

УДК 625.032

ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ УСТАНОВКИ ТРЕБУШЕТ ДЛЯ ЗАПУСКУ БЕЗПІЛОТНИКІВ ТИПУ ЛІТАКА

Куценко Л.М., д.т.н.

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків),

Сухарькова О.І.

Український державний університет залізничного транспорту
(м. Харків)

Розроблено геометричну модель мобільної металевієї установки требушет, призначеної для запуску безпілотників типу літака з використанням легкового автомобіля у якості противаги.

Ключові слова: безпілотник, требушет, лагранжіан, рівняння Лагранжа другого роду, геометрична модель.

Постановка проблеми. У наш час широке поширення одержали безпілотні літальні апарати типу літака (далі - безпілотники), призначені для моніторингу об'єктів сільського й лісового господарства. Для запуску таких літальних апаратів у польових умовах доцільно використовувати пристрої типу катапульти [1].

З літератури відома [2, 3] установка AVTO-01 Launcher, яка схематично повторює металеву машину типу требушет і дозволяє запускати у повітря безпілотники масою до 10 кг. Противагою у цій установці служить автомобіль, на даху якого гарнітура AVTO-01 Launcher кріпиться за допомогою спеціальної рами (рис. 1). Крім того, така система запуску компактно згортається й може перевозитися на легковій машині по дорогах загального користування.

Для розгортання установки у робочий стан операторові необхідно встановити на землі дві металеві опори, закріпити на них важіль требушета і за допомогою електричної лебідки підняти задню частину автомобіля – тобто створити противагу на короткому кінці важеля. AVTO-01 Launcher дозволяє «розігнати» безпілотник масою 10 кг до швидкості 12 м/с на висоті 8 м, після чого той продовжує політ на власному двигуні. Суттєвим тут є те, що запуск здійснюється завдяки потенціальній енергії транспортного засобу. До переваг AVTO-01 Launcher слід віднести відсутність у конструкції катапульти

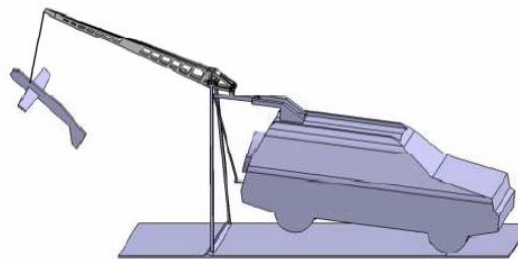


Рис. 1. Установка AVTO-01 Launcher (запозичене з [3])

деталей з гуми, пневматики і електроніки, характерних для інших технологій запуску. Для коригування параметрів установки доцільним буде розробити геометричну модель системи катапультивання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для забезпечення ефективної динаміки машини потребує необхідно розрахувати параметри її елементів. Це доцільно здійснити у рамках механіки Лагранжа [4, 5], де враховуються кінетична і потенціальна енергії системи. У результаті розв'язання складеного рівняння Лагранжа другого роду можна одержати шукану траєкторію переміщення безпілотної машини на праці, що дозволить забезпечити надійні старту коштовного виробу.

Для аналізу динаміки потребує доцільно мати фазові траєкторії узагальнених координат, що не достатньо повно досліджено у відомих роботах [6,7]. У роботах [2,3] наведено розрахунки динаміки установки AVTO-01 Launcher, які доцільно доповнити розв'язанням складеного рівняння Лагранжа другого роду. У роботі [8] було складено та розв'язано рівняння Лагранжа другого роду для визначення траєкторії переміщення вантажу на праці залежно від параметрів конструкції потребує. Дана стаття базується на результатах роботи [8].

Формулювання цілей статті. Розробити геометричну модель металевієї установки типу потребує, призначеної для запуску безпілотної машини за допомогою автомобіля, коли противагою у цій конструкції слугуватиме сам автомобіль.

Основна частина. На рис. 2 наведено схему машини потребує, яка складається з важеля довжиною $L_1 + L_2$, до якого шарнірно прикріплено два важеля з довжинами L_3 (позначає праці) і L_4 (кріплення автомобіля як противаги). До важелів у вузлових точках закріплені вантажі з масами m_1 (автомобіль) і m_2 (безпілотної машини). Маса m_1 необхідно обрати на декілька порядків більшою порівняно з масою m_2 . Коли перший вантаж під дією гравітації падає донизу, то другому вантажу надається прискорення, яке і спричиняє ефект метання.

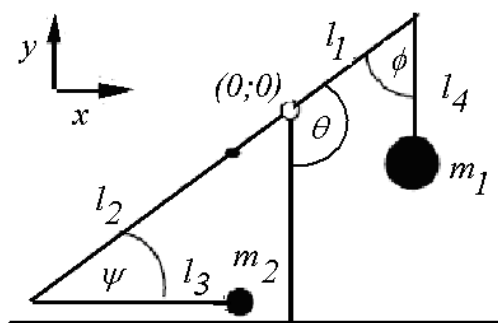


Рис. 2. Схема потребує

При складанні математичної моделі машини потребує було враховано таку ідеалізацію: не оговорені елементи системи невагомі, опори у вузлах відсутні, елементи системи не деформуються, параметри і початкові значення кутів задаються в умовних одиницях.

У якості узагальнених координат оберемо кути $\theta(t)$, $\phi(t)$ і $\psi(t)$,

зображені на рис. 2. Для опису динаміки треба використати вирази для кінетичної T і потенціальної U енергій [4, 5]:

$$\begin{aligned}
 T := & -m_2 l_3^2 \theta' \psi' - m_2 l_3 l_2 (\theta')^2 \cos(\psi) + m_1 l_4^2 \theta' \phi' + \frac{1}{2} (\theta')^2 m_1 l_1^2 + \frac{1}{2} (\theta')^2 m_2 l_2^2 \\
 & - m_1 l_4 l_1 \theta' \phi' \cos(\phi) - m_1 l_4 l_1 (\theta')^2 \cos(\phi) + m_2 l_3 l_2 \theta' \psi' \cos(\psi) + \frac{1}{2} m_2 l_3^2 (\theta')^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_2 l_3^2 (\psi')^2 + \frac{1}{2} m_1 l_4^2 (\theta')^2 + \frac{1}{2} m_1 l_4^2 (\phi')^2 ;
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 U := & -m_1 g l_1 \cos(\theta) + m_2 g l_2 \cos(\theta) + (-g \cos(\theta) \cos(\psi) - g \sin(\theta) \sin(\psi)) m_2 l_3 \\
 & + (\cos(\theta) \cos(\phi) - \sin(\theta) \sin(\phi)) g m_1 l_4 .
 \end{aligned}$$

Тут $\theta(t)$ – функція зміни у часі кута відхилення від вертикалі важеля довжиною $L_1 + L_2$, $\phi(t)$ – функція зміни кута між важелями довжинами L_4 і $L_1 + L_2$, $\psi(t)$ – функція зміни кута між важелями довжинами L_3 і $L_1 + L_2$, $g=9,81$.

З використанням лагранжіану $L = T - U$ одержуємо систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду:

$$\begin{aligned}
 & -m_1 g l_1 \sin(\theta) + m_2 g l_2 \sin(\theta) - m_2 g l_3 \sin(\theta) \cos(\psi) + m_2 g l_3 \cos(\theta) \sin(\psi) \\
 & + m_1 g l_4 \sin(\theta) \cos(\phi) + m_1 g l_4 \cos(\theta) \sin(\phi) - \theta'' m_1 l_1^2 + m_1 l_4 l_1 \phi'' \cos(\phi) \\
 & - m_1 l_4 l_1 (\phi')^2 \sin(\phi) + 2 m_1 l_4 l_1 \theta'' \cos(\phi) - 2 m_1 l_4 l_1 \theta' \sin(\phi) \phi' - \theta'' m_2 l_2^2 \\
 & + 2 m_2 l_3 l_2 \theta'' \cos(\psi) - 2 m_2 l_3 l_2 \theta' \sin(\psi) \psi' - m_2 l_3 l_2 \psi'' \cos(\psi) \\
 & + m_2 l_3 l_2 (\psi')^2 \sin(\psi) - m_2 l_3^2 \theta'' + m_2 l_3^2 \psi'' - m_1 l_4^2 \phi'' - m_1 l_4^2 \theta'' = 0 ; \\
 & m_2 l_3 l_2 (\theta')^2 \sin(\psi) - m_2 g l_3 \cos(\theta) \sin(\psi) + m_2 g l_3 \sin(\theta) \cos(\psi) - m_2 l_3 l_2 \theta'' \cos(\psi) \\
 & + m_2 l_3^2 \theta'' - m_2 l_3^2 \psi'' = 0 ; \\
 & m_1 l_4 l_1 (\theta')^2 \sin(\phi) + m_1 g l_4 \cos(\theta) \sin(\phi) + m_1 g l_4 \sin(\theta) \cos(\phi) + m_1 l_4 l_1 \theta'' \cos(\phi) \\
 & - m_1 l_4^2 \theta'' - m_1 l_4^2 \phi'' = 0 .
 \end{aligned} \tag{2}$$

Систему рівнянь (2) розв'яжемо у середовищі Maple чисельно за допомогою методу Рунге-Кутти з такими початковими умовами: θ_0, ϕ_0, ψ_0 – початкові значення кутів відхилення важелів; $\theta'_0, \phi'_0, \psi'_0$ – початкові швидкості зміни кутів відхилення.

Використовуючи наближені розв'язки для функцій $\theta(t)$, $\phi(t)$ і $\psi(t)$ (позначимо їх як $\Theta(t)$, $\Phi(t)$ і $\Psi(t)$), у системі координат xOy траєкторію переміщення вантажу необхідно будувати за формулами:

$$\begin{aligned} x(t) &= -l_2 \sin(\Theta(t)) + l_3 \sin(\Theta(t) - \Psi(t)); \\ y(t) &= l_2 \cos(\Theta(t)) - l_3 \cos(\Theta(t) - \Psi(t)). \end{aligned} \quad (3)$$

Тобто для певних моментів часу t за допомогою формул (3) можна визначити миттєві координати центральної точки безпілотної у вертикальній площині у системі декартових координат xOy .

Наведемо розрахунок моделі трешет з параметрами $m_1 = 2000$; $m_2 = 10$; $l_1 = 0,65$; $l_2 = 4,2$; $l_3 = 2,5$; $l_4 = 0,2$ і з початковими умовами $\theta_0 = 2$; $\theta'_0 = 0$; $\varphi_0 = \pi - 2$; $\varphi'_0 = 0$; $\psi_0 = \pi/4$; $\psi'_0 = 0$ (для можливості порівняння з результатами робіт [2, 3]). Межі часу інтегрування системи рівнянь (2) $[0 < t < 0,7]$. На рис. 3 наведено фазові траєкторії для кутів $\Theta(t)$, $\varphi(t)$ і $\psi(t)$. З технічних причин на графіках змінено позначення: $\Theta(t) \equiv u(t)$, $\varphi(t) \equiv v(t)$ і $\psi(t) \equiv w(t)$.

Аналіз фазових траєкторій дозволяє з'ясувати, що максимальне значення швидкості зміни кута $\psi(t)$ дорівнюватиме $\psi = 2,9$. Тоді ж екстремальної швидкості досягне і зміна кута $\varphi(t)$.

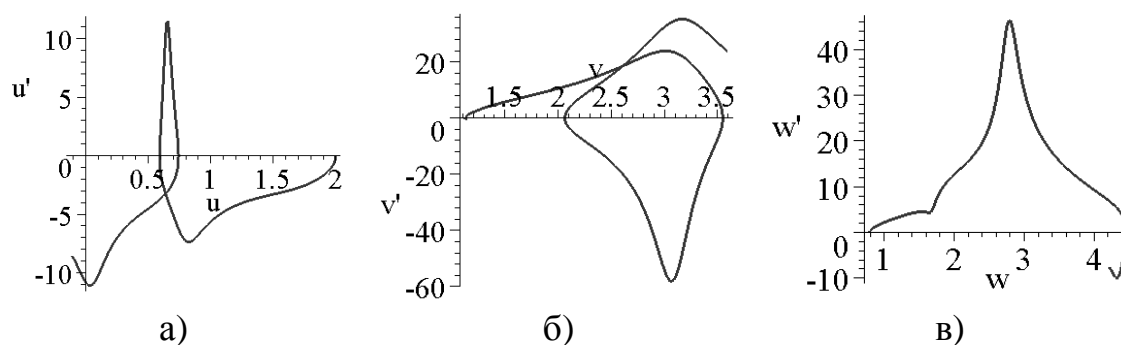


Рис. 3. Фазова траєкторія для параметра: а) $\Theta(t)$; б) $\varphi(t)$; в) $\psi(t)$

Визначимо момент часу, коли безпілотної набуде максимальної швидкості на праці. Для цього побудуємо графік залежності у часі швидкості зміни кута ψ . На рис. 4, в зображено відповідний графік, з якого видно, що максимальна швидкість зміни кута ψ відбудеться при $t = 0,52$, що є рекомендованим моментом відриву безпілотної.

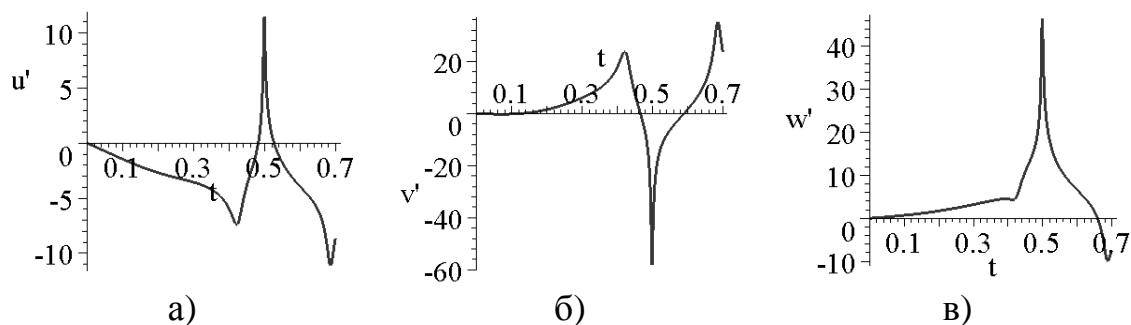


Рис. 4. Графік зміни швидкостей кутів у часі: а) $\Theta(t)$; б) $\varphi(t)$; в) $\psi(t)$

За допомогою складеної програми створено анімаційний фільм схеми дії требушет. На рис. 5, а-в наведено окремі фази переміщення його елементів та траєкторію руху центру ваги безпілотної (рис. 5, г).

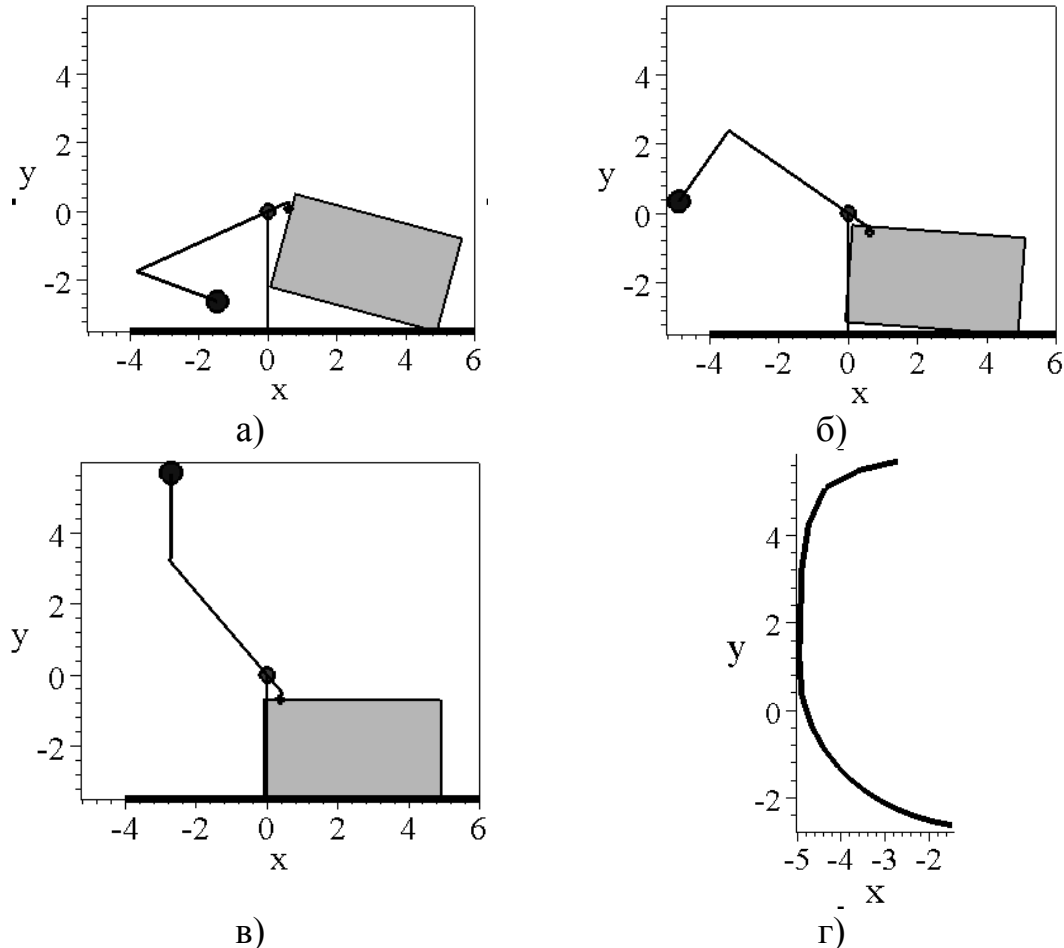


Рис. 5. Одержані зображення: а), б) поточних фаз метання; в) фази в момент відриву безпілотної; г) траєкторії руху центру ваги безпілотної

Висновок. Наведений спосіб визначення траєкторії розгону безпілотної на праці металюї машини требушет дозволяє розрахувати кут та швидкюсть його вильоту. Подальшю дослідження доцльно пов'язати з пошуком варюантв рацюнальних параметрв требушет залежно вюд типу безпілотної та автомобюля.

Лютература

1. Алеченков Г.С. Функционально-структурная модель стартовых устройств летательных аппаратов / Г.С. Алеченков, А.Э. Пушкарев // Вестник ИжГТУ. – 2011. – № 2(50). – С. 4–7.
2. Gati Balazs. Mobile launching trebuchet for UAVS / Balazs Gati // 30–th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences DCC (September 25-30, 2016). – Daejeon, Korea, 2016. – pp. 1–7.

3. Gati Balazs. UAV innovativ inditasa – korszerű megoldas a kozepkorbol [Электронный ресурс] / Balazs Gatió – Repulastudományi közlemenyek, 2015. – №3. – pp. 37-49., Режим доступа: http://www.repulestudomány.hu/folyoirat/2015_3/2015-3-03-0229_Gati_Balazs.pdf.
4. Denny M. Siege engine dynamics [Электронный ресурс] / M. Denny. – 2005. – Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/1728866/>.
5. Mosher A. Mathematical Model for a Trebuchet [Электронный ресурс] / A. Mosher. – 2009. – Режим доступа: [http://classes.engineering.wustl.edu/2009/fall/ese251/presentations/\(AAM_13\)Trebuchet.pdf](http://classes.engineering.wustl.edu/2009/fall/ese251/presentations/(AAM_13)Trebuchet.pdf).
6. Win Ko Oo. Design of vertical take-off and landing (VTOL) aircraft system / [Win Ko Oo, Hla Myo Tun, Zaw Min Naing, Win Khine Moe] // International journal of scientific & technology research (issue 04, april, 2017). – v.6. – pp 179 – 183.
7. Rutan S. Modern Siege Weapons: Mechanics of the Trebuchet [Электронный ресурс] / S. Rutan, B. Wiecezorec. – 2005. – Режим доступа: <https://mse.redwoods.edu/darnold/math55/DEProj/sp05/bshawn/presentation.pdf>.
8. Сухарькова О.И. Визначення траєкторії переміщення вантажу гравітаційної металльної машини / О.И. Сухарькова, І.С. Табакова // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2017. – Вип. 9. – С.147–151.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТАНОВКИ ТРЕБУШЕТ ДЛЯ ЗАПУСКА БЕЗПИЛОТНИКОВ ТИПА САМОЛЕТА

Куценко Л.Н., Сухарькова Е.И.

Разработана геометрическая модель мобильной метательной установки требушет, предназначенной для запуска беспилотников типа самолета с использованием легкового автомобиля в качестве противовеса.

Ключевые слова: беспилотник, требушет, лагранжиан, уравнение Лагранжа второго рода, геометрическая модель.

GEOMETRICAL MODEL OF INSTALLATION REQUIRED FOR STARTING ANTI-AIRPLANE-FREE AIRCRAFT TYPE

Kutsenko L., Sukharkova E.

A geometric mobile model of the missile launcher is designed to launch drones of the aircraft type using a passenger car as a counterweight.

Keywords: drone, trebuchet, Lagrangian, Lagrange equation of the second kind, geometric model.