УДК 514.18

ДО ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗВИТКУ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Ванін В.В., д.т.н.,
Залевська О.В., к.т.н.
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" (Україна)

В роботі розглянута обернена задача щодо встановлення первинного дивного атрактора по перехідним положенням. Встановлено, що швидкість зміни положень системи обумовлюється відповідною фрактальною залежністю, а фрактальні розмірності перехідних положень підпорядковується закономірності Фібоначчі. Досліджено зміни коефіцієнтів гомотетії розвитку базового трикутника динамічної системи.

Ключові слова: динамічні процеси та структури, гомотетія, самоорганізація структури, закономірність Фібоначчі, базовий трикутник.

Постановка проблеми. Еволюцію динамічної системи можна промоделювати за допомогою геометричних методів імітації руху з урахуванням закономірностей процесу. Такий процес відтворюємо, за допомогою геометричних перетворень базового трикутника динамічної системи. Фрактальні структури пов'язані з базовими трикутниками, що дозволяє відтворити динамічний процес за допомогою їх перетворень. В роботах [1-3] досліджено закономірності перехідного динамічного процесу від стійкого положення до хаотичного. Виникає питання про самоорганізацію структури щодо оберненого процесу від будь-якого положення до первинного та наступних за ним положень системи. Встановлення закономірностей такого переходу та важелів впливу на нього надає можливість прогнозування поведінки динамічної системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1-2] встановлено підпорядкування перехідного процесу, від порядку до хаосу, закономірності Фібоначчі $z_i = z_{i-1} + z_{i-2} - 1$ та його розвиток, визначений зміною базового трикутника. В роботі [3] показано еволюцію фрактальних об'єктів та їх властивостей за допомогою опису перехідних процесів. В роботі [4] методом фрактальної апроксимації [5] досліджується фрактальні розмірність в критичних точках динамічного процесу та встановлена її підпорядкованість закономірності Фібоначчі.

Встановлення закономірностей перехідного процесу розвитку динамічної системи від будь-якого положення до первинного та наступним за ним дає можливість спрогнозувати розвиток системи.

Формування цілей статті. Дослідити обернену задачу переходу від будь-якого проміжного положення до первинного та наступного за ним, на прикладі розвитку системи за принципом множини Жуліа та Мандельброта. Встановити закономірності зміни базового трикутника, що характеризують перехід.

Основна частина. В роботі [5] розглядаються три види динамічного руху: рівновага, періодичний рух та квазіперіодичний, що визначаються атракторами. Цими видами визначаються кінцеві положення всіх періодичних процесів. Такі положення характеризують стійкість динамічної системи, оскільки їх рух пов'язаний з дивним атрактором, який в свою чергу характеризується детермінованим фракталом.

Розглянемо еволюцію структури, що розвивається за принципом множини Жуліа та базовий трикутник, що відповідає властивостям об'єкту. Нехай базовий трикутник змінюється за принципом гомотетії та центр гомотетії лежить в точці $O(0,0)$ (рис.1).

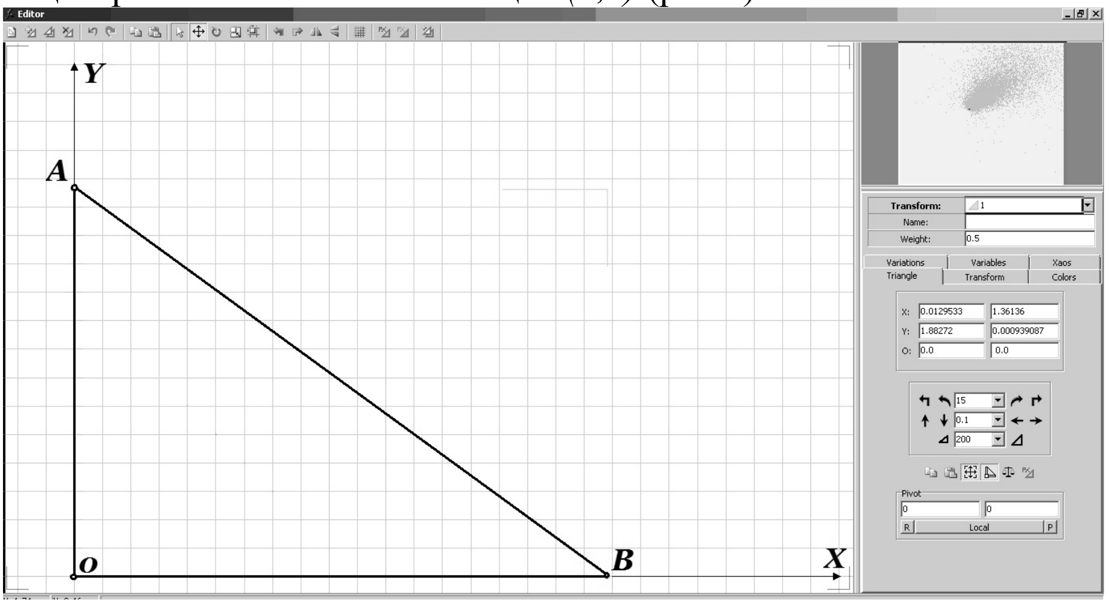

Рис. 1. Проміжне хаотичне положення динамічної системи

На цьому етапі коефіцієнт гомотетії $k=0$ і динамічна система знаходиться в проміжному хаотичному положенні. Розглянемо її перехід до первинного дивного атрактора. При $k=2{,}6688$ система починає переходити в детерміноване хаотичне положення. При $k=26{,}688$ відбувається процес самоорганізації, з'являються признаки упорядкованої системи, але хаотична складова процесу досить велика. При $k=266{,}88$ з'являються точки біфуркації (рис.2) та при $k=2668{,}8$ структура є самоподібна та перехідний процес переходить в стадію затухання. Коли коефіцієнт гомотетії *k=26688* система характеризується точкою, що є дивним атрактором, а отже переходить до стійкого положення (рис.3).

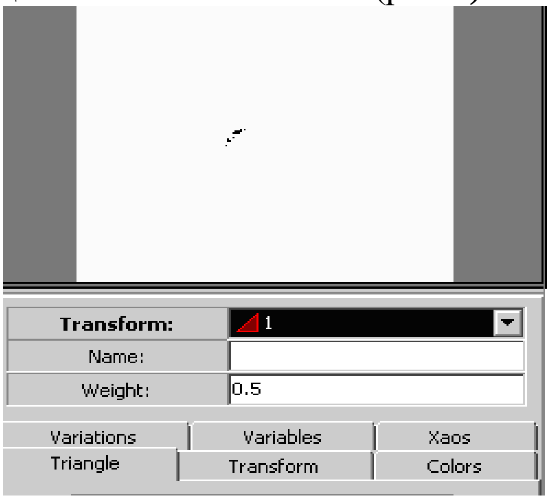

Рис.2. *Т*очки біфуркації системи при коефіцієнті гомотетії *k=266,88*

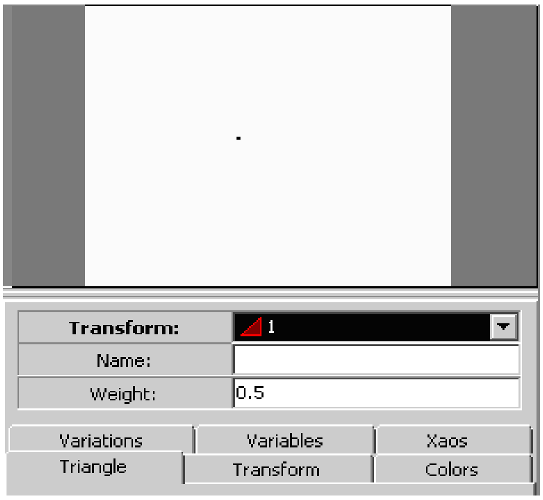

Рис.3. Дивний атрактор системи (точка) при *k=26688*

Дослідження показують, що закономірність зміни коефіцієнту має вигляд

$$\begin{cases} k_1 = 0; \\ k_i = 2.6688 \cdot 10^n, \end{cases} \tag{1}$$

де $i = n+1, n \in \mathrm{N}$ відповідає за положення стійкості динамічної системи.

Фрактальна розмірність динамічної системи при даних коефіцієнтах гомотетії підпорядковується закономірності Фібоначчі $z_i = z_{i-1} + z_{i-2} - 1$. Розглянемо еволюцію структури, що розвивається за принципом множини Мандельброта (рис.4-6).

Рис.4. Проміжне хаотичне положення динамічної системи

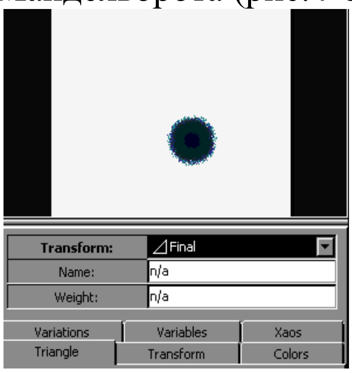

Рис. 5. Коефіцієнт гомотетії *k=2668,8* та точки біфуркації системи

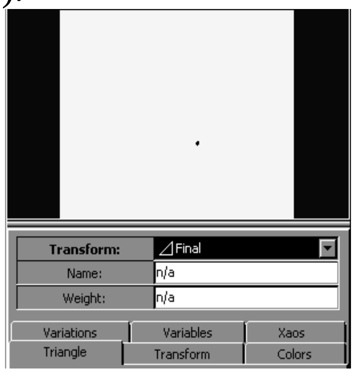

Рис.6. Коефіцієнт гомотетії *k=26688000* та дивний атрактор системи (точка)

За базовий трикутник візьмемо той самий трикутник, що і при множині Жуліа. Розвиток трикутника також відбувається за принципом гомотетії. Дані коефіцієнта гомотетії та зміни структури занесемо до таблиці 1.

Таблиця 1

Положення стійкості динамічної системи, що розвивається за принципом множини Мандельброта

k	D	*Положення стійкості д.с.*
0	0	Хаос
26,688	1.2	Детермінований хаос
26,688	1.32	Самоподібна структура
2668,8	1.52	Точки біфуркації
266880	1.84	Дивний атрактор (стійке положення)

Закономірність зміни коефіцієнту для даної системи має вигляд

$$\begin{cases} k_1 = 0; \\ k_i = 2.6688 \cdot 10^{n+1}, \end{cases} \qquad (2)$$

де $i = n+1, n \in \mathrm{N}$ і відповідає за положення стійкості динамічної системи.

Фрактальна розмірність динамічної системи при даних коефіцієнтах гомотетії також підпорядковується закономірності Фібоначчі $z_i = z_{i-1} + z_{i-2} - 1$.

Висновки. Процес переходу від проміжного хаотичного положення системи до стійкого відбувається за одним і тим самим принципом, але динамічна система, що розвивається за принципом множини Мандельброта, розвивається повільніше ніж динамічна система побудована за властивостями множини Жуліа. Порівнюючи дані перехідного процесу розвитку динамічної структури від стійкого положення до хаотичного [2] та вищенаведені, маємо, що закономірності зміни коефіцієнта гомотетії є обернено пропорційними, а зміна фрактальної розмірності в положеннях стійкості динамічної системи залишається незмінною.

Література

1. Ванін В.В. Опис стійких положень динамічних систем засобами фрактальної апроксимації / В.В. Ванін, О.В. Залевська // Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. праць. – Мелітополь : МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2015. – Вип. 4. – С. 18–21.
2. Ванін В.В. Дослідження розвитку фрактального процесу при зміні базового трикутника // О.В. Залевська, В.В. Ванін / Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б.Хмельницького. – Мелітополь, 2015. – Вип. 5. – С. 25-29.
3. Залевська О.В. Аналіз томографії злоякісної плеоморфної аденоми

правої привушної зони за допомогою фрактальної апроксимації // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету. Серія : Математика. Геометрія. Інформатика. – Мелітополь, 2014. – Т.1 – С. 49–52.

4. Ванін В.В. Фрактальна розмірність критичних точок перехідних процесів динамічних систем / В.В. Ванін, О.В. Залевська // Прикладна геометрія та інженерна графіка : міжвід. наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2014. – Вип. 92. – С. 6–9.
5. Залевська О.В. Геометричне моделювання процесів нелінійної динаміки методом фрактальної апроксимації : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. тех. наук: 05.01.01 – «Прикладна геометрія, інженерна графіка» / Залевська Ольга Валеріївна. – Київ: НТУУ «КПІ», «Політехніка», 2016. – 20с.

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТИЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Ванин В.В., Залевская О.В.

В работе рассмотрена обратная задача по установлению первичного странного аттрактора по переходным положениям. Установлено, что скорость изменения положений системы обусловливается соответствующей фрактальной зависимостью, а фрактальные размерности переходных положений подчиняются закономерности Фибоначчи. Исследованы изменения коэффициента гомотетии развития динамической структуры с помощью изменения базового треугольника динамической системы.

Ключевые слова: динамические процессы и структуры, гомотетия, самоорганизация структуры, закономерность Фибоначчи, базовый треугольник.

THE RESEARCH OF THE INVERSE PROBLEM TRANSIENT DYNAMIC SYSTEMS REVISITING

Vanin V., Zalevska O.

The inverse problem of the primary strange attractor on transitional provisions' determining is analyzed in this paper. We found that the rate of change driven by the relevant provisions of the fractal connections and fractal dimension of the transitional provisions is subject to the laws of Fibonacci. The homothetic transformation coefficient changes of self-organizing dynamic structures by changing the dynamic system's basic triangle are investigated.

Keywords: dynamic processes and structures, homothetic transformation, self-organization structure, Fibonacci pattern, base triangle.