УДК 514.74

ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧНІ ПОЛІТОЧКОВІ ВІДОБРАЖЕННЯ ЗА ОДНІЄЮ КООРДИНАТОЮ

Бадаєв Ю.І., д.т.н.,
Четверикова Л.О.
Київська державна академія водного транспорту (Україна)

В роботі пропонується метод політочкових відображень прямих за однією координатою, який визначає загальні векторно-параметричні політочкові відображення.

Ключові слова: дискретно задана крива, пряма, полі-координатні відображення, політочкові відображення.

Постановка проблеми. Політочкові перетворення застосовуються в проектуванні геометричних об’єктів складної форми в машинобудуванні. Розширення можливостей політочкових перетворень є важливою проблемою в теперішній час.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У попередніх публікаціях [1-4] розглядаються методи політочкових перетворень на основі оптимізації деформації відстаней прямих до заданої множини точок, але при цьому не розглядається можливість поширити цей метод на векторно-параметричне завдання кривих і поверхонь, що звужує його застосування в проектуванні складних геометричних об’єктів.

Формулювання цілей статті. Метою статті є створення методу векторно-параметричного відображення за однією координатою, який дасть змогу визначити загальні векторно-параметричні політочкові відображення.

Основна частина. Нехай на площині *xy* задано (рис.1):

– точки первинного базису $T_{pi}(x_{pi},y_{pi})$, $i=1,2,3,\ldots.M$,

– точки вторинного базису $T_{vi}(x_{vi},y_{vi})$, $i=1,2,3,\ldots.M$,

– відрізок прямої – прообразу A_{proob} – B_{proob}, який необхідно перетворити у відрізок прямої - образ $A_{ob} – B_{ob}$,

Розглянемо відстані точок первинного базису до відрізка прямої-прообразу A_{proob} - B_{proob} по координаті у:

$$\beta_i = y_{pi} - [\, y_{Aproob}(1-u_i) + y_{Bproob}u_i \,], \tag{1}$$

де $u_i = \dfrac{x_{pi} - x_{Aproob}}{x_{Bproob} - x_{Aproob}}$.

Відстані точок вторинного базису до перетвореного відрізка прямої – образу будуть дорівнювати:

$$\gamma_i = y_{vi} - [\, y_{Aob}(1-u_i\,) + y_{Bob}u_i\,], \qquad (2)$$

де u_i – визначається так само, як і в (1).

При перетворенні відрізка прямої – прообразу A_{proob} - B_{proob} у відрізок прямої-образу A_{ob} - B_{ob} координати β_i перетворюються в координати γ_i. Можна записати:

$$\gamma_i = \omega_i \beta_i\,. \qquad (3)$$

Звідси

$$\omega_i = \frac{\gamma_i}{\beta_i} = \frac{y_{vi} - [\, y_{Aob}(1-u_i\,) + y_{Bob}u_i\,]}{\beta_i}\,. \qquad (4)$$

Розглянемо наступний функціонал:

$$S = \sum_{i=1}^{M} (\,\omega_i - 1)^2 \Rightarrow min\,, \qquad (5)$$

що буде означати, що відношення нових координат γ_i до первинних координат β_i будуть прагнути до 1.0.

Продиференціюємо (5) по y_{Aob} і по y_{Bob}:

$$\frac{dS}{dy_{Aob}} = \sum_{i=1}^{M} 2(\,\omega_i - 1)\frac{(u_i - 1)}{\beta_i}\,, \qquad (6)$$

$$\frac{dS}{dy_{Bob}} = \sum_{i=1}^{M} 2(\,\omega_i - 1)\frac{-u_i}{\beta_i}\,. \qquad (7)$$

Підставивши (4) в (6) і (7) і розкривши дужки, отримаємо систему двох лінійних рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} A1y_{Aob} + B1y_{Bob} + C1 = 0 \\ A2y_{Aob} + B2y_{Bob} + C2 = 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (8)$$

де $A1 = \sum_{i=1}^{M} [\,\frac{(1-u_i\,)^2}{\beta^2{}_i}$, $B1 = \sum_{i=1}^{M} [\,\frac{(1-u_i\,)u_i}{\beta_i^2}$, $C1 = \sum_{i=1}^{M} (\,\frac{y_{vi}}{\beta_i} - 1)[\,\frac{(u_i - 1)}{\beta_i}\,]$,

$$A2 = \sum_{i=1}^{M} [\,\frac{(1-u_i\,)u_i}{\beta_i^2}\,, \quad B2 = \sum_{i=1}^{M} [\,\frac{u_i{}^2}{\beta^2{}_i}\,], \quad C2 = \sum_{i=1}^{M} (\,\frac{y_{vi}}{\beta_i} - 1)[\,\frac{-u_i}{\beta_i}\,]\,.$$

Розв'язавши систему (8), знайдемо координати відрізка прямої-образу y_{Aob} і y_{Bob}. Координати x_{Aob} і x_{Bob} визначимо відповідно по розташуванню їх до перших ланок первинного базису і відповідно до вторинного:

$$x_{Aob} = x_{Tv1}(1-v\,) + x_{Tv2}v, \qquad (9)$$

$$x_{Bob} = x_{Tv1}(1-s\,) + x_{Tv2}s, \qquad (10)$$

де

$$v = \frac{x_{Aproob} - x_{Tp1}}{x_{Tp2} - x_{Tp1}}, \qquad (11)$$

$$s = \frac{x_{Bproob} - x_{Tp1}}{x_{Tp2} - x_{Tp1}}. \qquad (12)$$

На основі описаного методу була реалізована комп’ютерна програма. Результати роботи програми представлені на рис.1 і рис.2.

На рис.1 показане відображення однієї ланки ламаної, на рис. 2 показане відображення ламаної лінії як точково-заданої кривої.

Таким чином, маємо реалізацію процесу Векторно-параметричного Політочкового Відображення за однією координатою (ВППВ-1), яку умовно можна позначити як

$$T_{iproob}(x_{iproob}, y_{iproob}) \Rightarrow T_{iob}(x_{iob}, y_{iob})\,. \qquad (13)$$

Якщо в процесі (13) замінити абсцису x на параметр (наприклад w), а ординату y на координати x,y,z, то отримаємо загальні векторно-параметричні політочкові відображення плоскої або просторової точково-заданої кривої.

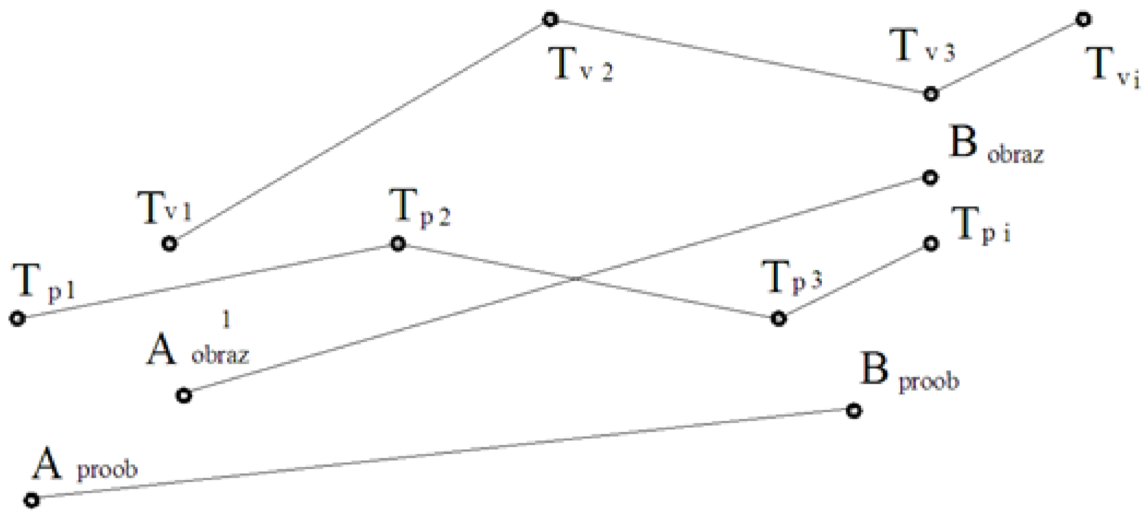

Рис.1. Схема політочкового відображення відрізка прямої
за однією координатою
(за результатами роботи комп’ютерної програми)

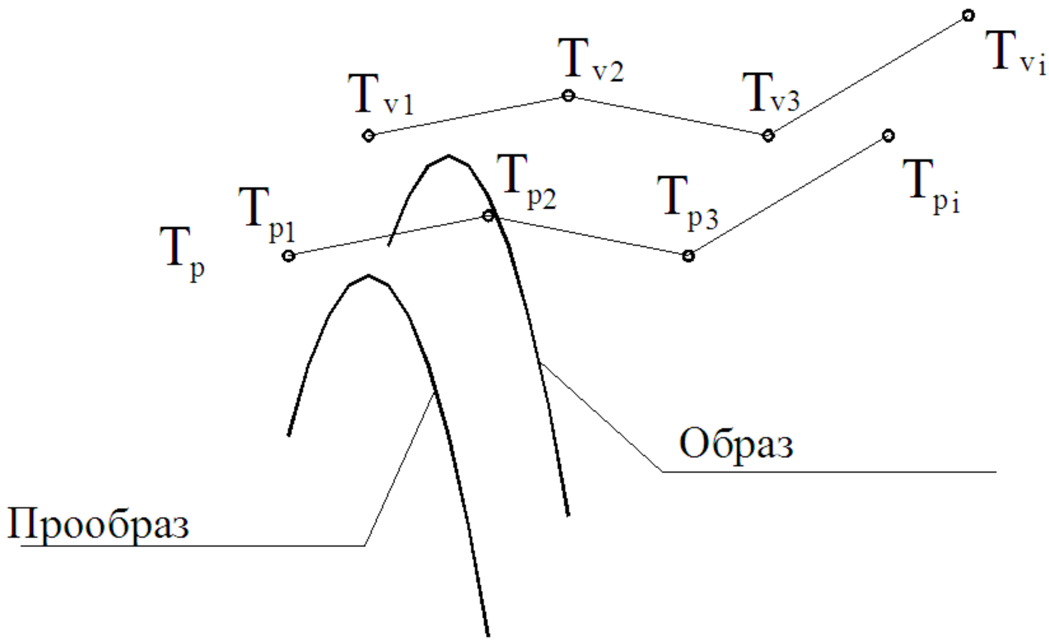

Рис.2. Тестовий приклад політочкового відображення
за однією координатою ламаної лінії
(за результатами роботи комп'ютерної програми)

Висновки. Запропонований процес векторно-параметричного політочкового відображення за однією координатою може бути застосований в реалізації загального векторно-параметричного політочкового відображення. Подальші дослідження передбачається проводити в напряму виявлення властивостей політочкових відображень за однією координатою а також в реалізації тривимірних політочкових відображень кривих і площин.

Література

1. Бадаев Ю.И. Поликоординатный метод в прикладной геометрии и компьютерной графике [Монография] / Бадаев Ю.И. – К.: Просвіта, 2006. – 173 с.
2. Бадаєв Ю.І. Визначення коефіцієнтів перетвореної прямої при політочкових перетвореннях/ Бадаєв Ю.І. Сидоренко Ю.В. // Міжвідомчий науково-технічний збірник: «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – К: КДТУБА, 2001. – Вип.68 – С.45-47.
3. Бадаєв Ю.І. Політканинні перетворення в точковому визначенні / Ю.І. Бадаєв, Ю.В. Сидоренко // Праці Таврійського державного

агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 1998. – Вып.4, т.8 – С.21-23.

4. Бадаєв Ю.І.Деформаційне конструювання об'єктів водного транспорту за допомогою політочкових перетворень/ Ю.І. Бадаєв, Ю.В. Сидоренко // Водний транспорт: Збірник наукових праць. – К.: КДАВТ, 2000. – С.140-143.

ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПОЛІТОЧЕЧНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПО ОДНОЙ КООРДИНАТЕ

Бадаев Ю.І., Четверикова Л.А.

В работе предлагается метод политочечных отображений прямых по одной координате, который определяет общие векторно-параметрические политочечные отображения .

Ключевые слова: дискретно заданная кривая, прямая, поли-координатные отображения, политочечные отображения.

VECTOR-PARAMETRIC POLYPOINTS MAPS ON ONE COORDINATE

Badayev Y., Chetverykova L.

In this paper proposed a method of direct polypoints maps on one coordinate, which defines common vector-parametric polypoints maps.

Key words: discrete-defined curve, straight, poly coordinate maps, polypoints maps.