

УДК 514.18

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ЦЕНТРОЇД ТА ПОБУДОВА ПРОФІЛЮ НЕКРУГЛИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Легета Я.П.

ДВНЗ «Ужгородський національний університет» (Україна)

Проведено огляд галузей використання механізмів з некруглими зубчастими колесами. На основі аналітичного опису за передавальною функцією побудовано геометричні моделі центроїд некруглих зубчастих коліс. Наведено приклади зображень зубчастого зачеплення коліс "нетрадиційної" форми.

Ключові слова: зубчасті колеса, центроїди, аналітичний опис, передавальна функція, геометричне моделювання.

Постановка проблеми. Дослідження геометрії некруглих зубчастих коліс із подальшою розробкою алгоритмів технології їх виготовлення є цікавим виходячи з кількох аспектів. Найбільш часто механізми некруглих коліс використовують в машинах-автоматах для таких потреб [1]:

- забезпечення змінної швидкості руху робочих та керуючих органів машини;
- узгодження циклів роботи механізмів, що працюють паралельно;
- для зміни потрібним чином кінематичних характеристик окремих ланок механізму.

Окрім цього, некруглі зубчасті колеса використовують в насосах та лічильниках для вимірювання витрати рідин [2], механізмах двигунів внутрішнього згорання [3], в ролі ланок механізмів трансмісії велосипедів [4], для відтворення нелінійних функцій однієї незалежної змінної [1]. Ілюстрації кількох прикладів застосування наведено на рис.1.

Слід відмітити обмеженість використання некруглих зубчастих коліс внаслідок складності їх виготовлення за допомогою малоефективних способів нарізання зубців копіюванням або обкочуванням. Значно прогресивнішим є геометричний метод нарізання зубців за координатами на верстатах з числовим програмним керуванням. Тому розробка аналітичного опису профілів зубців некруглих зубчастих коліс є актуальною.

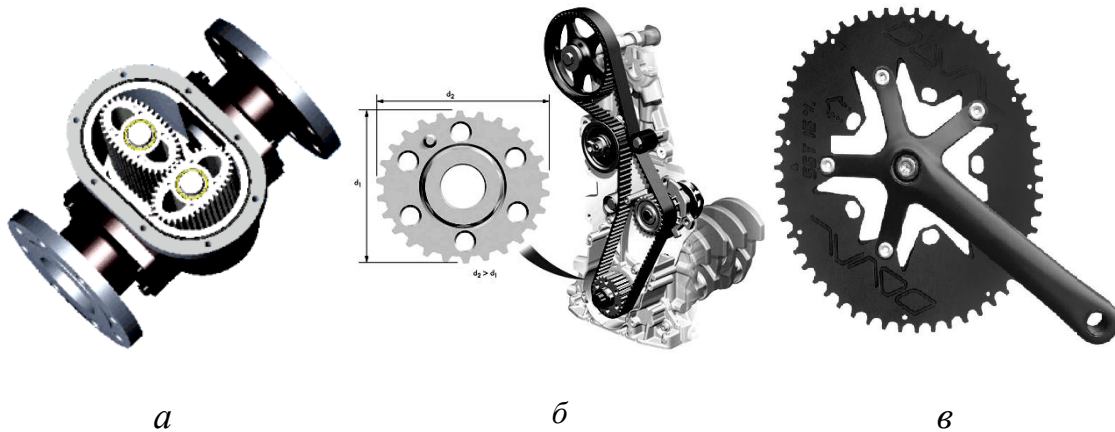


Рис. 1. Приклади використання некруглих зубчастих коліс:

- а) лічильник для вимірювання витрати рідин;
- б) механізм двигуна внутрішнього згорання;
- в) механізм трансмісії велосипедів

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання теоретичного опису геометрії та основи розрахунку некруглих зубчастих коліс найбільш широко висвітлено в працях Ф. Л. Литвина [1,2]. Там, зокрема, викладені вимоги до функції передавального відношення механізму з некруглими зубчастими колесами. Наведемо основні з них.

1. Функція передавального відношення повинна бути гладкою, тобто в заданій області повинна мати неперервну похідну.

2. Функція повинна мати обмежені і додатні значення. По-перше, це унеможливило б появу надмірно крутих ділянок центрід коліс, а по-друге, при обертанні ведучого колеса в одному напрямі не дозволить зміну напрямку обертання веденого колеса.

Проектування некруглих зубчастих коліс починається з визначення та розрахунку їх центрід – кривих, що дотикаються одна до одної й перекочуються без ковзання при русі механізму. Для зубчастої передачі круглими колесами центрідами є основні кола, для еліптичних і овальних передач – відповідно еліпси і овали, для зубчастих коліс довільної «нетрадиційної» форми – замкнуті плоскі криві [1,2].

В роботі [5] описано алгоритм геометричного моделювання центрід механізму зубчастих коліс «нетрадиційної» форми на основі їх аналітичного опису. Основними параметрами, необхідними для проектування передачі, є: кут обертання ведучої шестерні $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, кут обертання веденої шестерні $\varphi_2 = \varphi_2(t)$, міжцентрова відстань

$a = const$, функція передачі обертання $\Phi(t)$ та її похідна $\eta(t) = \frac{d\Phi}{dt}$ (тут t – час).

Передавальну функцію для пари коліс можна обчислити як відношення похідних:

$$\eta(t) = \frac{d\varphi_2}{dt} / \frac{d\varphi_1}{dt}. \quad (1)$$

Якщо обертання ведучого колеса здійснюється з постійною (одиничною) швидкістю, то кутові швидкості коліс рівні:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 = 1; \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2 = \eta(t). \quad (2)$$

З іншого боку, передавальну функцію для кожного фіксованого значення кута повороту φ_1 ведучого колеса можна обчислити як відношення кутових швидкостей коліс в зачепленні:

$$\eta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (3)$$

Сума змінних радіусів центроїд $a = R_1 + R_2$ в миттєвій точці дотику є постійною відстанню між осями коліс (аналогічно до міжосьової відстані класичної зубчастої пари для випадку зовнішнього зачеплення).

З виразу (3) можна обчислити миттєві радіуси передачі:

$$R_1(t) = \frac{a\eta(t)}{1+\eta(t)}; \quad R_2(t) = \frac{a}{1+\eta(t)}. \quad (4)$$

Формулювання цілей статті. Метою даної роботи є розробка алгоритму геометричного моделювання центроїд та побудова зубчастого профілю пари некруглих зубчастих коліс.

Основна частина. Алгоритм побудови зображень центроїд та зубчастого профілю проілюструємо на прикладі пари некруглих зубчастих коліс, для яких функція передачі обертання $\Phi(t)$ задана формулою:

$$\Phi(t) = t - 0,25 \sin(2t). \quad (5)$$

На рис. 2 зображено графік функції (5), а на рис. 3 – графік передавальної функції $\eta(t) = \frac{d\Phi}{dt}$.

Параметричні рівняння ведучого та ведених коліс визначаємо за формулами [5]:

$$x_1 = \frac{a \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right) \cos(t)}{1 + \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right)}; \quad y_1 = \frac{a \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right) \sin(t)}{1 + \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right)}. \quad (6)$$

$$x_2 = \frac{a \cos(\Phi)}{1 + \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right)}; \quad y_2 = \frac{a \sin(\Phi)}{1 + \left(\frac{d}{dt} \Phi(t) \right)}. \quad (7)$$

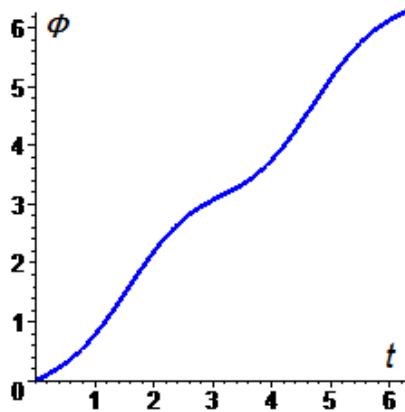


Рис. 2. Графік функції передачі
обертання $\Phi(t)$

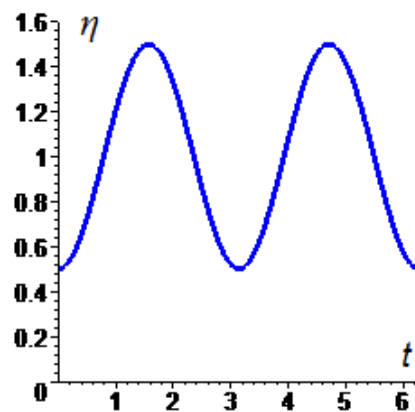


Рис. 3. Графік передавальної
функцій $\eta(t)$

За допомогою програмного пакету Maple з використанням формул (6) і (7) одержано комп'ютерну анімацію взаємного обертання пари центроїд, для яких функція $\Phi(t)$ задана формулою (5). Окремі кадри анімації наведено на рис.4.

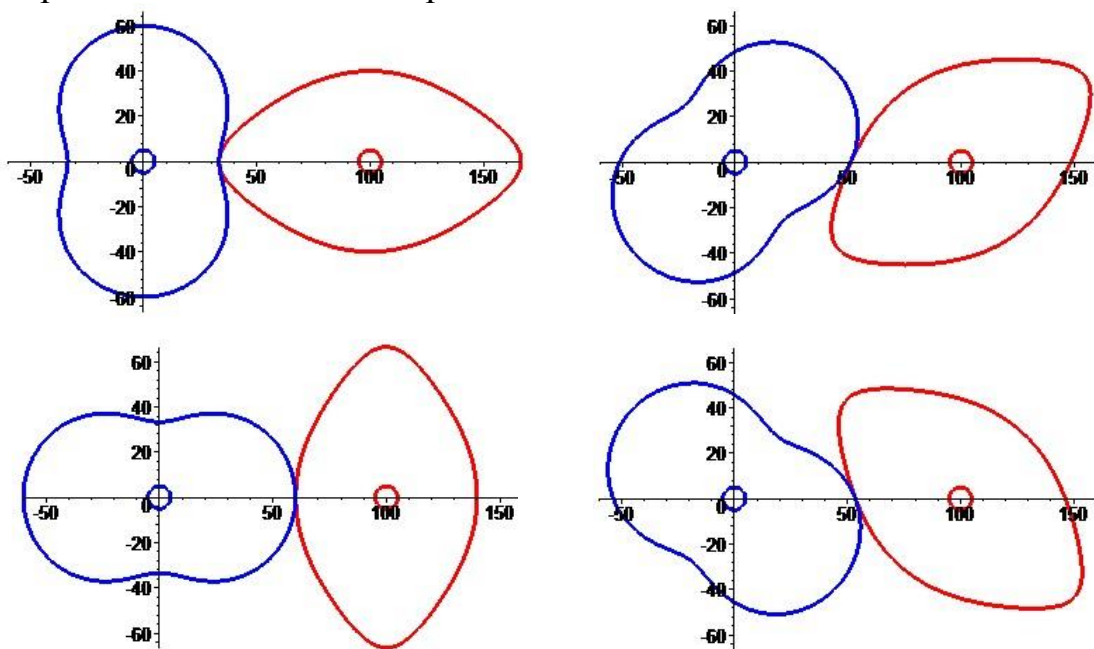


Рис. 4. Кадри анімації обертання центроїд

Для побудови зубчастого профілю ведучого та ведених коліс приймаємо такі параметри зачеплення: кількість зубців $Z_1 = Z_2 = 52$; крок по центроїді (модуль) $m=2$; висота ніжки зуба $h_f = 2,5$; $h_a = 2$.

В результаті виконання складеної програми одержано комп'ютерну анімацію взаємного руху двох некруглих зубчастих коліс. Окремі кадри анімації наведено на рис. 5. Це на графічному рівні доводить факт коректного опису центроїд та профілю некруглих зубчастих коліс.

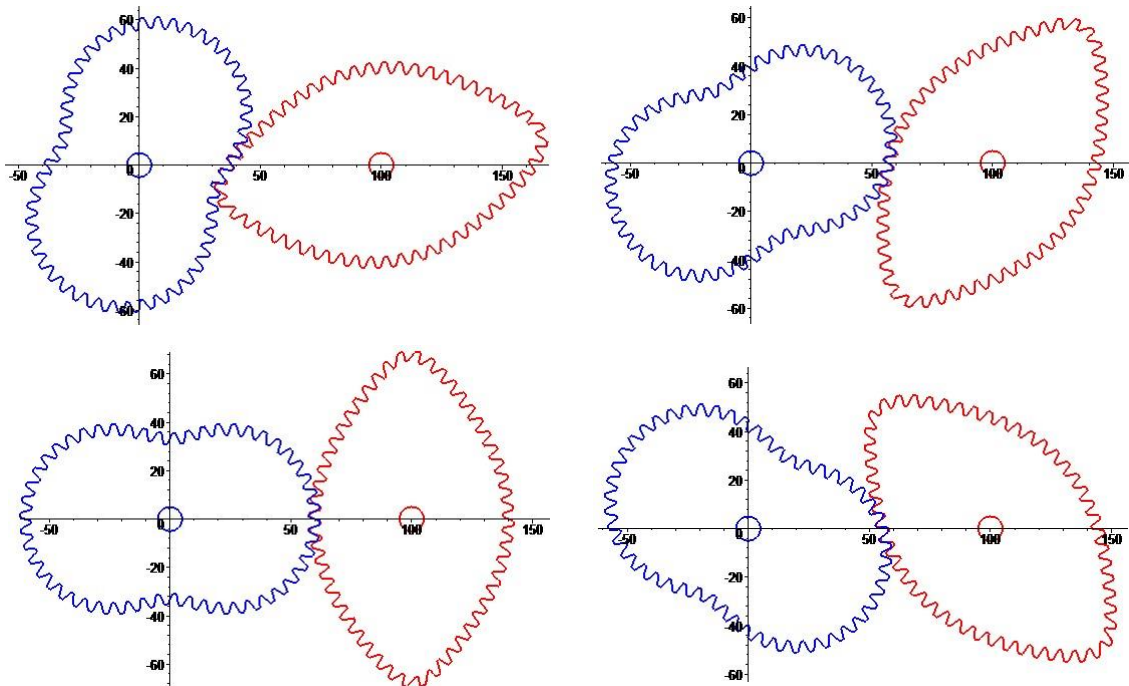


Рис. 5. Кадри анімації обертання некруглих зубчастих коліс

Висновок. Розглянуто спосіб опису та здійснено побудову профілю некруглих зубчастих коліс, що дозволяє створити математичне забезпечення алгоритмів технології їх виготовлення.

Література

1. Литвин Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса / Ф. Л. Литвин. – М.: Машгиз, 1956. – 312 с.
2. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
3. Volkswagen. Service Training [Електронний ресурс]. – 2015. Режим доступу: http://www.volkspage.net/technik/ssp/ssp/SSP_337.pdf
4. Burke Edmund R. High-tech Cycling [Електронний ресурс] / Edmund R. Burke. – 2003. Режим доступу: https://books.google.com.ua/books?id=msdT4iQ50cgC&printsec=frontcover&hl=uk&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
5. Легета Я.П. Опис та побудова спряжених центроїд некруглих зубчастих коліс / Я. П. Легета // Сучасні проблеми моделювання. – Мелітополь : МДПУ ім. Богдана Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С. 87–92.
6. Воронцова Д.В. Геометричне моделювання профілів роторно-планетарної машини, узгоджених із зубчастою передачею: автореф. дис. на здобуття наук ступеня канд. техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка» / Д.В. Воронцова. – К., 2008. – 18 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЦЕНТРОИД И ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ НЕКРУГЛЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Легета Я.П.

Проведен обзор областей применения механизмов с некруглыми зубчатыми колесами. На основании аналитического описания по передаточной функции построены геометрические модели центроид некруглых зубчатых колес. Приведены примеры изображений зубчатого зацепления колес "нетрадиционной" формы.

Ключевые слова: зубчатые колеса, центроиды, аналитическое описание, передаточная функция, геометрическое моделирование.

ANALYTICAL DESCRIPTION OF CENTRODES AND CONSTRUCTION THE PROFILES OF NONCIRCULAR GEARS

Legeta Ia.

There was the review of application of mechanisms with non-circular gears. On the based on analytical description of the transfer function constructed geometric models the centroid noncircular gears.

Described the input parameters required for the calculation of the centroid pair. based on their analytical description of the transfer function. Examples of images the toothing gears "unconventional" forms.

Keywords: gears, centroid, analytical description, transfer function, geometric modeling.