

УДК 514.18

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАМКНЕНОГО КОНТУРУ ДОТИКУ ДВОХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Соболь О.М., д.т.н.

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків)

В роботі розроблено спосіб збирання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, який ґрунтується на послідовному додаванні до контуру фрагментів дотику елементів границь геометричних об'єктів. Наведено алгоритмічну реалізацію даного способу.

Ключові слова: контур дотику, об'єкт з кусочно-нелінійними границями, алгоритм.

Постановка проблеми. При розв'язанні задач оптимального розміщення геометричних об'єктів, які відносяться до класу задач оптимізаційного геометричного проектування, виникає проблема формалізації умов взаємного неперетину об'єктів розміщення. Одним із шляхів вирішення зазначеної проблеми є розробка методу геометричного моделювання замкненого контуру дотику відповідних об'єктів з аналітичним описом фрагментів контуру. Разом з тим, дана задача ускладнюється за наявності нелінійних елементів границь об'єктів розміщення, оскільки під час збирання замкненого контуру необхідно врахувати особливості, пов'язані із додаванням до контуру фрагментів дотику вказаних криволінійних елементів границь об'єктів. Таким чином, існує необхідність у розробці способу збирання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Постановка задач оптимального розміщення орієнтованих геометричних об'єктів з нелінійними границями наведена в роботі [1]. В роботі [2] розглянуто загальний метод побудови 0-рівня Ф-функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Методи моделювання замкнених контурів дотику для двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-лінійними границями наведені в [3, 4].

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно розробити спосіб збирання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Основна частина. Розглянемо побудову замкненого контуру

дотику для двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями $S_i(x_i; y_i)$ та $S_j(x_j; y_j)$ (рис. 1), при цьому множину фрагментів дотику елементів границь даних об'єктів позначимо $\{\gamma_{ji,l}\}_{l=1}^{n_{\gamma_{ji}}}$. Параметри розміщення об'єкта $S_i(x_i; y_i)$ є фіксованими, тобто $S_i(0; 0)$, а об'єкта $S_j(x_j; y_j)$ – змінними.

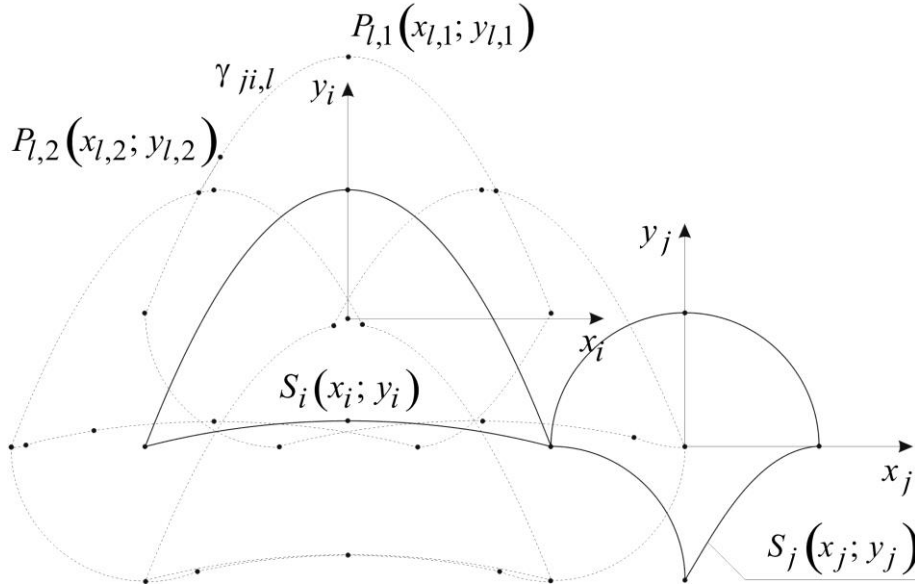


Рис. 1. Фрагменти контуру дотику об'єктів $S_i(x_i; y_i)$ та $S_j(x_j; y_j)$

Множина $\{\gamma_{ji,l}\}_{l=1}^{n_{\gamma_{ji}}}$ будується шляхом трансляції з дотиком кожної сторони об'єкта $S_j(x_j; y_j)$ відносно кожної сторони об'єкта $S_i(x_i; y_i)$. Тоді нижня оцінка кількості фрагментів $\gamma_{ji,l}$ дорівнює:

$$n_{\gamma_{ji}} = n_j \cdot n_i, \quad (1)$$

де n_j – кількість сторін об'єкта $S_j(x_j; y_j)$;

n_i – кількість сторін об'єкта $S_i(x_i; y_i)$.

Перш за все, необхідно обрати початкову вершину з координатами $(x_s; y_s)$ для формування замкненого однозв'язного контуру дотику об'єктів $S_i(x_i; y_i)$ та $S_j(x_j; y_j)$. Для цього:

– будується габаритний прямокутник $S(A, B)$ для набору точок $P_{l,k}(x_{l,k}; y_{l,k})$, $l = 1, \dots, n_{\gamma_{ji}}$; $k = 1, 2$ (рис. 2). Дані точки є кінцівками фрагментів $\gamma_{ji,l}$;

– початковою обирається будь-яка вершина, що задовольняє

наступній вимозі:

$$P_{l,1}(x_{l,1}; y_{l,1}) \in frS(A; B), \quad (2)$$

де $frS(A; B)$ – границя габаритного прямокутника $S(A, B)$.

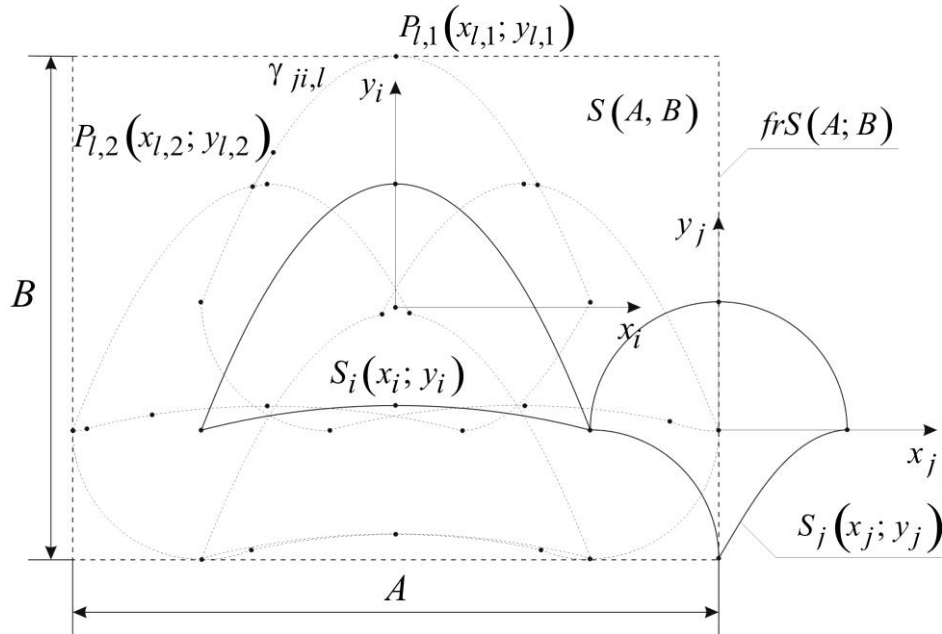


Рис. 2. Габаритний прямокутник $S(A, B)$

Основними складовими способу збирання замкненого контуру дотику двох геометричних об'єктів $S_i(x_i; y_i)$ та $S_j(x_j; y_j)$ є такі:

- знаходження точок перетину поточного l -го фрагменту з відповідними r -ми (напряму руху – проти годинникової стрілки);
- обрання тієї точки перетину, що є найближчою до точки з координатами $(x_{l,1}; y_{l,1})$;

- якщо в даній точці l -тий фрагмент перетинають декілька r -тих, то для подальшого збирання контуру обирається той фрагмент, дотична до якого утворює найменший кут з дотичною до l -го фрагменту;

- збирання контуру здійснюється до моменту досягнення початкової точки, тобто до моменту замикання однозв'язного контуру.

Для більш детальної реалізації даного способу розглянемо такий алгоритм.

Крок 1. Записуємо координати початкової вершини контуру: $x_s = x_{l,1}; y_s = y_{l,1}$. Завдання похибки обчислень ε .

Крок 2. $q = 1$ (лічильник кількості вершин контуру); $x_q = x_s$;

$$y_q = y_s.$$

Крок 3. $r=1$ (лічильник кількості фрагментів $\gamma_{ji,r}$). $t=0$ (лічильник кількості точок перетину r -ми фрагментами l -го).

Крок 4. Якщо $r \neq l$, то *Крок 5*, інакше – *Крок 8*.

Крок 5. Здійснюється перевірка щодо перетину r -го та l -го фрагментів. Для цього розв'язується така система рівнянь:

$$\begin{cases} a_{l,1}x^2 + a_{l,2}xy + a_{l,3}y^2 + a_{l,4}x + a_{l,5}y + a_{l,6} = 0; \\ a_{r,1}x^2 + a_{r,2}xy + a_{r,3}y^2 + a_{r,4}x + a_{r,5}y + a_{r,6} = 0; \end{cases} \quad (3)$$

де $a_{l,1}; \dots; a_{l,6}$ – коефіцієнти рівняння, яке описує l -тий фрагмент;

$a_{r,1}; \dots; a_{r,6}$ – коефіцієнти рівняння, яке описує r -тий фрагмент.

Якщо точка перетину $C(x; y)$ не належить одночасно фрагментам, обмеженим вершинами $P_{l,1}(x_{l,1}; y_{l,1})$ і $P_{l,2}(x_{l,2}; y_{l,2})$, а також вершинами $P_{r,1}(x_{r,1}; y_{r,1})$ і $P_{r,2}(x_{r,2}; y_{r,2})$ (рис. 3), то *Крок 8*, інакше – *Крок 6*.

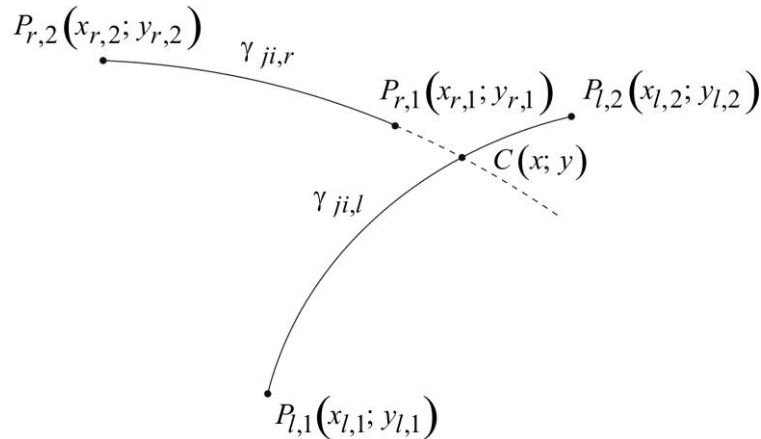


Рис. 3. Неприпустимий варіант перетину фрагментів $\gamma_{ji,l}$ та $\gamma_{ji,r}$

Крок 6. Якщо точка перетину $C(x; y)$ співпадає з точкою $P_{l,1}(x_{l,1}; y_{l,1})$ або $P_{r,2}(x_{r,2}; y_{r,2})$, то *Крок 8*, інакше – *Крок 7*.

Крок 7. Якщо точка перетину $C(x; y)$ задовольняє умовам, одна з яких наведена на рис. 4, то: $t = t + 1$; $x_{t,r} = x$; $y_{t,r} = y$.

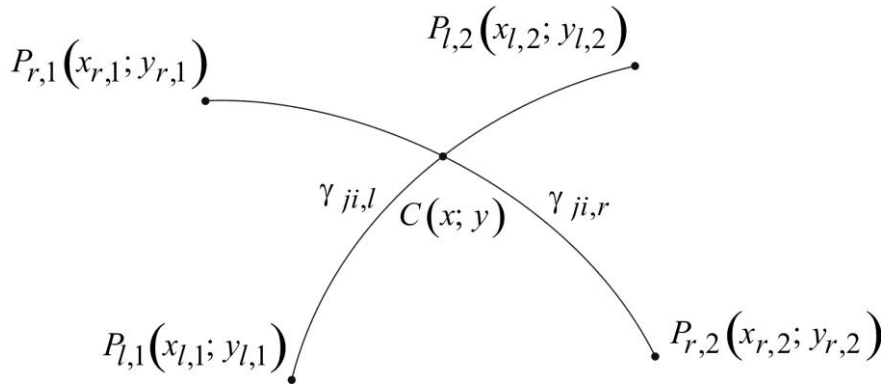


Рис. 4. Припустимий варіант перетину фрагментів $\gamma_{ji,l}$ та $\gamma_{ji,r}$

Крок 8. $r = r + 1$. Якщо $r \leq n_{\gamma_{ji}}$, то Крок 4, інакше – Крок 9.

Крок 9. $w = 1$; $v = 1$ (лічильник кількості фрагментів, що перетинають l -тий в одній точці); $d = \sqrt{(x_{w,r} - x_{l,1})^2 + (y_{w,r} - y_{l,1})^2}$; $x_{v,r} = x_{w,r}$; $y_{v,r} = y_{w,r}$.

Крок 10. $w = w + 1$. Якщо $w \leq t$, то Крок 11, інакше – Крок 14.

Крок 11. $f = \sqrt{(x_{w,r} - x_{l,1})^2 + (y_{w,r} - y_{l,1})^2}$. Якщо $|f - d| \leq \varepsilon$, то $v = v + 1$; $x_{v,r} = x_{w,r}$; $y_{v,r} = y_{w,r}$; Крок 10. Інакше – Крок 12.

Крок 12. Якщо $f > d$, то Крок 10, інакше – Крок 13.

Крок 13. $d = f$; $v = 1$; $x_{v,r} = x_{w,r}$; $y_{v,r} = y_{w,r}$. Крок 10.

Крок 14. Якщо $v > 1$, то Крок 15, інакше – Крок 19.

Крок 15. $w = 1$. Обчислення кута α між дотичними до l -го та відповідного r -го контурів (рис. 5). Фіксуємо відповідний r -тий фрагмент.

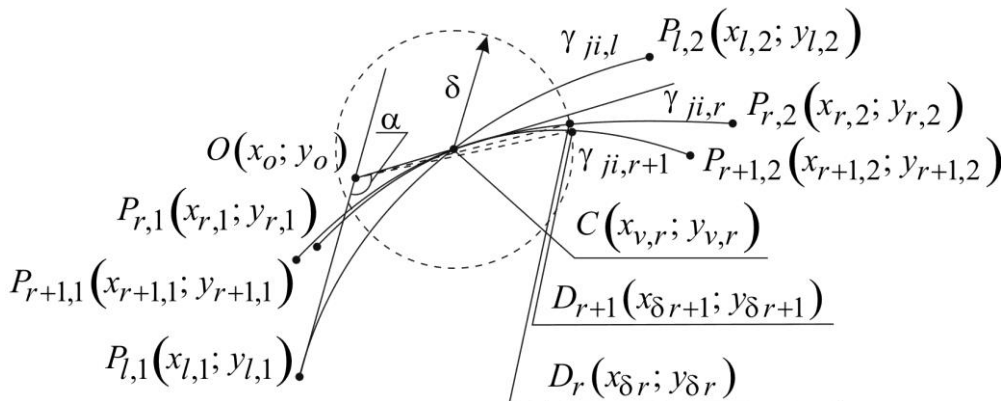


Рис. 5. Обчислення кутів між дотичними ($\beta = \alpha$)

Крок 16. $w = w + 1$. Якщо $w \leq v$, то Крок 17, інакше – Крок 19.

Крок 17. Обчислення кута β (рис. 6). Якщо $|\alpha - \beta| \leq \varepsilon$, то:

проводимо коло радіусу δ з центром в т. $C(x_{v,r}; y_{v,r})$ і обчислюємо точки перетину $D_r(x_{\delta r}; y_{\delta r})$ і $D_{r+1}(x_{\delta r+1}; y_{\delta r+1})$ даного кола з відповідними фрагментами. Фіксується фрагмент з найменшим кутом ($\angle D_r O P_{l,1}$ або $\angle D_{r+1} O P_{l,1}$), *Крок 16*. Інакше – *Крок 18*.

Крок 18. Якщо $\beta < \alpha$ (рис. 6), то фіксуємо відповідний фрагмент. *Крок 16*.

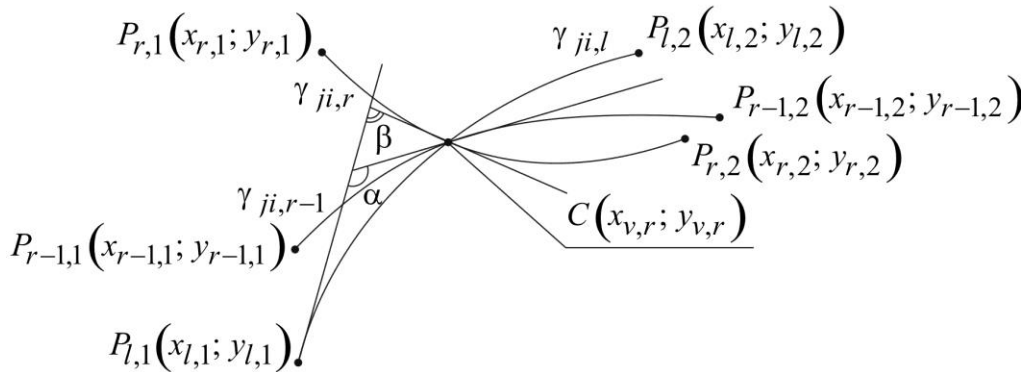


Рис. 6. Обчислення кутів між дотичними ($\beta < \alpha$)

Крок 19. $l = r$; $x_{l,1} = x_{v,r}$; $y_{l,1} = y_{v,r}$; $x_{l,2} = x_{r,2}$; $y_{l,2} = y_{r,2}$. Якщо $|x_{l,1} - x_s| \leq \varepsilon$ та $|y_{l,1} - y_s| \leq \varepsilon$, то *Крок 20*, інакше – $q = q + 1$; $x_q = x_{v,r}$; $y_q = y_{v,r}$; *Крок 3*.

Крок 20. Кінець алгоритму.

Таким чином, реалізація алгоритму дозволить здійснити моделювання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Висновки. В даній роботі розроблено спосіб збирання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, який ґрунтується на послідовному додаванні до контуру фрагментів дотику елементів границь геометричних об'єктів. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку методів геометричного моделювання дотику неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з багатозв'язними та незв'язними областями розміщення з кусочно-нелінійними границями.

Література

1. Комяк В.М. Постановка задачі побудови 0-рівня Ф-функції для геометричних об'єктів з нелінійною границею / В.М. Комяк, О.М. Соболев, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87 – С. 202-206.

2. Комяк В.М. Метод побудови 0-рівня Φ -функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 151-155.
3. Гиль Н.И. Об одном подходе к построению годографа вектор-функции плотного размещения плоских геометрических объектов, устойчивого к вычислительной погрешности / Н.И. Гиль, В.М. Комяк. – Харьков, 1991. – 22 с. – (Препринт / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения, №350).
4. Stoyan Yu. Φ -function for complex 2D objects / Yu. Stoyan, T. Romanova, N. Gil, J. Terno, G. Scheithauer // 4OR Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies. – 2004. – Vol. 2, N. 1. – P. 69-84.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТОГО КОНТУРА КАСАНИЯ ДВУХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Соболь А.Н.

В работе разработан способ сборки замкнутого контура касания двух плоских геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами, который основывается на последовательном добавлении к контуру фрагментов касания элементов границ геометрических объектов. Приведена алгоритмическая реализация данного способа.

Ключевые слова: контур касания, объект с кусочно-нелинейными границами, алгоритм.

MODELING A CONFINED CONTOUR FOR THE CASE OF OSCULATION OF TWO FLAT GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR BORDERS

Sobol O.

In this paper the method of assembling a confined contour for the case of osculation of two flat geometric objects with sectional nonlinear borders is developed. The method was based on successive assembling the osculation fragments of border elements of geometric objects to the contour. The algorithmic implementation of the method is shown.

Keywords: contour of osculation, object with sectional nonlinear borders, algorithm.