УДК 514.18

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ПЛОСКОЙ КРИВОЙ

Найдыш А.В. д.т.н.,
Бездитный А.А., к.т.н.
Мелитопольская школа прикладной геометрии,
Мелитопольский педагогический университет
им. Богдана Хмельницкого (Украина)

В статье рассматривается способ определения тангенциальных отображений плоской кривой, заданной в локальном симплексе, а также устанавливаются зависимости между функциями-параметрами точечных уравнений.

Ключевые слова: кривые тангенциальных отображений, касательная, локальный симплекс, производная кривой.

Постановка проблемы. На пути исследования свойств плоских кривых в точечном представлении стоит ряд нерешённых задач. К таким задачам можно отнести разработку способов задания кривой не только множеством её точек, но и множеством её касательных. Это весьма важный момент: эти два множества тесно связаны при описании процессов, которые характеризует кривая, так как направления касательных отражают характер изменения этих процессов.

Также следует отметить, что плоские кривые в точечном представлении в многомерном пространстве задаются раздельными параметрами положения (локальный симплекс) и формы (алгоритм построения). Разделение этих параметров при конструировании геометрических форм, явлений или процессов играет важную роль.

Анализ последних исследований и публикаций. В работе [1] тангенциальное отображение было определено как локальное отображение на множестве плоских кривых. Также некоторые вопросы, непосредственно связанные с кривыми тангенциальных отображений, были рассмотрены в работе [2]. Но не в одном из приведённых источников не были получены общие уравнения, которые бы описывали тангенциальные отображения кривой.

В работе [3] плоская кривая была задана через её тангенциальные отображения на стороны локального симплекса и получено точечное уравнение кривой.

Формирование целей статьи. Получить точечные уравнения тангенциальных отображений кривой, заданной в плоском локальном симплексе.

Основная часть. Общие сведения о тангенциальных отображениях были даны в работе [3]. Там же кривая была определена в локальном симплексе при помощи её тангенциальных отображений (7).

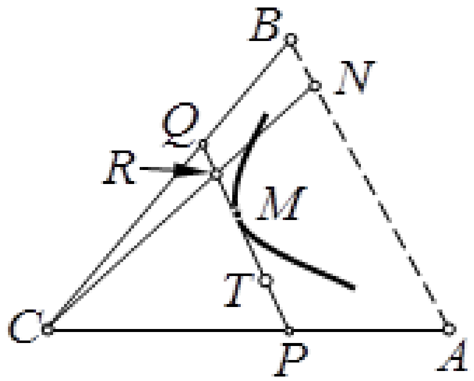

Рис. 1. Тангенциальные отображения P и Q кривой M

Пусть в симплексе CAB задана кривая точечным уравнением:

$$M = (A - C)p(t) + (B - C)q(t) + C. \qquad (1)$$

Определим точечные уравнения кривых тангенциальных отображений P и Q. Из точечного исчисления известно, что касательная T кривой M в текущей точке определяется следующим уравнением (рис. 1):

$$T = \dot{M}\tau + M = (A - C)(\dot{p}\tau + p) + (B - C)(\dot{q}\tau + q) + C, \qquad (2)$$

где $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$, $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$.

Откуда найдём:

$$\begin{aligned}\dot{p}\tau + p = 0 \to \tau = -\frac{p}{\dot{p}} \to Q = (B - C)(\dot{q}\tau + q) + C = \\ = (B - C)\left(-\frac{\dot{p}q}{\dot{q}} + q\right) + C;\end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned}\dot{q}\tau + q = 0 \to \tau = -\frac{q}{\dot{q}} \to P = (A - C)(\dot{p}\tau + p) + C = \\ = (A - C)\left(-\frac{\dot{q}p}{\dot{p}} + q\right) + C.\end{aligned} \qquad (4)$$

А это значит, что:

$$\frac{PC}{AC} = -PAC = -\frac{\dot{p}q}{\dot{q}} + p,\ \frac{QC}{BC} = -QBC = -\frac{\dot{q}p}{\dot{p}} + q.$$

Используя простое соотношение трёх точек, преобразуем:

$$u = -PCA = -(1 - PAC) = -\frac{\dot{p}q}{\dot{q}} + p - 1 = \frac{p\dot{q} - \dot{p}q - \dot{q}}{\dot{q}}, \quad (5)$$

$$v = -QBC = -\frac{\dot{q}p}{\dot{p}} + q = \frac{q\dot{p} - p\dot{q}}{\dot{p}}. \quad (6)$$

$$M = (A - C)\frac{\overline{u}^2\dot{v}}{\dot{u}v + \overline{u}\dot{v}} + (B - C)\frac{\dot{u}v^2}{\dot{u}v + \overline{u}\dot{v}} + C. \quad (7)$$

Таким образом, используя уравнение (7), полученное в [3], а также (6) и (7), мы установили зависимости для функций- параметров u, v, p, q в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} u = \dfrac{p\dot{q} - \dot{p}q - \dot{q}}{\dot{q}}; \\ v = \dfrac{q\dot{p} - p\dot{q}}{\dot{p}}; \\ p = \dfrac{\overline{u}^2\dot{v}}{\dot{u}v + \overline{u}\dot{v}}; \\ q = \dfrac{\dot{u}v^2}{\dot{u}v + \overline{u}\dot{v}}. \end{cases} \quad (8)$$

Выводы. Таким образом, мы определили кривые тангенциальных отображений (3) и (4) и установили зависимости между функциями-параметрами, увязав их в систему дифференциальных уравнений (8). Проделанная работа позволяет нам перейти к определению тангенциальных отображений на грани пространственного симплекса, а также, в перспективе, исследовать тангенциальные отображения при различных значениях функций-параметров.

Литература

1. Адлер В.Э. Классификация дискретных интегрируемых уравнений: дисс. д-ра физ.-мат. наук: 01.01.03 / В.Э. Адлер. – Черноголовка, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, 2010. – 288 с.
2. Балюба І.Г. Похідна кривої та прямокутна сітка на поверхні / І.Г. Балюба, І.П. Давиденко // Праці Таврійської державної агротехнологічної академії «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТА, 2003. – Вип.4, т.19. – С.45-48.

3. Найдыш А.В. Задание кривой её тангенциальными отображениями на стороны симплекса / А.В. Найдыш, А.А. Бездитный // Современные проблемы моделирования: сборник научных трудов. – Мелитополь: Издательство МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2016. – Вып. 5. – С.84-87.

ВИЗНАЧЕННЯ ТАНГЕНЦІАЛЬНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ПЛОСКОЇ КРИВОЇ

Найдиш А.В. , Бездітний А.О.

У статті розглядається спосіб визначення тангенціальних відображень плоскої кривої, що задана у локальному симлпексі, та визначаються залежності між функціями-параметрами точкових рівнянь.

Ключові слова: криві тангенціальних відображень, дотична, локальний симплекс, похідна кривої.

DEFINING TANGENTIAL MAPPINGS OF PLANE CURVE

Naydish A., Bezditniy A.

This article considers the method of specifying the tangential mapping of a plane curve, which is defined in local simplex, and establishes the relationship between the function-parameters of dot equations.

Keywords: the tangential mappings of plane curve, tangent, local simplex, the derivative curve.