерполяційної екологічної матриці, як моделі таких середовищ, на основі яких й пропонується розв'язування задачі прогнозування їх антропогенно зміненого стану.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У науковій літературі досить рідко зустрічаються окремі випадки розглядання питань геометричного моделювання багатопараметричних систем і середовищ, а також побудови їх математичних моделей. Як правило, вони носять описовий статистичний характер. Особливо це стосується таких багатопараметричних систем і середовищ, як, наприклад, екологічні системи та середовища, які відрізняються великою кількістю різноманітних та різноякісних параметрів, і для яких аналіз та прогнозування зміненого стану є вкрай важливими практичними задачами. Зазначимо, що алгоритми та методи геометричного моделювання складних багатопараметричних екосистем та середовищ з побудовою їх математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Звідки і випливають наступні цілі дослідження.

**Формулювання цілей статті.** Метою даної роботи є розробка та побудова дискретних математичних (геометричних) моделей складних багатопараметричних екосистем на основі нетрадиційного дискретно-інтерполяційного методу для їх подальшого моделювання та прогнозування антропогенно зміненого стану.

**Основна частина.** Математичне моделювання, прогнозування й контроль стану екосистеми, певних процесів, середовищ, компонентів довкілля є досить складним, багатопараметричним і стохастичним процесом. Це впливає з того, що природні екосистеми тісно взаємопов'язані одна з одною, й неможливо ізольовано розглядати окрему конкретну екосистему. Тому автором пропонується методологія вибору оптимальних методів саме геометричного моделювання складних багатопараметричних екологічних процесів, систем та середовищ, прогнозування екологічної безпеки певної території та процесів, що відбуваються на ній. Цілком очевидно, що такі екосистеми та середовища не піддаються аналітичному опису, тобто неможливо створити їх математичну континуальну модель, а різноманітні екологічні показники носять виражений дискретний характер, як результат вимірювань. Тому, на наш погляд, доцільно використовувати дискретні геометричні моделі у вигляді дискретних чисельних масивів, елементами яких є певні компоненти процесів, екосистем та середовищ.

Отримання таких моделей можливе на основі запропонованого автором дискретно-інтерполяційного методу моделювання багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ [1]. Вказаний

метод базується на використанні дискретно-інтерполяційних схем із застосуванням інтерполяційних поліномів Лагранжа. Це пов'язано з тим, що при геометричному моделюванні багатопараметричних об'єктів систем та середовищ багатьох виникає необхідність та задача побудови однопараметричної множини певних об'єктів, процесів та систем. Геометричною моделлю певної системи чи середовища, що задана аналітично, а у переважній більшості дискретно, може бути, з математичної точки зору, деяка поверхня або гіперповерхня.

Як відомо, існують певні різновиди інтерполяційних поліномів і, як наслідок, проблема їх вибору. На наш погляд оптимальність вибору запропонованих інтерполяційних поліномів Лагранжа серед інших пов'язана з необов'язковою рівномірністю у розташуванням вузлів інтерполяції, а також з можливістю представлення по кожному параметру різної кількості вузлів інтерполяції.

Оригінальність запропонованого автором підходу полягає у тому, що під терміном "вузли інтерполяції" розуміються не точки, як у традиційному математичному розумінні, а більш складніші математичні та фізичні об'єкти: наприклад, лінії, поверхні або ж навіть певні процеси та системи, що представлені у вигляді деяких функціоналів як сукупності їх властивостей і вектору параметрів. Схема розташування саме таких вузлів інтерполяції й розуміється як схема інтерполяції. Особливо зазначимо, що подібний підхід щодо моделювання екологічних систем, процесів чи екологічних ситуацій у літературі практично відсутній.

Однопараметричні множини, що отримані таким чином є дискретними математичними моделями певних процесів, систем та середовищ, наразі й екологічних. Важливо підкреслити, що елементом таких множин є деяка дискретна функція, що у загальному випадку може бути представлена як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись у відповідних межах. Інтерполювання таких функцій, які можуть бути задані неявно або параметрично, зводиться до розміщення у вузлах інтерполяції рівнянь або дискретних масивів і отримання деякого функціонала з вектором параметрів, що включає в себе інтерполяційний параметр, координатні змінні, параметри, що характеризують форму й положення об'єктів, компоненти та параметричні характеристики екологічних процесів, систем та середовищ.

Надзвичайно важливим є той факт, що саме такий підхід дозволяє включати в однопараметричну множину системи та процеси, що мають різну структуру і навіть різні властивості. Тому застосування запропонованого дискретно-інтерполяційного методу до моделювання складних екологічних систем, а також середовищ, що характеризуються великою кількістю різноякісних параметрів, на

нашу думку, є перспективним.

Очевидно, що дискретний підхід можна вважати більш загальним, оскільки від неперервно-аналітичної моделі практично завжди можна перейти до дискретної, а в нашому випадку – до дискретно-інтерполяційної. Отже, за нашого підходу інтерполяційний поліном Лагранжа набуває такого вигляду:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j},$$

де  $u$  – параметр інтерполяції,  $F(p_1, p_2, \dots, p_k)$  – вузлова функція,  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – параметри вузлової функції, а саме, екологічні різноструктурні та різноякісні параметри (показники забруднення, рівень концентрації певних речовин, врахування природних особливостей середовищ тощо),  $n$  – кількість вузлів інтерполяції.

Екологічні системи та середовища, як правило, є складними багатокомпонентними системами, та ще й з різноякісними параметрами, тому доцільно використати двовимірну, а деяких випадках, й навіть  $n$ -вимірну інтерполяцію. У таких випадках через вказані вище вузли інтерполяції проходить певна гіперповерхня, що є многочленом  $n$  змінних, а формула, зрозуміло, матиме аналогічний вигляд із врахуванням  $n$ -вимірності.

Наведемо поняття дискретно-інтерполяційної екоматриці. Нехай  $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$  – багатопараметрична неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала  $\Phi(p_{i,j})$ , що заданий матрицею  $M[i, j]$ . Визначимо, що

$$F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j].$$

Тобто  $M[i, j]$  і є вузловою дискретно-інтерполяційною екологічною матрицею [2]. Тоді  $\Phi(p_{i,j})$  отримаємо як

$$\Phi(p_{i,j}) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}.$$

Вираз  $\Phi(p_{i,j})$ , що являє собою узагальнену дискретно-інтерполяційну екоматрицю, і є дискретною геометричною моделлю певної системи чи екологічного середовища. Відповідно, отримана дискретна геометрична модель надає можливість моделювати стан певної екосистеми, процесу чи середовища та здійснити прогнозування їх зміненого стану, враховуючи позиційні, часові та атмосферні фактори.

**Висновки.** Таким чином, запропонований нами підхід дає змогу не тільки отримати геометричні моделі складних багатопараметричних екологічних систем, процесів та середовищ, що

характеризуються великою кількістю різноякісних параметрів і властивостей, але й спрогнозувати стан та поведінку антропогенно змінених екосистем та розвиток процесів у них.

### *Література*

1. Холковський Ю.Р. Моделювання багатопараметричних процесів та систем на основі дискретно-інтерполяційного підходу в екології / Ю.Р. Холковський // Праці VIII Всеукраїнських наукових Таліївських читань. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2012. – С.204-208.
2. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційна екоматриця як геометрична модель багатопараметричних процесів та систем в екології / Ю.Р. Холковський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТГАТУ, 2012. – Вип.4 – Т55. – С. 308-311.

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТРОПОГЕННО ИЗМЕНЕННЫХ ЭКОСИСТЕМ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МЕТОДА**

Холковский Ю.Р.

*В работе рассматривается моделирование сложных многопараметрических антропогенно измененных экосистем на основе использования нетрадиционного дискретно-интерполяционного метода*

*Ключевые слова: геометрическое моделирование, интерполяция, экосистема, дискретно-интерполяционная экоматрица.*

## **GEOMETRIC MODELING ANTHROPOGENIC CHANGES IN ECOSYSTEMS THROUGH DISCRETE INTERPOLATION METHOD**

Yu. Kholkovsky

*This paper describes the modeling of complex multivariable anthropogenically modified ecosystems through the use non-traditional of discrete interpolation method*

*Key words: geometric modeling, interpolation, ecosystem, discrete interpolation of the environmental matrix.*