

УДК 514.74

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ПОЛІТОЧКОВИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ВІДРІЗКІВ ПРЯМИХ

Колот О.Л., аспірант*,

Бадаєв Ю.І., д.т.н.,

Київська державна академія водного транспорту (Україна)

В роботі пропонується метод політочкових відображень відрізків прямих в геометричному моделюванні складних об'єктів, який відрізняється від звичайних політочкових відображень тим, що в якості прообраза можна задавати не прямі в неявному вигляді, а множину точок і отримувати перетворений об'єкт у вигляді множини точок.

Ключові слова: дискретно задана крива, відрізок прямої, політочкові відображення прямих.

Постановка проблеми. Політочкові перетворення застосовуються в проектуванні геометричних об'єктів складної форми в машинобудуванні. Розширення можливостей політочкових перетворень є важливою проблемою в теперішній час.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У попередніх публікаціях [1-4] розглядаються методи політочкових перетворень на основі оптимізації деформації відстаней прямих до заданої множини точок, але при цьому не розглядається можливість поширити цей метод на перетворення точково-заданих кривих, що звужує його застосування в проектуванні складних геометричних об'єктів.

Формулювання цілей статті. Метою статті є застосування відрізків прямих в методі політочкових відображень для геометричного моделювання складних об'єктів.

Основна частина. В роботі [1] наведено метод політочкових відображень прямих, який заключається в наступному.

Нехай на площині xu задано (рис.1):

- точки первинного базису $T_{pi}(x_{pi}, y_{pi})$, $i=1,2,3,\dots,M$,
- точки вторинного базису $T_{vi}(x_{vi}, y_{vi})$, $i=1,2,3,\dots,M$,
- пряма – прообраз, яка задана у коефіцієнтами a_{proob} , b_{proob} , c_{proob} , що визначають пряму в неявному вигляді:

$$a_{proob}x + b_{proob}y + c = 0. \quad (1)$$

* Науковий керівник – д.т.н., професор Бадаєв Ю.І.

Всі точки первинного базису мають відстані до прямої-прообразу у вигляді:

$$\beta_i = a_{proob}x_{pi} + b_{proob}y_{pi} + c_{proob} \neq 0, i = 1, \dots, M. \quad (2)$$

При відображенні пряма-прообраз перетвориться в пряму-образ у вигляді:

$$a_{ob}x + b_{ob}y + c_{ob} = 0. \quad (3)$$

Пряма-образ буде мати наступні відстані від точок вторинного базису у вигляді:

$$\gamma_i = a_{ob}x_{vi} + b_{ob}y_{vi} + c_{ob} \neq 0. \quad (4)$$

При перетворенні відстані γ_i будуть дорівнювати:

$$\gamma_i = \omega_i \beta_i. \quad (5)$$

де ω_i - поки невизначений коефіцієнт.

Звідси

$$\omega_i = \frac{\gamma_i}{\beta_i}. \quad (6)$$

Визначимо наступний функціонал

$$S = \sum_{i=1}^M (\omega_i - 1)^2 \Rightarrow \min, \quad (7)$$

що буде означати, що відношення нових координат γ_i до первинних координат β_i будуть прагнути до 1.0.

Продиференціюємо (7) по a_{ob} , b_{ob} і c_{ob} :

$$\frac{dS}{da_{ob}} = \sum_{i=1}^M 2(\omega_i - 1) \frac{x_{obi}}{\beta_i}, \quad (8)$$

$$\frac{dS}{db_{ob}} = \sum_{i=1}^M 2(\omega_i - 1) \frac{y_{obi}}{\beta_i}, \quad (9)$$

$$\frac{dS}{dc_{ob}} = \sum_{i=1}^M 2(\omega_i - 1) \frac{1}{\beta_i}. \quad (10)$$

Підставимо (6),(2) і (4) в (8-10). Отримаємо систему із трьох лінійних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} A1a_{ob} + B1b_{ob} + C1c_{ob} &= D1, \\ A2a_{ob} + B2b_{ob} + C2c_{ob} &= D2, \\ A3a_{ob} + B3b_{ob} + C3c_{ob} &= D3, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

де

$$\left. \begin{aligned} A1 &= \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi}^2}{\beta_i^2}, B1 = \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi} y_{vi}}{\beta_i^2}, C1 = \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi}}{\beta_i^2}, D1 = \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi}}{\beta_i}, \\ A2 &= \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi} y_{vi}}{\beta_i^2} = B1, B2 = \sum_{i=1}^M \frac{y_{vi}^2}{\beta_i^2}, C2 = \sum_{i=1}^M \frac{y_{vi}}{\beta_i^2}, D2 = \sum_{i=1}^M \frac{y_{vi}}{\beta_i}, \\ A3 &= \sum_{i=1}^M \frac{x_{vi}}{\beta_i^2} = C1, B3 = \sum_{i=1}^M \frac{y_{vi}}{\beta_i^2} = C2, C3 = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\beta_i^2}, D3 = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\beta_i}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Розв'язання системи (11) дасть нові коефіцієнти a_{ob}, b_{ob}, c_{ob} перетворених прямих-образів точково-заданої кривої.

Зробимо модифікацію політочкового відображення наступним чином.

Визначимо пряму - прообраз (2) у вигляді відрізка прямої, заданої двома точками $A_p(x_{Ap}, y_{Ap})$ і $B_p(x_{Bp}, y_{Bp})$. При цьому коефіцієнти прямої (2) визначаються наступними формулами:

$$a_{proob} = y_A - y_B, b_{proob} = x_B - x_A, c_{proob} = -(a_{proob} x_A + b_{proob} y_A). \quad (13)$$

При політочковому відображенні (7) на основі коефіцієнтів (13) отримаємо нові значення a_{ob}, b_{ob}, c_{ob} для визначення нової прямої (4):

$$\gamma_i = 0. \quad (14)$$

Для нової прямої (14) призначимо абсциси нових точок $A_{ob}(x_{Aob}, y_{Aob})$ і $B_{ob}(x_{Bob}, y_{Bob})$. На основі цих абсцис і формул

$$\begin{aligned} c_{ob} &= -(a_{ob} x_{Aob} + b_{ob} y_{Aob}); \\ c_{ob} &= -(a_{ob} x_{Bob} + b_{ob} y_{Bob}), \end{aligned} \quad (15)$$

знайдемо ординати нових точок A_{ob} і B_{ob} :

$$\begin{aligned} y_{Aob} &= -\frac{c_{ob} + a_{ob} x_{Aob}}{b_{ob}}, \\ y_{Bob} &= -\frac{c_{ob} + a_{ob} x_{Bob}}{b_{ob}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким чином прообраз (відрізок прямої A_p-B_p) перетворився в образ (відрізок прямої $A_{ob}-B_{ob}$).

Запропонований метод відрізняється від звичайних політочкових відображень тим, що в якості прообраза виначаються не прямі, які задані у неявному вигляді, а відрізки прямих, які задані точками. Таким чином прообрази можна задавати множиною точок і отримувати перетворену множину точок, який задасть новий перетворений образ, який буде заданий новою множиною точок, що набагато зручніше ніж звичайні політочкові відображення множини прямих.

На основі запропонованих політочкових відображень відрізків прямих була розроблена комп'ютерна програма мовою AutoLISP в середовищі системи AutoCAD. Тестовий приклад представлений на рис. 1. На рис. 1 представлений результат п'ятиточкового

відображення кола. Тут точки з індексами P – точки первинного політочкового базису. Точки з індексами V – точки вторинного політочкового базису. Як бачимо, коло при цьому перетворилось на овал, який немов апроксимує вторинний базис 1_v-5_v .

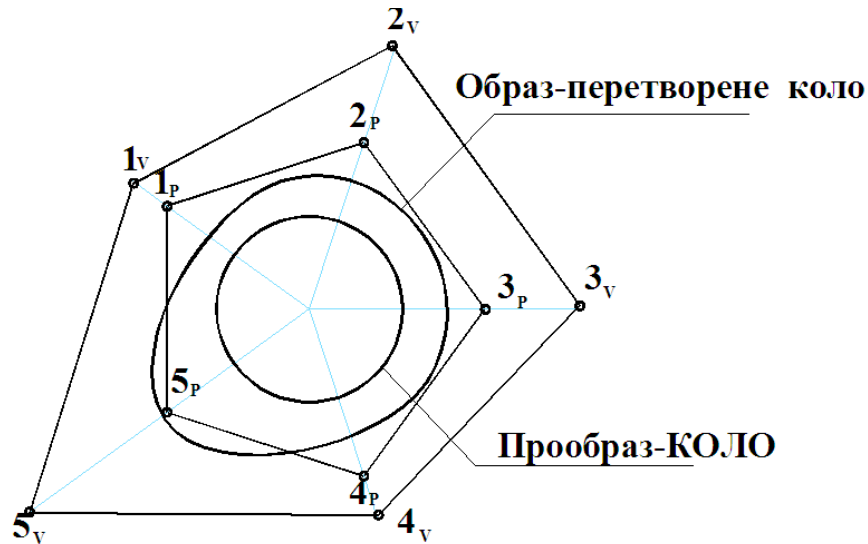


Рис.1 П'ятиточкове відображення кола

Висновки. Запропонований процес політочкового відображення відрізків прямих метод відрізняється від звичайних політочкових відображень тим, що в якості прообразу вначаються не прямі, які задані у неявному вигляді, а відрізки прямих, які задані точками. Таким чином прообрази можна задавати множиною точок і отримувати перетворену множину точок, який задасть новий перетворений образ, який буде заданий новою множиною точок, що набагато зручніше ніж звичайні політочкові відображення множини прямих.

Запропонований метод може бути застосований в реалізації геометричного моделювання об'єктів складної форми з можливістю управління формою змодельованого об'єкту за допомогою зміни точок політочкового базису. Як показано на тестовому прикладі, форма перетвореної фігури змінюється таким чином, що вона немов апроксимує новий політочковий базис.

В якості недоліка запропонованого методу можна вказати на недостатній рівень передбачуваності результату.

Подальші дослідження пропонуються у виявленні властивостей застосування політочкових відображень в напрямку підвищення рівня передбачуваності отриманих результатів для ефективного застосування в геометричному моделюванні складних об'єктів.

Література

1. Бадаев Ю.И. Поликоординатный метод в прикладной геометрии и компьютерной графике. – [Монография]./ Бадаев Ю.И.-К.: Просвіта, 2006. – 173 с.
2. Бадаев Ю.И. Визначення коефіцієнтів перетвореної прямої при політочкових перетвореннях/ Бадаев Ю.И. Сидоренко Ю.В. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К:КДТУБА, 2001. – Вип.68. – С.45-47.
3. Бадаев Ю.И. Політканинні перетворення в точковому визначенні / Ю.И. Бадаев, Ю.В. Сидоренко // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1998. – Вып.4: Прикладная геометрия и инженерная графика. – т.8. – С.21–23.
4. Бадаев Ю.И. Деформаційне конструювання об'єктів водного транспорту за допомогою політочкових перетворень/ Бадаев Ю.И., Сидоренко Ю.В. // Водний транспорт: Збірник наукових праць, – К.:КДАВТ, 2000. – С.140–143.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИТОЧЕЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ОТРЕЗКОВ ПРЯМЫХ

Колот А.Л. , Бадаев Ю.И.

В работе предлагается метод политочечных отображений отрезков прямых в геометрическом моделировании сложных объектов, который отличается от обычных политочечных отображений тем, что в качестве прообраза можно задавать не прямые в неявном виде, а множество точек и получать преобразованный объект в виде множества точек.

Ключевые слова: дискретно заданная кривая, отрезок прямой, политочечные отображения.

GEOMETRIC MODELING OF COMPLEX OBJECTS ON THE BASIS OF REFERRED POLYPOINTS MAPPING OF CUTTING DIRECT LINES

Kolot O., Badayev Y.

In the paper we propose the use of weight coefficients in the method of polypoints mapping of lines for geometric modeling of complex objects.

Keywords: discrete given curve, direct, polypoints mapping of lines.