

УДК 515.2:519.85

ФОРМАЛИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ РАЗМЕЩЕНИЯ ЭЛЛИПСА В ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Комяк В.В., к.т.н.

Университет гражданской защиты Украины (г. Харьков)

В работе предлагается подход к построению ρ -функции невыпуклой области и эллипса для формализации условий размещения эллипса в заданной области.

Ключевые слова: условия размещения, ρ -функция, класс базовых объектов, аппроксимация сложного объекта базовыми.

Постановка проблемы. Эффективность решения класса задач геометрического проектирования: размещения, покрытия, разбиения, трассировки зависит от способа формализации условий непересечения объектов. В связи с этим работа, которая посвящена формализации условий размещения эллипса в произвольной области, учитывающая особенности рассматриваемых объектов, является актуальной.

Анализ последних достижений и публикаций. В работе [1] для формализации условий непересечения построен полный класс базовых ρ -функций для объектов $S_i \in \mathfrak{R} = \{K, D, H, V\}$, а также для объектов из класса \mathfrak{R} и $\mathfrak{R}^* = \{R^2 \setminus K; R^2 \setminus D; R^2 \setminus H; R^2 \setminus V\}$, где K – выпуклый многоугольник, заданный вершинами (x_{ii}, y_{ii}) , $ii = 1, 2, \dots, m$, $\alpha_{ii}x + \beta_{ii}y + \gamma_{ii} = 0$, $\alpha_{ii}^2 + \beta_{ii}^2 = 1$ – уравнения сторон K ; $D = T \cap C$, T – треугольник с вершинами $p_{ii} = (x_{ii}, y_{ii})$, $ii = 1, 2, 3$; C – круг радиуса r с центром $u_C(x_C, y_C)$; $p_1 = (x_1, y_1)$ и $p_2 = (x_2, y_2)$ – концевые точки хорды сегмента D ; $H = T \cap C^*$, $C^* = R^2 \setminus \text{int } C$, $T = \text{conv}\{H\}$; $V = T \cap C_1^* \cap C_2$, C_2 – круг радиуса $r_2 > r_1$.

Формулирование целей статьи. На основе разработанных базовых ρ -функций для объектов и областей и их свойств необходимо разработать ρ -функцию для формализации условий размещения в невыпуклой области.

Основная часть. Пусть невыпуклая область Ω ($\Omega \notin \mathfrak{R}^*$) задана в глобальной системе координат, а эллипс $E(u_E)$ – в локальной, $u_E = (x_E, y_E, \theta_E)$, (x_E, y_E) – координаты размещения начала локальной системы координат в глобальной, θ_E – угол поворота эллипса E . Необходимо построить ρ -функцию области Ω и эллипса $E(u_E)$. На

рис.1 представлена внешняя аппроксимация эллипса набором объектов минимальной площади [1]:

$$E(u_E) = C_1(u_E) \cup C_2(u_E) \cup D_1(u_E) \cup D_2(u_E) \cup K(u_E). \quad (1)$$

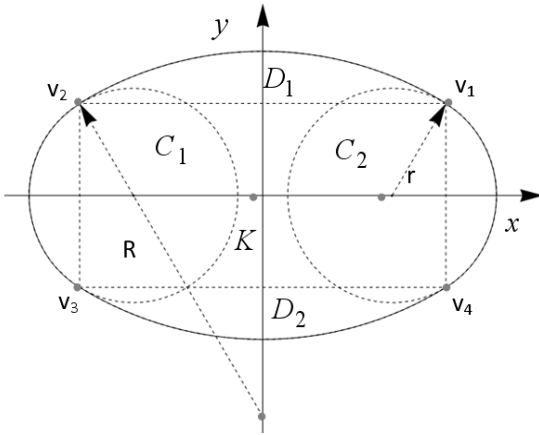


Рис.1. Внешняя аппроксимация эллипса

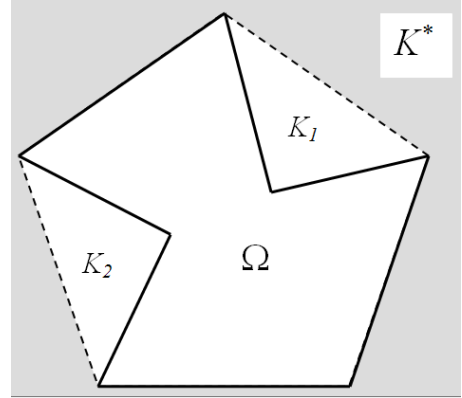


Рис.2. Аппроксимация области Ω

Построим выпуклую оболочку для области Ω , как $K' = \Omega \cup \left(\bigcup_{i=1}^{nn} K_i \right)$, где K', K_i - выпуклые многоугольники (рис.2). Обозначим через K^* дополнение K' до R^2 , т.е. $K^* = R^2 \setminus K'$ или $\Omega^* = K^* \cup \left(\bigcup_{i=1}^{nn} K_i \right) = R^2 \setminus \Omega$.

Используя теорему о phi-функции для сложных объектов, представленных в виде объединения базовых [1], phi-функцию объектов $\Omega^* = R^2 \setminus \Omega$ и $E(u_E)$ можно представить, как

$$\Phi^{E\Omega^*}(u_E) = \min \left\{ \Phi^{EK^*}(u_E), \Phi^{EK_1}(u_E), \dots, \Phi^{EK_i}(u_E), \dots, \Phi^{EK_{nn}}(u_E) \right\}, \quad (2)$$

а с учетом аппроксимации эллипса (1), каждая из phi-функций в скобках (2) представляется, минимумом из пяти phi-функций, т.е.

$$\Phi^{E\Omega^*}(u_E) = \min \left\{ \Phi^{TK^*}(u_E), \Phi^{TK_1}(u_E), \dots, \Phi^{TK_i}(u_E), \dots, \Phi^{TK_{nn}}(u_E) \right\},$$

$$T \in \mathfrak{R} = \{C_1^E, C_2^E, D_1^E, D_2^E, K^E\}.$$

Выводы. Для моделирования условий принадлежности эллипса произвольной области строится новая phi-функция. Предлагаемый подход к формализации условий размещения может использоваться для решения ряда практических задач, в частности, задачи раскроя

натуральных кож, моделирования движения потоков людей в областях сложной конфигурации.

Литература

1. Стоян Ю.Г. Полный класс Ф-функций для базовых объектов / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова, Н.И. Чернов, А.В. Панкратов // Доп. НАН України, 2010. – № 12. – С. 25 – 30.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ УМОВ РОЗМІЩЕННЯ ЕЛІПСУ У ДОВІЛЬНІЙ ОБЛАСТІ

Комяк В.В.

У роботі пропонується підхід до побудови ϕ -функції неопуклої області і еліпса для формалізації умов розміщення еліпса в заданій області

Ключові слова: умови розміщення, ϕ -функція, клас базових об'єктів, апроксимація складного об'єкта базовими.

FORMALIZATION OF PLACEMENT ELLIPSE IN ARBITRARY DOMAINS

Кomyak V.

The paper proposes an approach to the construction of ϕ -function of non-convex area and ellipse to formalize the terms of placement of the ellipse in a given area.

Keywords: accommodation conditions, ϕ -function, base class objects, an approximation of a complex object base.