

УДК 514.18

ОПТИМІЗАЦІЯ СХЕМ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ НА ОСНОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЇХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТА ПОХИБОК ПРИ МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ТА ПРОЦЕСІВ

Холковський Ю.Р., к.т.н.

Національний авіаційний університет (м. Київ, Україна)

У роботі розглядаються питання оптимізації схем інтерполяції на основі дослідження їх особливостей та похибок при використанні дискретно-інтерполяційного методу щодо моделювання складних багатопараметричних об'єктів та середовищ, вибору оптимальних схем інтерполяції при створенні відповідних дискретно-інтерполяційних моделей таких об'єктів та середовищ.

Ключові слова: інтерполяція, однопараметрична множина, дискретно-інтерполяційний метод, вузол інтерполяції.

Постановка проблеми. Побудова однопараметричних множин, різних математичних об'єктів, певних процесів і, навіть, середовищ є одною з важливих та складних задач геометричного моделювання. Наприклад, такими об'єктами можуть бути певні криволінійні поверхні технічних об'єктів, процеси та середовища, що задані аналітично чи дискретно. У переважній більшості випадків у практиці моделювання та конструювання неможливо отримати аналітичні вирази при побудові математичних моделей об'єктів, процесів та середовищ. Наприклад, складні багатопараметричні системи та середовища, такі, як екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні тощо, відносяться до такого класу об'єктів та систем, що досить складно описати аналітично, себто у вигляді континуальної математичної моделі і, відповідно, моделювати.

Такі об'єкти та середовища характеризуються, по-перше, великою кількістю параметрів, по-друге, ці параметри, мають, як правило, різноманітну структуру й різноякісні властивості. Останні часто мають ще й певну анізотропію у часі й просторі. Зрозуміло, що побудова континуальних математичних моделей таких об'єктів та середовищ практично неможлива. Тому задача розробки оптимальних математичних моделей таких об'єктів та середовищ, визначення їх параметрів та властивостей, прогнозування у часі й просторі їх стану, є вельми актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз сучасної

наукової літературі у галузі моделювання багатопараметричних об'єктів, процесів та середовищ свідчить, що питання саме прикладного геометричного моделювання таких об'єктів та середовищ, як екологічні, геологічні, гідрологічні, геоморфологічні тощо, побудови їх математичних моделей зустрічаються досить рідко. У попередніх роботах автора [1-4] розглядалися питання моделювання складних технічних об'єктів, процесів та середовищ із використанням дискретно-інтерполяційного методу. Слід підкреслити, що алгоритми та методи геометричного моделювання складних багатопараметричних об'єктів, систем та середовищ із побудовою їх дискретних математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Тож сформулюємо наступні цілі дослідження.

Формулювання цілей статті. При неможливості побудови континуальних математичних моделей складних багатопараметричних об'єктів та середовищ, як правило, доводиться будувати дискретні математичні моделі. При використанні для цього дискретно-інтерполяційного методу виникає задача дослідження особливостей та похибок певних інтерполяційних схем, їх оптимізації. Отже, оптимізація схем інтерполяції при моделюванні багатопараметричних об'єктів, процесів та середовищ є метою дослідження.

Основна частина. Очевидно, що дискретний спосіб представлення геометричної інформації щодо об'єктів, процесів, або ж середовищ, що моделюються, є універсальним і одним з раціональних. Такі моделі у вигляді матричної сукупності певних параметрів використовуються для моделювання складних об'єктів та середовищ, що не піддаються аналітичному опису. Для побудови таких моделей на основі дискретно-інтерполяційного методу використовуються різні інтерполяційні схеми, за допомогою яких можливо отримати деякі однопараметричні множини, що і виступають у ролі таких моделей.

Аналіз результатів щодо застосування різних інтерполяційних поліномів дає можливість стверджувати, що оптимальним є використання інтерполяційних поліномів Лагранжа. Це обумовлено, як відносною простотою та алгоритмічністю цих поліномів, необов'язковим рівномірним розташуванням вузлів інтерполяції, так і можливістю представлення по кожній змінній своєї кількості вузлів інтерполяції.

У розробленому автором дискретно-інтерполяційному методі використовується нетрадиційний і оригінальний підхід, що полягає у використанні в якості вузлів інтерполяції не точок, а більш складних об'єктів, наприклад, лінії, поверхонь, певних процесів, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх

властивостей та параметрів. Отримані таким чином однопараметричні множини є дискретними математичними моделями об'єктів, процесів та середовищ.

Такий підхід дозволяє включати в однопараметричну множину об'єкти, що мають різну структуру і навіть властивості.

Поліном Лагранжа, що використовується, має вигляд:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}.$$

Розташуємо в вузлах певні дискретні функції, як перерізи однопараметричної множини. Надалі під схемою інтерполяції (рис.1) розуміємо схему розташування саме таких її вузлів.

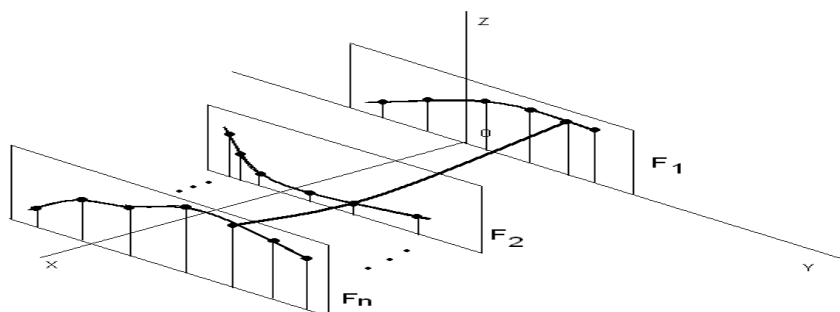


Рис.1. Схема інтерполяції

Вводимо такі параметри:

$$\lambda_1 = \frac{u_1}{u_{n-1}}; \quad \lambda_2 = \frac{u_2}{u_{n-1}}; \quad \lambda_3 = \frac{u_3}{u_{n-1}}; \quad \dots \quad \lambda_{n-2} = \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}},$$

де λ_i – параметр, що характеризує відносне розташування відповідних i -х вузлів інтерполяції;

$\mu_i = \frac{u}{u_{n-1}}$ – параметр, що характеризує відносне положення проміжного вузла інтерполяції.

Інтегрований параметр λ_{n-1} , що характеризує відносну рівномірність всієї схеми інтерполяції визначається, як

$$\lambda_{n-1} = \frac{u_1}{u_{n-1}} + \frac{u_2}{u_{n-1}} + \frac{u_3}{u_{n-1}} + \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}}.$$

Для схем з різною кількістю вузлів виводимо залежність параметра λ_{n-1} від кількості вузлів інтерполяції:

$$\lambda_{n-1} = \frac{n}{2} - 1 \quad \text{при } n \geq 2,$$

де n – кількість вузлів інтерполяції. λ_{n-1} для кожної схеми інтерполяції набуває свого max значення при рівномірній схемі

розташування вузлів інтерполяції.

Надалі порівнюємо результати інтерполяції, наприклад, закономірних кривих з результатами інтерполяції дискретних точкових масивів з нерівномірним кроком, що належать цим кривим.

Після прорахування на ПК у великій кількості варіантів схем та вихідних даних, отримання результатів похибок та середньої похибки процесу інтерполяції, аналізу та обробки результатів стало можливим сформулювати умови оптимізації схем інтерполяції у вигляді таких **тверджень**:

1. Для різних схем інтерполяції похибки інтерполювання для відповідних перерізів будуть рівні, якщо параметри λ і μ відповідно рівні.
2. Для різних схем інтерполяції для одного й того ж перерізу при $\mu = const$ похибка інтерполювання тим менше, чим більше параметр λ .

Ефективним може бути застосування такого підходу щодо моделювання різноманітних багатопараметричних об'єктів та середовищ із параметрами, які просто неможливо функціонально-аналітично поєднати у континуальній математичній моделі.

Висновки. Отримані рекомендації щодо оптимальності схем інтерполяції при використанні дискретно-інтерполяційного методу при моделюванні складних об'єктів та середовищ, що характеризуються великою кількістю параметрів та властивостей, які мають різноманітну структуру й певну анізотропність у часі й просторі.

Література

1. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційний підхід щодо моделювання об'єктів та процесів / Ю.Р. Холковський // Проблеми сучасного містобудування: матеріали міжнародної конференції. – К.: НАУ, 2010. – С. 67-69.
2. Холковський Ю.Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів / Ю.Р. Холковський // Прикладна геометрія та інженерна графіка: праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, ТДАТА, 2011. – Вип. 4. – Т. 51. – С. 156–160.
3. Холковський Ю.Р. Дослідження особливостей та похибки при дискретно-інтерполяційному підході щодо моделювання багатометричних об'єктів та процесів / Ю.Р. Холковський // Прикладна геометрія та комп'ютерна графіка: міжвідомчий науково-технічний збірник. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 88. – С. 360-363.

4. Холковський Ю.Р. Дослідження впливу нерівномірності розташування точок вузлів інтерполяції при моделюванні поверхонь дискретно-інтерполяційним способом / Ю.Р. Холковський // Математика, Геометрія, Інформатика: науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету. – Мелітополь, 2014. – Т. 1. – С. 240-243.

**ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМ ИНТЕРПОЛЯЦИИ
НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ ОСОБЕННОСТЕЙ
И ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ
МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И СРЕД**

Холковский Ю.Р.

В работе рассматриваются вопросы оптимизации схем интерполяции на основе исследования их особенностей и погрешностей при использовании дискретно-интерполяционного метода моделирования сложных многопараметрических объектов и сред, выбора оптимальных схем интерполяции при создании соответствующих дискретно-интерполяционных моделей таких объектов и сред.

Ключевые слова: интерполяция, однопараметрическое множество, дискретно-интерполяционный метод, узел интерполяции.

**OPTIMIZATION OF INTERPOLATION SCHEMES
BASED ON THE STUDY OF THEIR CHARACTERISTICS
AND ERRORS IN MODELING MULTIPARAMETRIC OBJECTS
AND ENVIRONMENT**

Kholkovsky Yu.

The paper considers the optimization of interpolation schemes based on the study of their peculiarities and errors related to the use of a discrete interpolation method for modeling complex multiparameter objects and environment, and to select the optimal interpolation schemes when creating the appropriate discrete interpolation models for such objects and environment.

Keywords: interpolation, one-parameter set, discrete interpolation method, interpolation node.