

УДК 514.18

## **УЗАГАЛЬНЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТОРСОВИХ ПОВЕРХОНЬ З ДВОМА НАПРЯМНИМИ КРИВИМИ АПАРАТОМ БН-ЧИСЛЕННЯ**

Літвінов А.І., аспірант\*

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,  
Мелітопольський державний педагогічний університет  
ім. Б. Хмельницького (Україна)*

*У статті, засобами апарату БН-числення, формується загальний підхід до геометричного моделювання торсових поверхонь з двома плоскими напрямними кривими, осі яких перетинаються.*

*Ключові слова: апарат БН-числення, дуга кривої другого порядку, парабола, напрямна крива, торсова поверхня.*

**Постановка проблеми.** При конструюванні підкласу торсових поверхонь з двома плоскими напрямними кривими важливо мати високоточний інструментарій, здатний швидко та якісно змоделювати шуканий торс. Причому тип напрямних, представлених кривими другого порядку, повинен довільно обиратись за бажанням користувача.

Використання математичного апарату БН-числення у роботах автора [3-5] дозволило отримати проміжний результат у формуванні загального підходу до геометричного моделювання торсових поверхонь, а отже, актуальним є продовження дослідження даного підкласу торсових поверхонь з метою подальшого узагальнення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [3] автором було досліджено формування аналітичного опису торсових поверхонь з двома параболічними напрямними, осі яких перетинаються. Водночас, у роботі Є.В. Конопацького [2] наведено точкове рівняння яке дозволяє визначати всі криві другої порядку, за допомогою відношення на медіані. Використовуючи це рівняння можливо узагальнити підхід до геометричного моделювання підкласу торсових поверхонь з двома плоскими напрямними кривими

**Формування цілей статті.** Сформувати загальний підхід до геометричного моделювання торсової поверхні з двома плоскими напрямними кривими, осі яких перетинаються апаратом БН-числення.

---

\* Науковий керівник – д.т.н., професор Найдиш А.В.

**Основна частина.** Згідно з геометричним алгоритмом, що представлено у роботі [1] і дослідженнями автора [3] було сформовано геометричну схему (рис. 1) в яку закладено властивості, необхідні для існування торсової поверхні. На площинах  $BAC$  і  $BDC$  симплексу  $ABCD$  було визначено дуги напрямних кривих  $A_1NA_2$  і  $D_1KD_2$ , осі яких перетинаються. Точки  $A_1, A_2, D_1$  та  $D_2$  визначено як середини відповідних відрізків  $AB, AC, DB$  і  $DC$ .

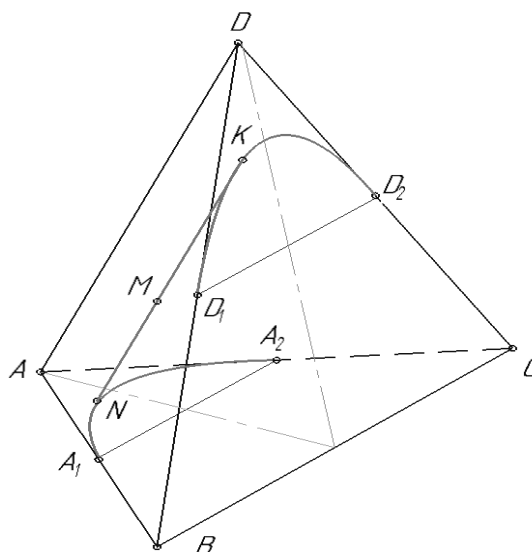


Рис. 1 Геометрична схема конструювання торса

Визначимо дуги плоских напрямних кривих  $A_1NA_2$  і  $D_1KD_2$  як дуги кривих другого порядку за допомогою відношення на медіані. Задамо їх наступними точковими рівняннями та отримаємо:

$$N = B - A \frac{f_N \bar{u}^2}{2f_N(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} + (C - A) \frac{f_N u^2}{2f_N(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} + A, \quad (1)$$

$$K = B - D \frac{f_K \bar{u}^2}{2f_K(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} + (C - D) \frac{f_K u^2}{2f_K(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} + D,$$

Відповідно до роботи [2] при  $f_i = 0,5$  отримаємо дугу параболи (або криву Безє другого порядку). Якщо  $0 < f_i < 0,5$ , то отримаємо дугу гіперболи, а при  $0,5 < f_i < 1$  - дугу еліпсу.

Рівняння твірної торсової поверхні визначимо як рівняння прямої:

$$M = N\bar{v} + Kv. \quad (2)$$

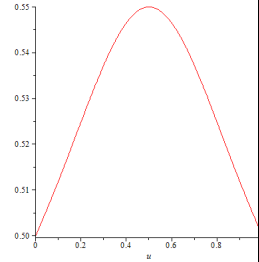
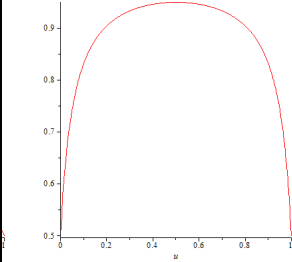
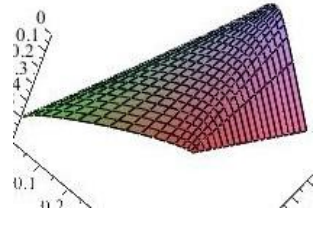
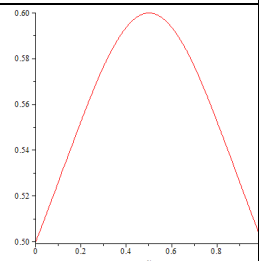
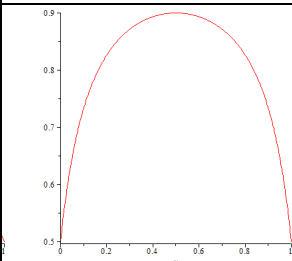
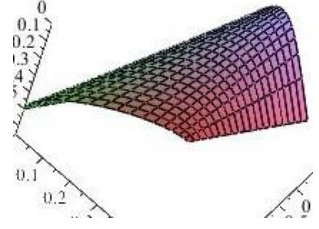
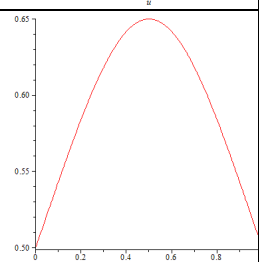
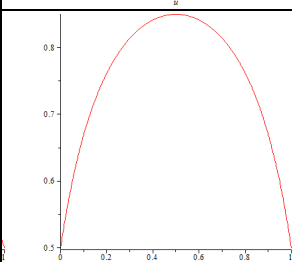
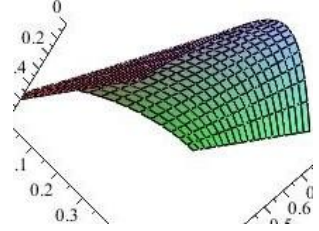
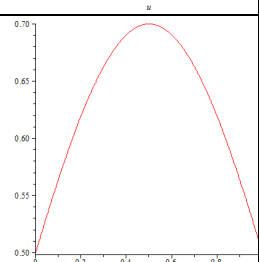
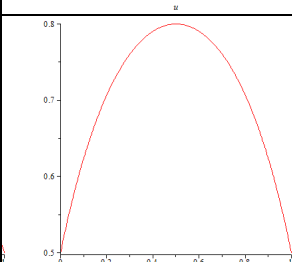
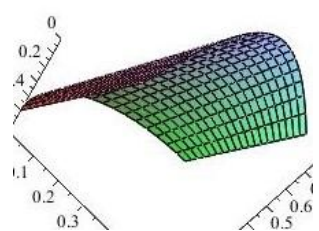
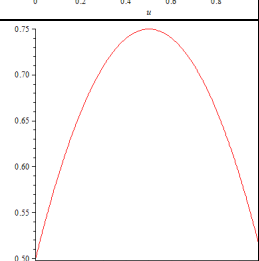
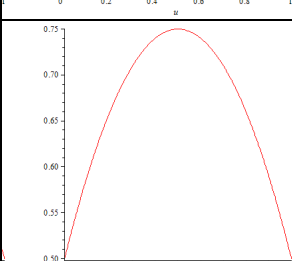
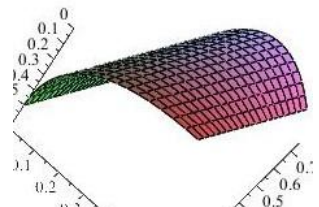
Підставимо рівняння (1) у рівняння (2) та після перетворень отримаємо:

$$M = A\bar{v} \left[ \frac{f_N(1-6u+6u^2) + 4u\bar{u}}{2f_N(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} \right] + D\bar{v} \left[ \frac{f_K(1-6u+6u^2) + 4u\bar{u}}{2f_K(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} \right] + (B\bar{u}^2 + Cu^2) \left[ \frac{f_N\bar{v}}{2f_N(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} + \frac{f_Kv}{2f_K(1-2u)^2 + 4u\bar{u}} \right]. \quad (3)$$

Візуалізація досліджених дуг напрямних кривих з різним значенням відношення на медіані та отриманих на їх основі торсових поверхонь представлено у таблиці 1.

Таблиця 1

Дослідження конструювання торсової поверхні в залежності від відношення на медіані

№ з/п	Відношення на медіані	Графічна інтерпретація дуги кривої другого порядку		Візуалізація торсових поверхонь
1	2	3	4	5
1.	$f_N = 0,9$			
	$f_K = 0,1$			
2.	$f_N = 0,8$			
	$f_K = 0,2$			
3.	$f_N = 0,7$			
	$f_K = 0,3$			
4.	$f_N = 0,6$			
	$f_K = 0,4$			
5.	$f_N = 0,5$			
	$f_K = 0,5$			

**Висновки.** Сформовано загальний підхід до геометричного моделювання торсових поверхонь з двома плоскими напрямними кривими, осі котрих перетинаються із застосуванням апарату БН-числення. Отриманий підхід конструювання торсів дозволить користувачу довільно обрати тип дуги кривої другого порядку в якості напрямної для зазначеного типу торсової поверхні. Отримані геометричні моделі можна ефективно використовувати при проектуванні та для проведення інженерних розрахунків.

### *Література*

1. Кривошапко С.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей / С.Н. Кривошапко, В.Н. Иванов. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560с.
2. Конопацький Є.В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Є.В. Конопацький; Таврійський держ. агротехнологічний ун-т. – Мелітополь, 2012. – 163 с.
3. Літвінов А.І. Геометричне моделювання торсових поверхонь із двома параболічними напрямними, в рамках апарату БН-числення / А.І. Літвінов, А.В. Найдиш, І.Г. Балюба // Вісник Херсонського національного технічного університету. Вип 3(58). – Херсон: ХНТУ, 2016. – С.514-518
4. Літвінов А.І. Геометричне моделювання торсової поверхні з двома параболою, що мають спільну вісь, але належать площинам, що перетинаються апаратом БН-числення / А.І. Літвінов // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016.–Вип. 6. – С.81-85
5. Літвінов А.І. Геометричне моделювання торсової поверхні з двома параболою, що належать паралельним площинам апаратом БН-числення / А.І. Літвінов // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016.–Вип. 7. – С.93-96

**ОБОБЩЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТОРСОВИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ДВУМЯ НАПРАВЛЯЮЩИМИ  
КРИВЫМИ АППАРАТОМ БН-ИСЧИСЛЕНИЯ**

Литвинов А.И.

*В статье, средствами аппарата БН-исчисления, формируется общий подход к геометрическому моделированию торсовых поверхностей с двумя плоскими направляющими кривыми, оси которых пересекаются.*

*Ключевые слова: аппарат БН-исчисления, дуга кривой второго порядка, парабола, направляющая кривая, торсовая поверхность.*

**GENERALIZING OF GEOMETRICAL MODELING OF TORSION  
SURFACES WITH TWO GUIDING CURVES BY THE BN-  
CALCULUS APPARATUS**

Litvinov A.

*In the article is formed summary approach to geometric modelling of torsion surfaces with two guiding curves, with intersect axes with BN-calculus apparatus*

*Key words: BN-calculus apparatus, arc of curve of second order, parabola, directing curve, torsion surface.*