

УДК 514.18

## ПАРАМЕТРИ КЕРУВАННЯ ФОРМОЮ СІТКИ НА ЗАДАНИЙ ПОВЕРХНІ

Романова Ю.В., аспірант\*

*Київський національний університет будівництва та архітектури  
(Україна)*

*В роботі визначено залежність між функцією зміни кроку вузлів та функцією зміни коефіцієнтів на кривій, та досліджено вплив зміни функції коефіцієнтів на розподілення зовнішнього вертикального навантаження у вузлах заданої кривої.*

*Ключові слова: дискретна сітка, наперед задані умови, зовнішня і внутрішня геометрія сітки, функція зміни, коефіцієнти пропорційності зусиль розтягу чи стиску.*

**Постановка проблеми.** При моделюванні поверхонь просторових покриттів дискретними сітками вирішується двоєдина задача визначення зовнішньої чи внутрішньої геометрії сітки, яка відповідає наперед заданим умовам до поверхні, що моделюється, та до її елементів.

Якщо під зовнішньою геометрією розуміти форму модельованої поверхні, то внутрішня геометрія пов'язана з параметрами стержнів сітки.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [2] побудовано дискретно визначену поверхню з пружних рейок з лінійним розподілом коефіцієнтів  $k_i$  вздовж осі  $Ox$ .

У роботі [1] приведено приклад керування формою склепіння-оболонки за рахунок відмінності закономірностей розподілення напружень у в'язях крайового контуру ( $k_{cp}$ ) та у внутрішніх в'язях ( $k_{вн}$ ), де співвідношення  $k_{cp}/k_{вн}$  має бути задано.

**Формулювання цілей статті.** При моделюванні поверхонь склепінь-оболонки забезпечення умов статичного характеру потребує взаємопов'язування форми поверхні та параметрів стержнів сітки, що моделюється.

У ряду задач ставиться питання дослідження незмінності або мінімальної зміни зовнішньої геометрії сітки при врахуванні наперед заданих умов за рахунок зміни її внутрішньої геометрії.

**Основна частина.** За рахунок коефіцієнтів  $k_i^{i+1}$  пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин можна змінювати

---

\* Науковий керівник – д.т.н., професор Ковальов С.М.

крок вузлів на кривій при незмінній її формі, при цьому змінюється навантаження у вузлах, або змінювати форму кривої при сталому навантаженні у вузлах.

При переході у тривимірний простір за рахунок коефіцієнтів  $k_i^{i+1}$  пропорційності зусиль натягнення чи стиску в'язей до їх довжин можна змінювати параметри сітки на заданій поверхні або змінювати форму поверхні.

Тоді коефіцієнти  $k_i^{i+1}$  можна вважати параметрами керування формою сітки на заданій поверхні або формою самої поверхні.

Розглянемо вплив зміни кроку вузлів на заданій кривій на зміну коефіцієнтів  $k_i^{i+1}$ .

Для спрощення опису візьмемо найпростішу криву, точковий каркас якої формується статико-геометричним способом при рівномірному розподілі вертикального навантаження між вузлами.

Відомо [1], що такою кривою є парабола другого порядку (рис. 1):

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2. \tag{1}$$

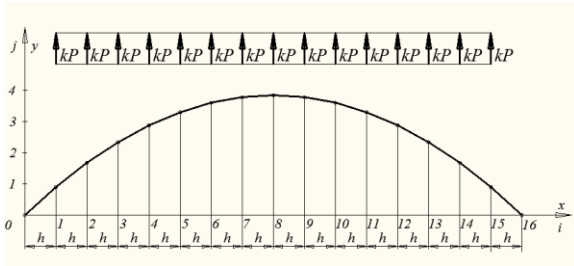


Рис. 1.

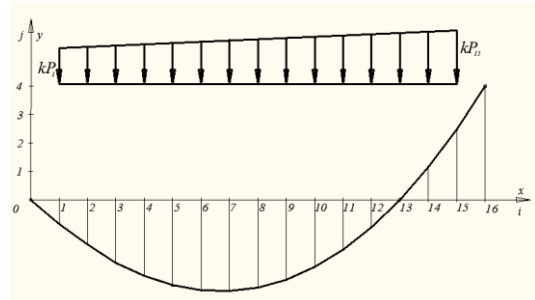


Рис. 4.

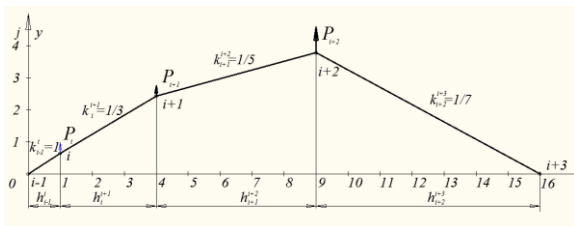


Рис. 2.

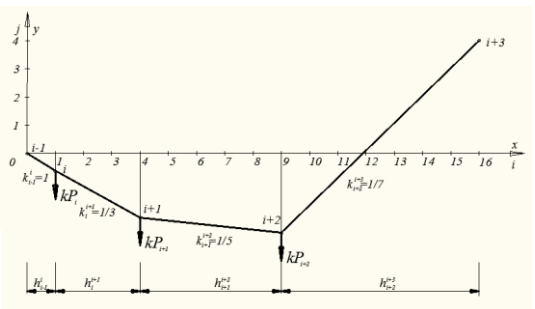


Рис. 5.

**Задача 1.** На тій самій кривій (1) задати точки з заданою функцією зміни кроку. Визначити функцію зміни коефіцієнтів. Визначити зовнішнє навантаження.

Точковий каркас такої системи описується системою рівнянь рівноваги вузлів:

$$\left\langle \leftarrow_{i-1} - x_i \right\rangle k_{i-1}^i + \left\langle \leftarrow_{i+1} - x_i \right\rangle k_i^{i+1} = 0. \tag{2}$$

$$\left( y_{i-1} - y_i \right) k_{i-1}^i + \left( y_{i+1} - y_i \right) k_i^{i+1} + kP = 0. \quad (3)$$

З (2) визначимо:

$$k_i^{i+1} = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_i}. \quad (4)$$

Задамо функцію зміни кроку вузлів на кривій (1), наприклад:

$$h_{i-1}^i = \frac{a + c(-1)^i}{a}; \quad h_i^{i+1} = \frac{a + ci}{a}, \quad (5)$$

де  $a, c$  - сталі коефіцієнти;

$i$  - номер вузла.

При вертикальному навантаженні  $kP$  рівновага у вузлі визначається однаковістю проекцій зусиль на вісь  $Ox$ :

$$h_{i-1}^i k_{i-1}^i = h_i k_i = h_{i+1} k_{i+1} = \dots \quad (6)$$

З (6) видно, що незалежно від призначення функції кроку  $h_{i-1}^i = f(\dots)$ , значення коефіцієнтів є обернено пропорційними до цієї функції:  $k_{i-1}^i = \frac{1}{f(\dots)}$ .

При підстановці (5) до (6), визначимо значення  $k_{i-1}^i$ :

$$k_{i-1}^i = \frac{a}{a + c(-1)^i}. \quad (7)$$

Визначимо значення зовнішнього навантаження  $kP_i$  при підстановці (1) та (4) до (3):

$$\begin{aligned} -kP_i &= a_0 + a_1 x_{i-1} + a_2 x_{i-1}^2 - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 + \\ &+ [a_0 + a_1 x_{i+1} + a_2 x_{i+1}^2 - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2] \cdot \frac{(x_i - x_{i-1})}{(x_{i+1} - x_i)} \end{aligned} \quad (8)$$

При спрощенні (8), отримаємо:

$$kP_i = (x_i - x_{i-1}) (x_{i-1} - x_{i+1}) a_2, \quad (9)$$

якщо

$$x_{i-1} = x_i - h_{i-1}^i, \quad x_{i+1} = x_i - h_i^{i+1}, \quad (10)$$

то (9) має вигляд:

$$kP_i = -h_{i-1}^i \cdot (x_{i-1}^i + h_i^{i+1}) a_2. \quad (11)$$

Залежність (11) показує вплив зміни кроку на величину навантаження у вузлі.

**Приклад 1.** Визначити зовнішнє навантаження у вузлах параболи другого порядку (1) при заданій функції (5) зміни кроку вузлів.

Задані параметри  $a_2 = -0,06$ ;  $h_{i-1}^i = 2i-1$ ;  $h_i^{i+1} = 2i+1$  підставимо до

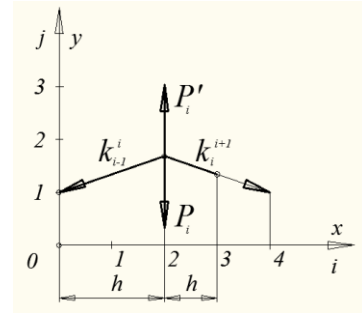


Рис. 3.

рівняння (11) та відповідно визначимо значення вертикальних навантажень у вузлах:  $kP_i=0,24$ ;  $kP_{i+1}=1,44$ ;  $kP_{i+2}=3,6$ ;

Для побудови дискретної моделі кривої (рис. 2), складемо за (3) систему рівнянь рівноваги вузлів:

$$\begin{aligned} \left( \Psi_{i-1} - y_i \right) k_{i-1}^i + \left( \Psi_{i+1} - y_i \right) k_i^{i+1} + kP_i &= 0, \\ \left( \Psi_i - y_{i+1} \right) k_i^{i+1} + \left( \Psi_{i+2} - y_{i+1} \right) k_{i+1}^{i+2} + kP_{i+1} &= 0, \\ \left( \Psi_{i+1} - y_{i+2} \right) k_{i+1}^{i+2} + \left( \Psi_{i+3} - y_{i+2} \right) k_{i+2}^{i+3} + kP_{i+2} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для приведення числа невідомих у відповідність до числа рівнянь будемо вважати невідомими параметри  $k$ ,  $y_i$ ,  $y_{i+1}$ . Призначимо  $y_{i+2}=3,78$  (у відповідності із абсцисами параболи на рис.1). Відповідь:  $k=0,225$ ;  $y_i=0,6479$ ;  $y_{i+1}=2,4299$ .

Розглянемо криву, точковий каркас якої формується статико-геометричним способом при лінійному розподілу вертикального навантаження між вузлами. Відомо [1], що такою кривою є парабола третього порядку (рис. 4):

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3. \quad (13)$$

Задача 2. На тій самій кривій (13) задати точки з різним кроком. Визначити розподіл зовнішнього навантаження при заданій зміні кроку.

Задамо функцію кроку вузлів на кривій (13), наприклад (5), при якій значення  $k_{i-1}^i$  відповідно визначено у (7).

Запишемо значення ординат трьох суміжних точок на параболі (рис. 7), підставляючи до її рівняння (13) задані абсциси:

$$\begin{aligned} y_{i-1} &= a_0 + a_1x_{i-1} + a_2x_{i-1}^2 + a_3x_{i-1}^3; \\ y_i &= a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3; \\ y_{i+1} &= a_0 + a_1x_{i+1} + a_2x_{i+1}^2 + a_3x_{i+1}^3. \end{aligned} \quad (14)$$

Визначимо значення зовнішнього навантаження  $kP_i$  при підстановці (14) до (3):

$$\begin{aligned} -kP_i &= a_0 + a_1x_{i-1} + a_2x_{i-1}^2 + a_3x_{i-1}^3 - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 + \\ &+ [a_0 + a_1x_{i+1} + a_2x_{i+1}^2 + a_3x_{i+1}^3 - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3] \cdot k_i^{i+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Залежність (15) з урахуванням (4) при спрощенні приймає вигляд:

$$kP_i = \left( \Psi_i - x_{i-1} \right) \left[ 2 \left( \Psi_{i-1} - x_{i+1} \right) + a_3 \left[ x_{i-1}^2 + x_i \left( \Psi_{i-1} - x_{i+2} \right) - x_{i+1}^2 \right] \right]. \quad (16)$$

Залежність (16) з урахуванням (10) приймає вигляд:

$$kP_i = h_{i-1}^i \left[ 2 \left( h_{i-1}^i - h_i^{i+1} \right) + a_3 \left[ h_{i-1}^i \right] - 3x_i \left( h_{i-1}^i + h_i^{i+1} \right) - h_i^{i+1} \right], \quad (17)$$

де  $a_2, a_3$ - коефіцієнти параболи (13);

$i$ - номер вузла;

$h_{i-1}^i$ - величина кроку ( відповідно між вузлами  $i-1$  та  $i$  ).

**Приклад 2.** За приведеними вище дослідженнями визначимо навантаження у вузлах параболи третього порядку (13) при заданих  $a_2=0,0613$ ,  $a_3=0,0007$  та при заданій функції (5) зміни кроку вузлів.

Відповідь:  $kP_i=-0,2469$ ;  $kP_{i+1}=-1,4544$ ;  $kP_{i+2}=-3,5676$ ;  $k=0,1682$ ;  $y_i=-0,6233$ ;  $y_{i+1}=-2,2689$  . Побудуємо дискретну модель кривої (рис. 5).

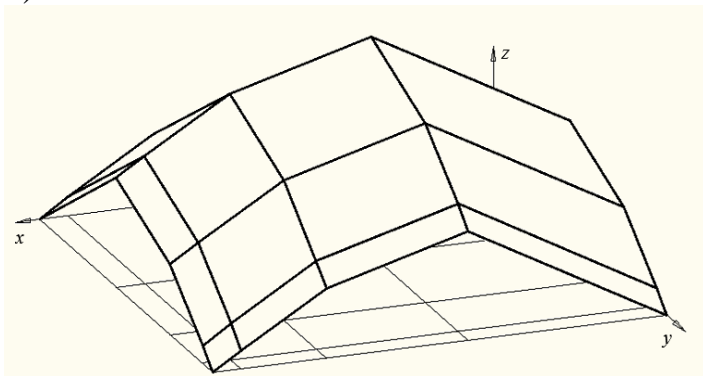


Рис. 6.

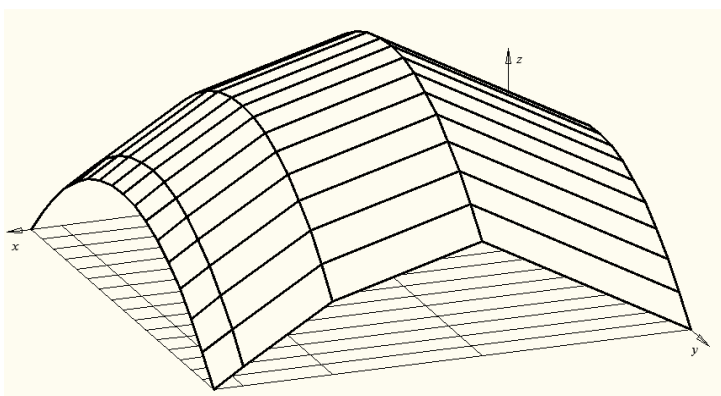


Рис. 7.

Зміна кроку вузлів впливає на параметри сітки у плані. На рис. 6 приведено модель рівноважної сітки при заданій функції (5) зміни кроку вузлів вздовж осей  $Ox$  та  $Oy$ .

При тій самій функції (5) зміни кроку вузлів вздовж вісі  $Ox$  та при рівномірному одиничному кроці вузлів вздовж вісі  $Oy$  представлено модель рівноважної сітки на рис.7.

**Висновки.** Визначено залежність між функцією зміни кроку та функцією зміни коефіцієнтів на кривій.

Досліджено вплив зміни функції на розподілення зовнішнього вертикального навантаження у вузлах заданої кривої.

### Література

1. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01/ С.Н. Ковалев. – М.:МАИ, 1986. – 320 с.
2. Кашенко О.В. Формування в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів: дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01/ О.В. Кашенко. – К.: КНУБА, 2013. – С.178–181.

## ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЕНИЯ ФОРМОЙ СЕТИ НА ЗАДАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Романова Ю.В.

*В работе определена зависимость между функцией изменения шага узлов и функцией изменения коэффициентов пропорциональности усилий натяжения или сжатия стержней к их длинам на кривой, а также исследовано влияние изменения функции на распределения внешней вертикальной нагрузки в узлах заданной кривой.*

*Ключевые слова: дискретная сетка, заранее заданные условия, внешняя и внутренняя геометрия сетки, функция изменения, коэффициенты пропорциональности усилий растяжения или сжатия.*

## MANAGEMENT FORM OPTIONS OF A GRID AT A GIVEN SURFACE

Romanova J.

*Determined dependence between a function of step changes and a function of curve changes coefficients. Studied the influence of the changes in functions of coefficients distribution on the external vertical load at the nodes of a given curve.*

*Keywords: discrete grid, predetermined conditions, external and internal grid geometry, change function, coefficients of proportionality of tensile or compression forces.*