

УДК 515.2

АНАЛІТИЧНА ПОБУДОВА ТІНЬОВОЇ МАСКИ СВІТЛОПРОРІЗА

Андропова О.В.,

Козак Ю.В.

*Київський національний університет будівництва і архітектури
(Україна)*

В задачах інсоляції будують тіньові маски світлопрорізів за допомогою послідовної проекції на небесну сферу з центром в розрахунковій точці та проекції на горизонтальну площину з центром проекції в надирі. Задача ускладнюється при врахуванні граничної поверхні. Автоматизація побудов за допомогою аналітичних рівнянь дозволяє спростити рішення.

Ключові слова: тіньова маска, надир, небесна сфера.

Постановка проблеми. При моделюванні інсоляційних процесів вирішується дві задачі – нормативна необхідність інсоляції приміщень та захист від надмірного сонячного випромінювання. Самі методи моделювання вирішуються за допомогою моделі небесної сфери, на яку будуються проекції руху сонця, тіньові маски світлопрорізів та затінюючих будівель. Для зручності всі побудови прийнято проєціювати на горизонтальну площину небесної сфери, а центром проекції брати надир. При накладанні побудов на сонячну карту з'ясовується час інсоляції та затінення. Розрахункову точку рекомендовано замінити граничною поверхнею. Для спрощення розрахунків запропоновано автоматизувати побудови методами аналітичної геометрії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В публікаціях [1-3] приведені алгоритми розрахунку інсоляції приміщень графічними методами з використанням розрахункової точки та надані пропозиції з графічного розрахунку інсоляції методом граничної поверхні. Для спрощення розрахунку побудовані шаблони ходу тіней на проекції небесної сфери. В статті [4] запропоновано алгоритм визначення проектного простору нового будинку за методом РТ при умові виконання нормативних вимог до інсоляції приміщень в існуючих будинках та на прилеглий території. У роботі [5] надані алгоритми та рівняння для автоматизації інсоляційних розрахунків, що дозволяє знаходити всі необхідні значення ліній ходу тіней в будь який час, кути нахилу сонячного променя до площини та кількість отримуваної

теплової енергії. Приведені дані дозволяють проектувати необхідні розміри світлопрорізів.

Формулювання цілей статті. Написання алгоритму аналітичної побудови тіньових масок методом граничної поверхні.

Основна частина. Для розрахунку повної тривалості інсоляції запропоновано моделювати перетворення простору, при якому гранична поверхня перетворюється у точку. Аналітичним методом це перетворення можна інтерпретувати як рух РТ по ГП, при цьому рухається небесна сфера, центр якої залишається в РТ. Таким чином, в центрі небесній сфери і буде здійснюватися перетворення ГП в точку.

Розглянемо в якості прикладу zenітний ліхтар прямокутної форми та ГП також прямокутної форми (рис. 1). Розташуємо центр небесної сфери та початок координат в РТ та будемо в подальшому рухати його разом зі сферою. Плоский пучок променів з центром в РТ залишає слід на небесній сфері у вигляді кола з центром в центрі небесної сфери. Цей пучок знаходиться під кутом α до площини xOy . Запишемо рівняння кола, нахиленого до xOy . Для цього використаємо рівняння оберту відносно координатних осей.

Матриці повороту будуть мати вигляд:

$$M_x \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$M_y \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$M_z \alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Таким чином, параметричне рівняння кола в площині xOy

$$x=r \cos v, y=r \sin v, z=0, \quad (4)$$

де r – радіус небесної сфери, довільне значення, $0 \leq v \leq 2\pi$.

Рівняння перетворення координат шляхом повороту на кут α відносно осі x буде:

$$x=x_1, y=y_1 \cos \alpha - z_1 \sin \alpha, z=y_1 \sin \alpha + z_1 \cos \alpha. \quad (5)$$

Після підстановок параметричного рівняння кола (4) замість x_1, y_1, z_1 в (5), отримаємо рівняння кола небесної сфери μ :

$$x= r \cos v, y= r \sin v \cos \alpha, z= r \sin v \sin \alpha \quad (6)$$

Ділянка світлопрорізу 2-3 знаходитиметься в межах проекції кута 2А3.

Далі напишемо рівняння проекції з надиру $S(0,0,r)$ отриманого кола μ на площину xOy . Для цього розглянемо небесну сферу (рис.1,б,

рис.2). Візьмемо довільну точку $M(x,y,z)$, яка належить μ . $M'(x',y',z')$ буде проекцією точки M на площину XOY . З подібних трикутників видно, що $SM' = k SM$, де k – коефіцієнт подібності трикутників.

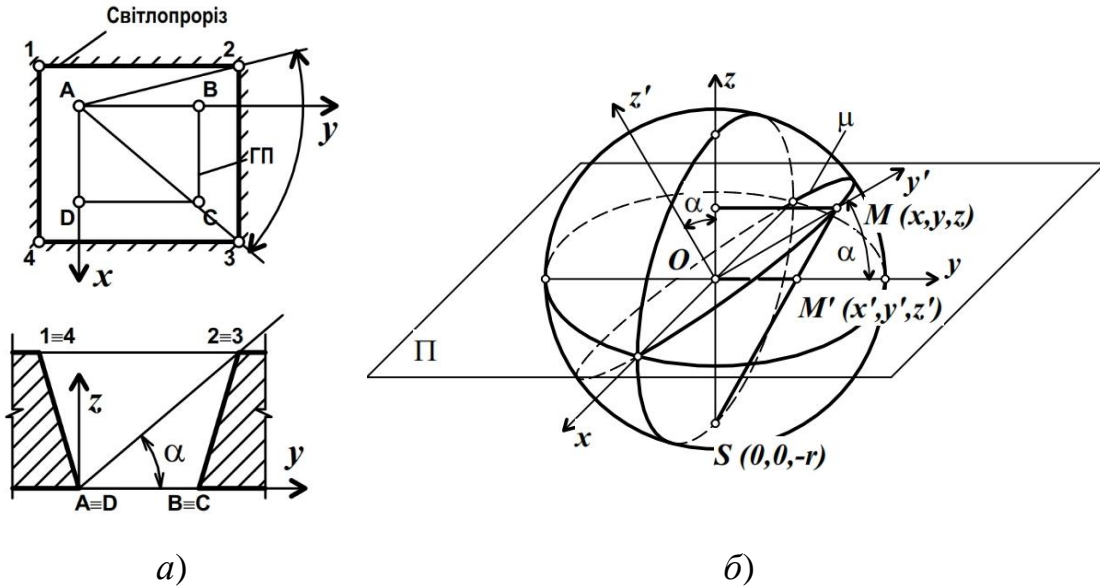


Рис.1. Побудова тіньової маски на небесну сферу
 а – проєкції зенітного ліхтаря та ГП; б – послідовна проєкція прямолінійної грані світлопрорізу на небесну сферу з центром проєкції в центрі сфери та проєкція отриманого кола на площину xOy з центром проєкції в надирі (точка S)

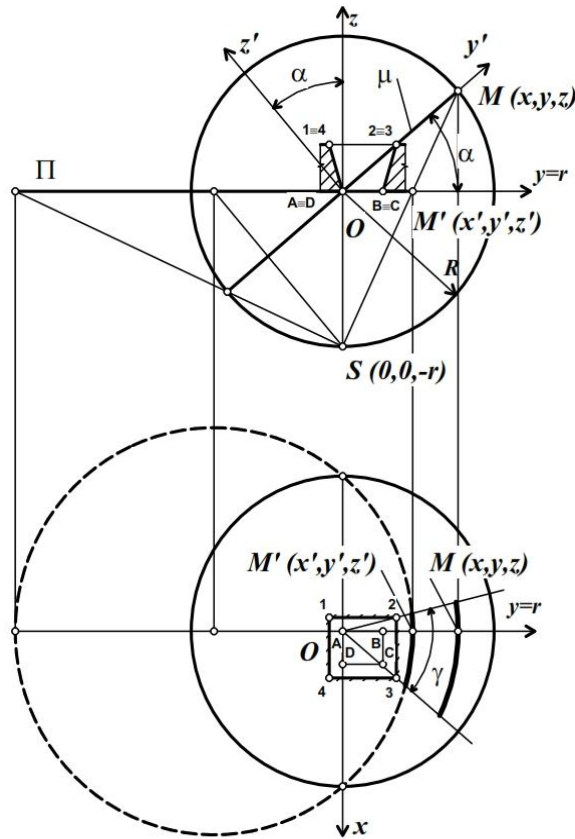


Рис.2. Побудова тіньової маски на небесну сферу в проєкціях

Відповідно, $x'=kx$, $y'=ky$, $z'=kz=0$ і буде рівнянням проекції. По катетам трикутників видно, що $-r=k(-r+z)$, звідки знаходимо коефіцієнт пропорційності $k=-r/(z-r)$. Після відповідних підстановок отримаємо бажане рівняння проекції кола на задану площину:

$$x' = \frac{r \cos v}{\sin v \sin \alpha + 1}, y' = \frac{r \sin v \cos \alpha}{\sin v \sin \alpha + 1}, z' = 0. \quad (7)$$

За отриманими рівняннями були побудовані тіньові маски для заданого віконного прорізу в програмі Mathematica (рис.3). Аналогічним чином записуються рівняння тіньових масок для інших видів світлопрорізів та граничних поверхонь.

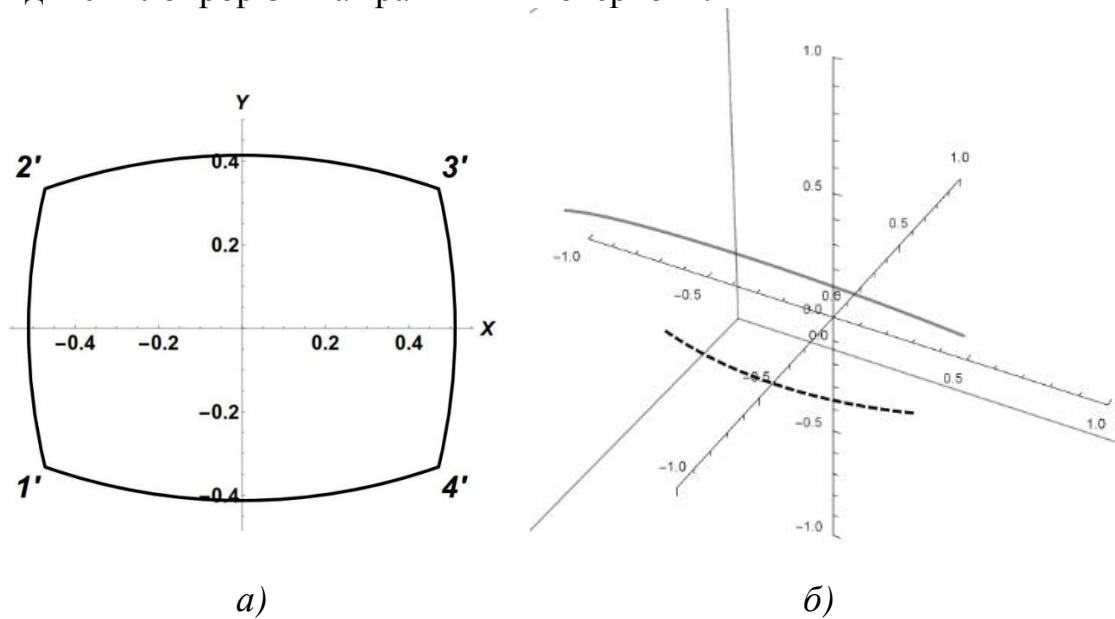


Рис.3. Побудова отриманих рівнянь в програмі Mathematica: *a* – в площині XOY ; *б* – в просторовій системі координат

Висновки. В статті надано алгоритм аналітичної побудови тіньової маски світлопрорізу прямокутної форми від граничної поверхні, що дозволяє автоматизувати побудови. Подальші дослідження допоможуть будувати тіньові маски від граничної поверхні та світлопрорізу криволінійної форми.

Література

1. Сергейчук О. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків: дис. ... доктора технічних наук/ О. Сергійчук. – Київ, 2008. – 425 с.
2. Сергейчук О. В. Перетворення світлопрорізів та затінюючих елементів при розрахунку інсоляції за методом граничної поверхні інсоляції / О. В. Сергейчук, Насехіпур Мехді. // Праці Тавр. держ. агротехн. акад. – Мелітополь : ТДАТА, 2007. – Вип. 4 : прикл. геометрія та інж. графіка. – Т. 34. – С. 103-108.

3. ДСТУ-Н Б В.2.2-27:2010 "Настанова з розрахунку інсоляції об'єктів цивільного призначення" (Частина 1) [32.]; ДСТУ-Н Б В.2.2-27:2010 "Настанова з розрахунку інсоляції об'єктів цивільного призначення" (Частина 2. Додатки)
4. Andropova O. Plotting the new building project space in the existing development at the designing stage while following the insolation standards/ O. Andropova // Construction of optimized energy potential / Politechnika czestochowska Czestochowa university of technology. – Czestochowa, 2014. – 1(13). – P.15-21.
5. Подгорный А. Л. К вопросу автоматизации инсоляционных расчетов / А. Л. Подгорный // Прикл. геометрия и инж. графика : республ. межвед. науч.- техн. сб. – К. : Будівельник, 1981. – Вып. 31. – С. 12-15.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕВОЙ МАСКИ СВЕТОПРОЕМА

Андропова О.В., Козак Ю. В.

В задачах инсоляции возникает потребность в построении теневых масок светопроемов с помощью последовательной проекции на небесную сферу с центром в расчетной точке и проекции на горизонтальную плоскость с центром в надире. Задача усложняется при учете граничной поверхности. Автоматизация построений с помощью аналитических уравнений позволяет упростить решение задачи методами компьютерной графики.

Ключевые слова: тeneвая маска, надир, небесная сфера.

ANALITICAL CONSTRUCTION OF WINDOW SHADOW TRACK

Andropova O., Kozak Y.

In the problems of insolation, there is a need to build shadow tracks of windows by means of a consecutive projection on a sky sphere centered at the calculation point and projection onto the horizontal plane with the projection center is located in nadir. The problem becomes more complicated when the boundary surface is taken into account. Automation of constructions with the help of analytical equations allows to simplify the solution of the problem by computer graphics methods.

Key words: shadow track, nadir, sky sphere.